

**UNIVERSIDADE ANHANGUERA DE SÃO PAULO – UNIAN-SP
TIAGO AUGUSTO DOS SANTOS ALVES
MESTRADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**

**CONHECIMENTOS DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA
DA EDUCAÇÃO BÁSICA SOBRE O ENSINO DE MEDIDAS
DE TENDÊNCIA CENTRAL**

**SÃO PAULO
2016**

TIAGO AUGUSTO DOS SANTOS ALVES
MESTRADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

**CONHECIMENTOS DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA
DA EDUCAÇÃO BÁSICA SOBRE O ENSINO DE MEDIDAS
DE TENDÊNCIA CENTRAL**

Dissertação elaborada, sob orientação da Profª. Dra. Angélica da Fontoura Garcia Silva, e apresentada à Banca do Exame de Defesa de Mestrado Acadêmico referente ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Linha de Pesquisa “Formação de Professores que Ensinam Matemática”, da Universidade Anhanguera de São Paulo.

SÃO PAULO
2016

Ficha Catalográfica elaborada por:
Bibliotecária Roselaine R. de Bastos Novato CRB/8 9676

A477c Alves, Tiago Augusto dos Santos

Conhecimentos de professores de matemática da educação básica sobre
o ensino de medidas de tendência central. / Tiago Augusto dos Santos
Alves. – São Paulo, 2016.

113 f.: il.; 30 cm

Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Coordenadoria de
Pós-graduação - Universidade Anhanguera de São Paulo, 2016.

Orientadora: Profa. Dra. Angélica da Fontoura Garcia Silva

1. Educação matemática. 2. Medidas de tendência central. 3. Formação de
professores. 4. Letramento estatístico. 5. Conhecimentos docentes. 6.
Observatório da educação. I. Título

CDD 372.7

Tiago Augusto dos Santos Alves

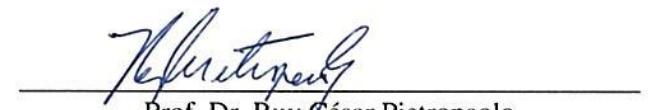
**CONHECIMENTOS DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA DA EDUCAÇÃO
BÁSICA SOBRE O ENSINO DE MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL**

DISSERTAÇÃO APRESENTADA À UNIVERSIDADE ANHANGUERA DE SÃO PAULO
COMO EXIGÊNCIA DO CURSO DE MESTRADO ACADÊMICO EM EDUCAÇÃO
MATEMÁTICA

Banca examinadora:



Profª. Dra. Angélica da Fontoura Garcia Silva
UNIVERSIDADE ANHANGUERA DE SÃO PAULO



Prof. Dr. Ruy César Pietropaolo
UNIVERSIDADE ANHANGUERA DE SÃO PAULO



Profª. Dra. Marta Élid Amorim
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE

São Paulo, 27 de junho de 2016.

A minha filha Lavínia Yasmin, herança de Jeová concedida a mim e a minha esposa Cíntia.

AGRADECIMENTOS

A minha mãe, Maria, que sempre foi um exemplo de força e caráter, motivando-me a agir corretamente na busca de meus objetivos.

A minha esposa, Cíntia, pela paciência, companheirismo e apoio.

Aos meus irmãos, Daniel e Neide, e aos amigos, pelo incentivo constante para superar as dificuldades enfrentadas nessa caminhada.

Aos professores, colegas e colaboradores da UNIAN, por compartilharem cada momento ao longo do curso.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES, pelo incentivo, em forma de bolsa de estudos.

A todos os envolvidos no Observatório da Educação da UNIAN, sobretudo aos professores participantes do curso de formação continuada, pela colaboração e aprendizagem mútua.

À Prof^a. Dra. Marta, pelas valiosas contribuições.

Ao Prof. Dr. Ruy, por ter me encorajado e apoiado durante toda a pesquisa.

Por fim e em especial, a minha orientadora, a Prof^a. Dra. Angélica, sendo as palavras insuficientes para externar toda minha gratidão pelo profissionalismo e comprometimento dedicados a esta pesquisa e a mim, de modo que seu apoio ajudou-me ultrapassar todos os obstáculos que surgiram ao longo dessa caminhada, tornando-se, portanto, uma amiga para toda a vida.

RESUMO

A finalidade deste estudo foi investigar a ampliação da base de conhecimentos para o ensino de Medidas de Tendência Central (MTC) de um grupo de professores participantes de uma formação continuada. Para tanto, quatorze professores que ensinam Matemática para os Ensinos Fundamental e Médio da rede pública de ensino paulista participaram do curso de formação continuada vinculado a esta pesquisa, o qual foi realizado no âmbito do Projeto Observatório da Educação da Universidade Anhanguera de São Paulo, com fomento da CAPES. Utilizaram-se como pressupostos reflexões acerca de práticas dos docentes e sobre os significados, as propriedades de cada uma das medidas e sua relação com dificuldades encontradas pelos estudantes. A primeira fase da coleta de dados constituiu-se na aplicação de dois questionários de caráter diagnóstico que possibilitou compreender a trajetória profissional de cada um dos professores e ter uma perspectiva da experiência que eles vivenciaram frente ao ensino da temática aqui investigada. O segundo momento, denominado de Processo Formativo, foi realizado com base em características de pesquisa qualitativa e em princípios do *Design Experiments*, nas perspectivas de Cobb, Confrey, diSessa, Lehrer e Schauble. Assim sendo, o planejamento de como seria desenvolvido o curso de formação continuada, diante de reflexões obtidas no decorrer de todo o processo investigativo, sofreu alterações a fim de se adequar às necessidades dos docentes e, consequentemente, favorecer a discussão de novos conhecimentos. Quanto à revisão de literatura, foi realizada uma análise de orientações contidas em documentos curriculares oficiais e de estudos que indicavam possíveis limitações tanto entre alunos quanto entre professores frente às medidas média, mediana e moda. Em relação às fundamentações teóricas que consubstanciaram a análise dos dados obtidos, envolvendo os conhecimentos profissionais docentes, foram utilizadas as categorias propostas por Ball, Thames e Phelps. No tocante à formação de professores reflexivos, recorreu-se a estudos de Dewey, Schön e Zeichner. Já os trabalhos de Gal foram tomados de base para a análise do desenvolvimento do Letramento Estatístico dos participantes desta investigação. Como resultados alcançados, concluiu-se que a compreensão das propriedades e significados das MTC possibilitou a ampliação da base de conhecimentos dos professores, de modo a inter-relacionar tais medidas para a tomada de decisão e reconhecer que, em certos momentos, teriam de lançar mão de outras ferramentas, como análise da dispersão dos dados.

Palavras-chave: Educação Matemática; Medidas de Tendência Central; Formação Continuada de Professores de Matemática; Letramento Estatístico; Conhecimentos Profissionais Docentes; Observatório da Educação.

ABSTRACT

The purpose of this study was to investigate the expansion of the knowledge base for the Measures of Central Tendency education of a group of members of a In service teachers development. Therefore, fourteen teachers who teach Mathematics for the Elementary and High School of the public education system of São Paulo participated in the course linked to this research, which was conducted by the Projeto Observatório da Educação of the Universidade Anhanguera de São Paulo, fostered by CAPES. The course used as assumptions reflections on teacher practices and meanings, the properties of each of the measures and their relation to difficulties encountered by students. The first phase of data collection consisted in the application of two diagnostic feature questionnaires that enabled to understand the professional career of each teacher and to have a perspective of experience they lived through in relation to the theme here investigated. The second phase, called the Formative Process, was carried out based on qualitative research characteristics and principles of Design Experiments, in the prospects for Cobb, Comfrey, diSessa, Lehrer and Schauble. For that reason, planning how it would be In service teachers development, according to reflections obtained during the entire investigative process was altered to suit the needs of teachers and consequently promote the discussion of new knowledge. Regarding the literature review, we used the guidelines contained in official curriculum documents and studies that indicated possible limitations both among students and among teachers in relation to average, median and mode. In relation to theoretical foundations that substantiated the analysis of data involving knowledge teaching professionals, it was used the categories proposed by Ball, Thames and Phelps. Concerning the formation of reflective teachers, in a new knowledge development environment, it appealed to studies of Dewey, Schön and Zeichner. Additionally the Gal studies were used as a basis for analyzing the development of statistical literacy of the participants of this investigation. In relation to the achieved results, it was concluded that understanding of the properties and meanings of MTC enabled the expansion of the knowledge base of teachers, in such a way interrelate these measures to the decision-making and recognize that at times had to resort to other tools, such analysis of the data dispersion.

Keywords: Mathematics Education; Measures of Central Tendency; In service teachers development; Statistical Literacy; Professional Knowledge of Teachers; Observatório da Educação.

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
MIT	Instituto de Tecnologia de Massachusetts, localizado nos Estados Unidos da América
MTC	Medidas de Tendência Central
OCEM	Orientações Curriculares para o Ensino Médio
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PNLD	Programa Nacional do Livro Didático
UNIBAN	Universidade Bandeirante de São Paulo
SARESP	Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo

LISTA DE FIGURAS

Figura 01 – Questão da Prova do SARESP de 2010	19
Figura 02 – Questão da Prova do SARESP de 2011	19
Figura 03 – Questão da Prova do SARESP de 2012	20
Figura 04 – Relação entre as categorias do conhecimento de Ball, Thames e Phelps (2008) e as de Shulman (1986)	32
Figura 05 – Um modelo de Letramento Estatístico	38
Figura 06 – Resolução da questão 1 do Questionário Inicial realizada pelo Professor G	43
Figura 07 – Resolução da questão 1 do Questionário Inicial realizada pelo Professor N	43
Figura 08 – Resolução da questão 2 do Questionário Inicial realizada pelo Professor L	44
Figura 09 – Resolução da questão 2 do Questionário Inicial realizada pelo Professor M	44
Figura 10 – Resolução da questão 2 do Questionário Inicial realizada pelo Professor A	45
Figura 11 – Resolução da questão 4 do Questionário Inicial realizada pelo Professor B	47
Figura 12 – Resolução da questão 4 do Questionário Inicial realizada pelo Professor K	47
Figura 13 – Resolução da questão 4 do Questionário Inicial realizada pelo Professor D	48
Figura 14 – Resolução da questão 5 do Questionário Inicial realizada pelo professor M (cálculo da média)	49
Figura 15 – Resolução da questão 5 do Questionário Inicial realizada pelo professor M (cálculo da mediana).....	50
Figura 16 – Resolução da questão 6 do Questionário Inicial realizada pelo Professor D	52
Figura 17 – Resolução da questão 6 do Questionário Inicial realizada pelo Professor M	53
Figura 18 – Resolução da questão 6 do Questionário Inicial realizada pelo professor H	53
Figura 19 – Resolução da questão 6 do Questionário Inicial realizada pelo Professor I	54
Figura 20 – Resolução da questão 7 do Questionário Inicial realizada pelo Professor A	55
Figura 21 – Resolução da questão 7 do Questionário Inicial realizada pelo Professor F.....	56
Figura 22 – Resolução da questão 7 do Questionário Inicial realizada pelo Professor K.....	56
Figura 23 – Resolução da questão 7 do Questionário Inicial realizada pelo Professor N	57
Figura 24 – Resolução da questão 8 do Questionário Inicial realizada pelo Professor H	58
Figura 25 – Resolução da questão 8 do Questionário Inicial realizada pelo Professor G	59
Figura 26 – Resolução da questão 8 do Questionário Inicial realizada pelo Professor D	60
Figura 27 – Resolução da Atividade Dissertativa nº 1 realizada pelo Professor I	80
Figura 28 – Resolução da Atividade Dissertativa nº 2, item a, realizada pelo Professor D	83
Figura 29 – Resolução da Atividade Dissertativa nº 2, item a, realizada pelo Professor L	84
Figura 30 – Resolução da Atividade Dissertativa nº 2, item b, realizada pelo Professor N.....	84
Figura 31 – Resolução da Atividade Dissertativa nº 3, item b, realizada pelo Professor H.....	89
Figura 32 – Resolução da Atividade Dissertativa nº 4 realizada pelo Professor F.....	93
Figura 33 – Resolução da Atividade Dissertativa nº 5 realizada pelo Professor I	95
Figura 34 – Resolução da Atividade Dissertativa nº 5 realizada pelo Professor K	96
Figura 35 – Resolução da Atividade Dissertativa nº 5 realizada pelo Professor M	97
Figura 36 – Resolução da Atividade Dissertativa nº 5 realizada pelos Professores C e G.....	98
Figura 37 – Resolução da Atividade Dissertativa nº 5 realizada pelo Professor N.....	98

LISTA DE QUADROS

Quadro 01 – Questão 4 do Questionário Inicial	46
Quadro 02 – Questão 5 do Questionário Inicial	49
Quadro 03 – Questão 6 do Questionário Inicial	51
Quadro 04 – Questão 7 do Questionário Inicial	55
Quadro 05 – Questão 8 do Questionário Inicial	58
Quadro 06 – Registros da 1 ^a coleta de dados da Atividade Prática nº 1	64
Quadro 07 – Episódio 1	65
Quadro 08 – Registros da 2 ^a coleta de dados da Atividade Prática nº 1	65
Quadro 09 – Registros da 3 ^a coleta de dados da Atividade Prática nº 1	69
Quadro 10 – Registros dos números de calçados coletados	73
Quadro 11 – Registros das MTC dos números de calçados coletados	73
Quadro 12 – Episódio 2	74
Quadro 13 – Episódio 3	76
Quadro 14 – Valores do exemplo proposto pelo Pesquisador 2	77
Quadro 15 – Atividade Dissertativa nº 1	79
Quadro 16 – Atividade Dissertativa nº 2	83
Quadro 17 – Diferenças entre os elementos do conjunto A e sua média	86
Quadro 18 – Diferenças entre os elementos do conjunto B e sua média	86
Quadro 19 – Atividade Dissertativa nº 3	89
Quadro 20 – Atividade Dissertativa nº 4	92
Quadro 21 – Atividade Dissertativa nº 5	94

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO.....	14
CAPÍTULO 1 – CONFIGURAÇÃO DA PESQUISA.....	16
1.1 Antecedentes e motivações	16
1.2 Medidas de Tendência Central: currículos, resultados de exames de desempenho escolar e pesquisas	17
1.3 Objetivo e questão de pesquisa.....	20
1.4 O percurso da investigação	21
1.5 Caracterização da pesquisa	22
1.6 Em busca de referências teóricas	23
1.7 Instrumentos de Pesquisa.....	24
1.8 Critérios para a análise dos dados obtidos	25
CAPÍTULO 2 – REVISÃO DE LITERATURA E FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	26
2.1 Revisão de literatura	26
2.1.1 Investigações que discutem as dificuldades de alunos frente ao conteúdo MTC	26
2.1.2 Estudos relacionados à formação do professor, seus conhecimentos e concepções	29
2.2 Fundamentação Teórica.....	31
2.2.1 Fundamentação quanto aos Conhecimentos Profissionais Docentes.....	31
2.2.2 Fundamentação quanto à Reflexão da Prática Docente	34
2.2.3 Fundamentação quanto ao Letramento Estatístico	37
CAPÍTULO 3 – ANÁLISE DOS QUESTIONÁRIOS E CONFIGURAÇÃO DO PROCESSO FORMATIVO	41
3.1 Questionário de Identificação de Perfil: caracterização dos professores participantes da investigação.....	41
3.2 Questionário Inicial: perspectivas dos professores em relação ao conteúdo MTC	42
3.3 Configuração do Processo Formativo.....	61
CAPÍTULO 4 – APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS DO PROCESSO FORMATIVO	63
4.1 Atividades Práticas: segundo encontro formativo	63
4.1.1 Atividade Prática nº 1 – Estimativa de confetes	63
4.1.2 Atividade Prática nº 2 – Número do calçado.....	72
4.2 Atividades Dissertativas: terceiro e quarto encontros	79
4.2.1 Atividade Dissertativa nº 1 – Identificação da variável e da frequência absoluta ...	79
4.2.2 Atividade Dissertativa nº 2 – Limitações das MTC na representatividade de determinados conjuntos.....	82

4.2.3 Atividade Dissertativa nº 3 – Análise das MTC para representar conjuntos de dados	88
4.2.4 Atividade Dissertativa nº 4 – Inclusão de um dado no conjunto sem que a respectiva média seja alterada	92
4.2.5 Atividade Dissertativa nº 5 – Tomada de decisão a partir das MTC.....	94
CONSIDERAÇÕES FINAIS	101
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	104
APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO DE IDENTIFICAÇÃO DE PERFIL DO GRUPO DE PROFESSORES	106
APÊNDICE B – QUESTIONÁRIO INICIAL	108
APÊNDICE C – ATIVIDADES DO PROCESSO FORMATIVO.....	110
APÊNDICE D – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO	112

APRESENTAÇÃO

Estudos nacionais e internacionais, além de resultados de exames de desempenho de estudantes, apontam limitações enfrentadas por alunos da Educação Básica frente ao conteúdo Medidas de Tendência Central (MTC). Como tais dificuldades podem comprometer o desenvolvimento do letramento estatístico do cidadão, sem que este possa compreender adequadamente as informações a que é submetido e, consequentemente, posicionar-se corretamente para a tomada de decisão, percebe-se a importância em abordar tal temática em nossa investigação.

Entretanto, considerando que o docente, nesse contexto, tem a função de conduzir o processo de ensino e de aprendizagem, nosso estudo foi realizado sob a ótica da linha de pesquisa ‘Formação de Professores que Ensinam Matemática’, do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Anhanguera de São Paulo.

Assim sendo, o objetivo aqui proposto consiste em investigar a ampliação da base de conhecimentos para o ensino de MTC de um grupo de professores participantes de uma formação continuada. As sessões formativas ocorreram no âmbito do Projeto Observatório da Educação, com financiamento da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), e envolveu a participação de quatorze professores da Educação Básica da rede de ensino pública paulista.

Diante do objetivo traçado, definimos a seguinte questão de pesquisa:

- Quais conhecimentos profissionais são ampliados por um grupo de professores sobre o ensino da MTC durante sua participação em um processo formativo?

A fim de responder a esta pergunta e atingirmos o objetivo proposto, organizamos esta pesquisa em cinco capítulos, sendo que nos primeiros abordamos a trajetória investigativa e a análise dos dados e, por fim, as considerações finais que complementam nossos estudos.

O Capítulo 1 destina-se a apresentar uma perspectiva da configuração desta investigação, tratando de aspectos como as causas que motivaram seu desenvolvimento, os procedimentos metodológicos adotados, os estudos que fundamentam o ponto de vista teórico, além dos instrumentos de pesquisas utilizados e os critérios que foram tomados de base para a análise dos dados obtidos.

No Capítulo 2 são apresentadas, com bases nos estudos utilizados como revisão de literatura, algumas limitações de estudantes frente às MTC, acompanhadas de estudos que analisam a formação do professor, seus conhecimentos e suas concepções envolvendo a

mencionada temática. Nele também são discutidas as fundamentações teóricas aqui utilizadas para planejar as sessões formativas e analisar os dados então coletados. Nesse aspecto, foram explicitados os Conhecimentos Profissionais Docentes apontados por Ball, Thames e Phelps (2008), as pesquisas de Dewey (1959), Schön (1992) e Zeichner (1993, 2008), relacionadas a estudos acerca da Reflexão da Prática Docente, e, para consubstanciar a análise do desenvolvimento do nível de Letramento Estatístico, é apresentado o modelo proposto por Gal (2004).

Já a análise dos questionários iniciais e a configuração do processo formativo são tratadas no Capítulo 3. Nessa seção é possível identificar características do perfil dos professores participantes de nossa investigação e quais eram suas perspectivas frente às MTC antes da realização do curso de formação continuada, além de explicitar procedimentos adotados no planejamento e execução das respectivas sessões formativas.

O Capítulo 4 é destinado a apresentar os instrumentos de pesquisa que compõem o Processo Formativo, bem como as reflexões emergentes durante sua realização e os resultados então alcançados.

Por derradeiro, nas considerações finais é apresentada uma síntese de todo o trabalho realizado, com especial atenção aos resultados alcançados e uma proposta de investigação futura.

CAPÍTULO 1 – CONFIGURAÇÃO DA PESQUISA

Neste capítulo apresentamos os alicerces estruturais desta pesquisa: as origens e motivações que levaram à determinação do tema Medidas de Tendência Central (MTC), bem como sua relevância frente aos currículos, aos resultados de verificações de aprendizagem e às pesquisas já realizadas; nosso objetivo e a questão de pesquisa; a metodologia e a caracterização desta investigação; os instrumentos de pesquisa; e a fundamentação teórica e os critérios utilizados na análise dos resultados obtidos.

1.1 Antecedentes e motivações¹

Motivado pelo interesse em atuar profissionalmente na Educação Matemática, em 2011, ingressei no Curso de Licenciatura de Matemática. Com o intuito de aprimorar meus conhecimentos e investigar os processos de ensino e de aprendizagem da Matemática, em 2013, ano de conclusão do mencionado curso, tive a oportunidade de participar de um projeto de iniciação científica vinculado ao Programa Observatório da Educação, aprovado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), auxílio número 2050/2010. Desenvolvido na Universidade Bandeirante de São Paulo (UNIBAN), esse projeto estava sob a coordenação da Profª. Dra. Tânia Maria Mendonça Campos e denominava-se *Educação Continuada e Resultados de Pesquisa em Educação Matemática: uma investigação sobre as transformações das práticas de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental*. Durante minha atuação como investigador nesse projeto, pude verificar a relação existente entre a pesquisa e a formação, além de constatar, a partir de resultados de alguns estudos, que uma maior ênfase do professor em trabalhar com determinadas temáticas e, de certo modo, ignorar outras seria, por vezes, reflexo das experiências por ele vivenciadas.

Esse assunto me chamou bastante a atenção, haja vista que durante as conversas com colegas de turma, então futuros professores, percebia-se o receio que eles tinham em lecionar, sobretudo, conteúdos relacionados à Estatística. A justificativa que eles apresentavam para essa situação era o fato de que, muito provavelmente, em algum momento na carreira docente,

¹Haja vista que nesta seção serão descritas algumas experiências pessoais e profissionais, as quais me levaram a realizar este estudo, optei por escrevê-la na primeira pessoa do singular. Todavia, o restante do trabalho será redigido na primeira pessoa do plural por considerar que o produto deste estudo não se realizou exclusivamente pelo autor, mas contou com contribuições da orientadora, do grupo de pesquisa e pelas ideias dos pressupostos teóricos aqui referendados.

o professor tem de ensinar assuntos com os quais não se sente totalmente confortável. Diante de tais expectativas, alguns desses colegas optaram em não prosseguir na área da educação.

A partir dessa inquietação, decidi ingressar, em 2014, no Curso de Pós-Graduação em Educação Matemática, objetivando compreender melhor a formação continuada do professor. Logo no início do referido Curso de Mestrado, fui convidado para compor o grupo de pesquisa do Projeto de Pesquisa do Observatório da Educação, nº 19.378, edital CAPES nº 049/2012, intitulado *Investigações sobre o Processo de Ensino e de Aprendizagem de Conceitos concernentes à Probabilidade e Estatística*, sob coordenação do Prof. Dr. Ruy César Pietropaolo. Tal convite foi ao encontro da minha intenção de pesquisa.

Durante a discussão com o mencionado Professor, foram apresentados os objetivos do Projeto e quais conteúdos deveriam ser abordados. A partir disso, foi definido que eu deveria propor uma formação com um grupo de professores acerca dos conceitos relativos às MTC, a fim de pesquisar como se daria o ensino a partir de um processo formativo e verificar a possibilidade de (re) significação do conhecimento profissional docente sobre o tema desenvolvido durante as sessões de formação.

Embora nesse primeiro momento esteja enfatizado meu interesse pessoal pelo tema apresentado, esse assunto tem uma relevância bem mais abrangente, haja vista que pesquisas de verificação de aprendizagem retratam que há uma elevada taxa de alunos que não domina tal conhecimento, conforme será apresentado a seguir.

1.2 Medidas de Tendência Central: currículos, resultados de exames de desempenho escolar e pesquisas

Reforçando a necessidade de realização de investigação nesta temática, vale ressaltar que, há mais de quinze anos, documentos oficiais como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática para o 1º e 2º ciclos do Ensino Fundamental apontam a relevância em se trabalhar o ensino de Estatística no Ensino Fundamental. Seus autores já propunham em 1997 que professores que lecionavam matemática para os anos iniciais trabalhassem com essa temática com as crianças desde os primeiros anos de escolaridade:

Um olhar mais atento para nossa sociedade mostra a necessidade de acrescentar a esses conteúdos aqueles que permitam ao cidadão “tratar” as informações que recebe cotidianamente, aprendendo a lidar com dados estatísticos, tabelas e gráficos, a raciocinar utilizando ideias relativas à probabilidade e à combinatória. (BRASIL, 1997, p.38)

Além deles, outros autores, ao se referirem aos ciclos finais do Ensino Fundamental, nos chamavam a atenção para a necessidade de a escola proporcionar ao aluno, como cidadão,

vivências que o possibilitem interpretar criticamente as informações estatísticas presentes no seu dia a dia:

(...) a compreensão e a tomada de decisões diante de questões políticas e sociais dependem da leitura crítica e interpretação de informações complexas, muitas vezes contraditórias, que incluem dados estatísticos e índices divulgados pelos meios de comunicação. Ou seja, para exercer a cidadania é necessário saber calcular, medir, raciocinar, argumentar, tratar informações estatisticamente etc. (BRASIL, 1998, p.27)

(...) eles [os alunos] terão oportunidade de desenvolver conhecimentos para poder compreender, analisar e apreciar as estatísticas apresentadas pelos meios de comunicação e para um melhor reconhecimento das informações confiáveis. Também poderão constatar que um problema estatístico pode ser resolvido por diferentes procedimentos e que nem todos os procedimentos estatísticos se adaptam bem a todos os problemas. (BRASIL, 1998, p.136)

Os autores desse documento salientam, ainda, para esse segmento de ensino, a importância de que os alunos sejam capazes de calcular as medidas estatísticas de tendência central, objetivando a utilização desses novos instrumentos para a interpretação de dados estatísticos. Essa perspectiva também pode ser observada nas orientações contidas no Guia do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), o qual, ao se referir à compreensão da média, mediana, e moda, aponta que “O cálculo de medidas descritivas deveria ser analisado à luz do raciocínio estatístico e não meramente por meio dos resultados numéricos”. (BRASIL, 2014, p. 102)

Outros documentos curriculares, como as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (OCEM) (2006), por exemplo, retomam essa temática ao discutir sobre a necessidade de se aprofundar a compreensão dos estudantes a respeito desse conteúdo no Ensino Médio por meio da exploração de medidas de posição, uma vez que seu tratamento no Ensino Fundamental ocorre de forma mais intuitiva, como vemos no trecho a seguir:

(...) os alunos precisam adquirir entendimento sobre o propósito e a lógica das investigações estatísticas, bem como sobre o processo de investigação. Deve-se possibilitar aos estudantes o entendimento intuitivo e formal das principais ideias matemáticas implícitas em representações estatísticas, procedimentos ou conceitos. Isso inclui entender a relação entre síntese estatística, representação gráfica e dados primitivos. Por exemplo, **os estudantes precisam ser capazes de explicar como o ponto médio é influenciado por valores extremos num intervalo de dados, e o que acontece com o ponto médio e a mediana em relação a esses valores.** (BRASIL, 2006, p.79, grifo nosso)

Em conformidade com tais orientações, o Currículo do Estado de São Paulo de Matemática e suas Tecnologias para o II Ciclo do Ensino Fundamental e para o Ensino Médio (2012) apresenta, como um dos fundamentos para o ensino da Matemática, que os conteúdos curriculares devem ter uma devida organização. Assim sendo, os referidos conteúdos devem estar dispostos de modo a favorecer o tratamento dos dados, para que possam ser transformados em informações e o tratamento destas possa servir de base na construção do

conhecimento.

Ainda em relação ao Curriculo do Estado de São Paulo (2012), observamos que, mais especificamente em relação ao conteúdo MTC, o ensino dessa temática consta relacionado em dois momentos: no 4º Bimestre da 5ª série/ do 6º ano do Ensino Fundamental e no 4º Bimestre da 3ª série do Ensino Médio. Em relação à habilidade a ser trabalhada, tanto no Ensino Fundamental como no Médio, objetiva-se que o aluno saiba calcular e interpretar as MTC.

Apesar da notória relevância dada ao tema, nas verificações de aprendizagem do Estado de São Paulo, os resultados não são muito otimistas. Na Prova do Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (SARESP) de 2010, o objetivo em uma das questões era que fosse calculada a média entre quatro valores. Mesmo sem que houvesse a necessidade de interpretação do resultado obtido, de acordo com o Relatório Pedagógico do SARESP (2010), apenas 48% dos alunos resolveram corretamente a referida questão (Figura 01).

Figura 01 – Questão da Prova do SARESP de 2010

<p>A nota de Arnaldo, em matemática, nos três primeiros bimestres do ano, foi 7,0. No último bimestre, sua nota foi 9,0. Sua média final, em matemática, ficou igual a</p> <p>(A) 6,5. (B) 7. (C) 7,5. (D) 8. (E) 9.</p>	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th rowspan="2" style="background-color: #c0c0c0;">GAB</th><th colspan="5" style="background-color: #c0c0c0;">% de Resposta</th></tr> <tr> <th style="background-color: #c0c0c0;">A</th><th style="background-color: #c0c0c0;">B</th><th style="background-color: #c0c0c0;">C</th><th style="background-color: #c0c0c0;">D</th><th style="background-color: #c0c0c0;">E</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="background-color: #c0c0c0;">C</td><td style="text-align: center;">8,8</td><td style="text-align: center;">11,3</td><td style="text-align: center;">47,9</td><td style="text-align: center;">23,7</td><td style="text-align: center;">8,3</td></tr> </tbody> </table>	GAB	% de Resposta					A	B	C	D	E	C	8,8	11,3	47,9	23,7	8,3
GAB	% de Resposta																	
	A	B	C	D	E													
C	8,8	11,3	47,9	23,7	8,3													

Fonte: Relatório Pedagógico do SARESP de 2010

Em 2011, essa mesma Prova apresentou uma questão em que seria necessário que o aluno realizasse o caminho inverso do procedimento de cálculo da média aritmética. Ou seja, conhecendo-se o valor da média entre cinco itens e os valores de quatro desses itens, o aluno necessitaria calcular o valor do quinto elemento. O Relatório Pedagógico do SARESP (2011) apontou que apenas 23,1% dos alunos acertaram a questão e que muitos daqueles que obtiveram melhor resultado na prova optaram pelas alternativas erradas (Figura 02).

Figura 02 – Questão da Prova do SARESP de 2011

<p>Uma pessoa comprou 5 garrafas de suco de frutas, uma de cada tipo. A tabela mostra o preço de cada garrafa de suco.</p> <table border="1" style="margin-bottom: 10px; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 2px;">Sucos</td><td style="padding: 2px;">Maracujá</td><td style="padding: 2px;">Laranja</td><td style="padding: 2px;">Caju</td><td style="padding: 2px;">Abacaxi</td><td style="padding: 2px;">Uva</td></tr> <tr> <td style="padding: 2px;">Preço por garrafa</td><td style="padding: 2px;">R\$ 5,70</td><td style="padding: 2px;">R\$ 3,50</td><td style="padding: 2px;">R\$ 2,30</td><td style="padding: 2px;">R\$ 3,20</td><td style="padding: 2px;">?</td></tr> </table> <p>Sabendo que nessa compra o preço médio de uma garrafa foi R\$ 3,80, pode-se concluir que o preço da garrafa de suco de uva é</p> <p>(A) R\$ 3,80. (B) R\$ 4,20. (C) R\$ 4,30. (D) R\$ 4,70. (E) R\$ 4,90.</p>	Sucos	Maracujá	Laranja	Caju	Abacaxi	Uva	Preço por garrafa	R\$ 5,70	R\$ 3,50	R\$ 2,30	R\$ 3,20	?	<p>GAB: C DIF: 0,77 DISC: 0,30</p> <table border="1" style="margin-top: 10px; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 2px;">alternativas</td><td style="padding: 2px;">A</td><td style="padding: 2px;">B</td><td style="padding: 2px;">C</td><td style="padding: 2px;">D</td><td style="padding: 2px;">E</td></tr> <tr> <td style="padding: 2px;">% total</td><td style="padding: 2px;">41,4</td><td style="padding: 2px;">21,4</td><td style="padding: 2px;">23,1</td><td style="padding: 2px;">8,7</td><td style="padding: 2px;">5,4</td></tr> </table>	alternativas	A	B	C	D	E	% total	41,4	21,4	23,1	8,7	5,4
Sucos	Maracujá	Laranja	Caju	Abacaxi	Uva																				
Preço por garrafa	R\$ 5,70	R\$ 3,50	R\$ 2,30	R\$ 3,20	?																				
alternativas	A	B	C	D	E																				
% total	41,4	21,4	23,1	8,7	5,4																				

Fonte: Relatório Pedagógico do SARESP de 2011

No ano seguinte, o SARESP apresentou uma questão, cujo objetivo era a determinação dos valores da média, mediana e moda. Novamente, tratava-se de uma situação-problema na

qual não necessitaria, por parte dos estudantes, de interpretação e análise dos dados obtidos. Contudo, o Relatório Pedagógico do SARESP (2012) apresentou que tão somente 33,6% dos alunos resolveram corretamente a questão (Figura 03).

Figura 03 – Questão da Prova do SARESP de 2012

Quatro casais com um total de 11 filhos alugaram uma casa de praia para as férias de verão.				
As idades dos filhos são:				
10, 11, 17, 15, 14, 13, 12, 12, 12, 14, 15				
Assinale a alternativa que mostra, nesta ordem, os valores da média, da moda e da mediana desta distribuição.				
(A)	Média	Moda	Mediana	
(B)	12,53	13	13	
(C)	14	13	14	
(D)	11,92	12	12,52	
(E)	13,18	12	13	
(F)	15	17	14	
PERCENTUAIS DE ACERTOS				
	A	B	C	D
	16,6	13,8	23,3	33,6
				E 12,6

Fonte: Relatório Pedagógico do SARESP de 2012

Percebe-se que, apesar das questões apontadas anteriormente tratarem apenas do procedimento para obtenção de MTC, uma considerável parcela dos alunos da rede de ensino do Estado de São Paulo não domina tal procedimento.

Além disso, é importante ressaltar que, muito provavelmente, os alunos que responderam incorretamente não conseguiram interpretar e analisar o significado dessas medidas, nem definir qual delas seria a mais adequada para representar um determinado conjunto de dados.

Tais fatos são também evidenciados em pesquisas como a investigação realizada por Stella (2004), cujos resultados apontaram que os alunos memorizavam os procedimentos de cálculo da média, entretanto, não compreendiam seus significados, além de possuírem considerável dificuldade em distinguir as diferentes MTC e em determinar qual dessas medidas seria a mais adequada a ser utilizada para uma situação específica.

Diante da situação apresentada, acreditamos que esta pesquisa poderá contribuir para a reflexão sobre o ato de ensinar. O processo formativo será desenvolvido com vistas ao aprimoramento dos conhecimentos dos professores participantes do processo formativo acerca do tema aqui abordado, de modo que seus respectivos alunos também poderão se beneficiar dos resultados alcançados.

1.3 Objetivo e questão de pesquisa

Nosso objetivo é investigar a ampliação da base de conhecimentos para o ensino de MTC de um grupo de professores participantes de uma formação continuada.

Para tanto, definimos a seguinte questão de pesquisa:

- *Quais conhecimentos profissionais são ampliados por um grupo de professores sobre o ensino da MTC durante sua participação em um processo formativo?*

A fim de responder a essa questão e alcançar o objetivo proposto, fez-se necessário o levantamento de exigências curriculares, de resultados de exames de verificação de aprendizagem de alunos, de pesquisas já existentes na área e das teorias que fundamentaram este estudo. Tais medidas foram utilizadas como base para o desenvolvimento do processo formativo e para a análise da participação dos professores integrantes do grupo investigado.

1.4 O percurso da investigação

Os procedimentos metodológicos utilizados nesta pesquisa visaram, constantemente, à adequação entre o objetivo de pesquisa e as necessidades apontadas pelos participantes do curso de formação continuada, o que propiciou a reflexão entre os professores e a reconstrução do conhecimento profissional que possuíam.

As seguintes etapas compuseram a nossa investigação: pesquisa documental e bibliográfica; elaboração e aplicação de dois questionários de identificação de perfil; estruturação e realização de encontros formativos; e, por fim, a interpretação e a análise das produções e das discussões apresentadas pelos professores, obtidas a partir do desenvolvimento da sequência aplicada durante a formação.

Na primeira etapa, foi realizada uma análise do currículo oficial adotado pela Secretaria Estadual de São Paulo quanto às orientações para o ensino de MTC aos professores desta rede de ensino, acompanhada de levantamento de pesquisas e resultados existentes sobre o mencionado tema. Essa prática possibilitou preparar-nos para elaboração do questionário de entrada e planejamento das sessões de formação.

No segundo momento, com base nas informações obtidas anteriormente e visando ao levantamento dos perfis dos sujeitos do estudo, houve a aplicação de questionários que abordavam situações que nos favorecessem compreender a trajetória profissional de cada um dos professores, identificar as concepções dos referidos docentes acerca dos conceitos de média, mediana e moda e sobre o seu ensino a alunos da Educação Básica. Os resultados obtidos nesta fase foram utilizados para delinear o planejamento das ações formativas.

Por conseguinte, houve o desenvolvimento e a realização das sessões do curso de formação, momento que denominamos de processo formativo. A elaboração da sequência pautou-se, inicialmente, no levantamento das informações advindas das atividades até então

aplicadas, seguida de reformulação com base nas discussões e reflexões que surgiram ao longo do processo formativo. Quatro professores foram os pesquisadores e mediadores² desse processo.

Em relação à carga horária do curso, no total, foram realizados quatro encontros, quinzenalmente, com duração de quatro horas cada. Cabe ressaltar que, a fim de evitar que possíveis dados pudessem passar despercebidos durante a pesquisa de campo, além dos registros escritos pelos professores ao resolverem as atividades, houve o registro, por meio de filmagem, das discussões e reflexões emergentes durante todo o processo formativo.

Por fim, a quarta etapa tratou da interpretação e da análise das produções e das discussões apresentadas pelos professores enquanto participantes do processo formativo, tendo como base os estudos de Ball, Thames e Phelps (2008), realizados a partir da Teoria dos Conhecimentos de Shulman (1986), as concepções acerca da prática reflexiva dos professores, verificadas em estudos de Dewey (1959), Schön (1992) e Zeichner (1993, 2008), e o Letramento Estatístico abordado nos trabalhos de Gal (2004).

1.5 Caracterização da pesquisa

O presente trabalho possui natureza qualitativa, além de possuir algumas características do *Design Experiments*, nas perspectivas de Cobb, Confrey, diSessa, Lehrer e Schauble (2003). Para eles, essa metodologia se refere a um modelo de pesquisa dinâmica, que ao longo de seu desenvolvimento pode sofrer alterações, sendo possível uma revisão contínua das teorias desenvolvidas, sem que haja uma limitação em apenas testar outras teorias aceitas. Uma aplicação de aspectos dessa metodologia de pesquisa a nossa investigação pode ser observada, considerando-se um contexto de discussão, intervenção e reflexão, a partir da investigação de conhecimentos docentes para o ensino de MTC que podem ser desenvolvidos para um aprimoramento no processo de ensino e de aprendizagem dessa temática. Para tanto, utilizamos as seguintes características apresentadas por Cobb et al. (2003) como base para o desenvolvimento do nosso processo formativo: previsão e reflexão do *design*, natureza altamente intervencionista e *design* interativo (ciclos de invenção e revisão).

² O Mediador 1 é o responsável pelos trabalhos realizados e contou com a colaboração dos Mediadores 2 e 3. O Mediador 4 realizou as filmagens e, em certos momentos, participou das discussões e reflexões emergentes durante o processo.

Com base em tais concepções e a partir dos resultados obtidos por meio de questionários iniciais apresentados ao grupo de professores participantes da pesquisa, realizamos um planejamento de como seria desenvolvido o curso de formação continuada. Este, diante de reflexões obtidas no decorrer de todo o processo investigativo, sofreria alterações a fim de se adequar às necessidades dos docentes e, consequentemente, favorecer o surgimento de novos conhecimentos. Além disso, buscou-se uma constante interação entre os participantes da formação e o pesquisador, por meio da realização de atividades, análises, discussões e reflexões desenvolvidas no âmbito do processo formativo.

Diante do exposto, ficam evidenciadas duas características marcantes em nossa investigação: a ênfase encontrava-se no processo e os resultados foram consequências de todo o estudo realizado.

A seguir, serão explicitados os referenciais teóricos utilizados como base tanto para planejar a formação, como para analisar os dados que serão coletados durante a pesquisa de campo.

1.6 Em busca de referências teóricas

Objetivando estabelecer parâmetros de base para analisar os resultados obtidos durante a investigação, recorremos a referenciais teóricos que apontassem estudos acerca da formação profissional do professor de Matemática e pesquisas que abordassem a reflexão sobre a prática docente. Inicialmente, realizamos um estudo das categorias de conhecimento de Shulman (1986): conhecimento do conteúdo, conhecimento pedagógico do conteúdo e conhecimento do currículo. Como o referido autor aborda a formação do professor de modo amplo, percebemos que seria interessante para a análise dos nossos dados a utilização de uma base referencial que tratasse dos conhecimentos profissionais docentes no campo da Matemática. Desta feita, recorremos, de forma mais aprofundada, aos trabalhos Ball, Thames e Phelps (2008).

Esse grupo de pesquisadores da Universidade de Michigan propôs um refinamento dos domínios dos conhecimentos de Shulman (1986), porém aplicados ao professor de Matemática, a saber: Conhecimento Comum do Conteúdo, Conhecimento Especializado do Conteúdo, Conhecimento Horizontal do Conteúdo; Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes; Conhecimento do Conteúdo e do Ensino; e, finalmente, Conhecimento Curricular do Conteúdo. Estas foram as categorizações tomadas como alicerce para a análise dos dados obtidos nesta investigação.

1.7 Instrumentos de Pesquisa

Para o desenvolvimento do presente trabalho investigativo foi necessária a utilização de quatro instrumentos de pesquisa, a saber: Questionário de Identificação de Perfil, Questionário Inicial, Atividades Práticas e Atividades Dissertativas.

O Questionário de Identificação do Perfil (Apêndice A), composto por seis questões, foi aplicado aos participantes da pesquisa logo no primeiro encontro do processo formativo. Nossa objetivo era coletar informações sociais e profissionais dos professores, de modo que compreendêssemos a trajetória laboral que haviam percorrido e identificar as características que definiam o grupo investigado. Além disso, as informações obtidas por meio do referido instrumento serviram de base para o planejamento das sessões formativas subsequentes.

O Questionário Inicial (Apêndice B), composto por oito questões discursivas, também foi aplicado no primeiro encontro da formação continuada. Este instrumento propiciou-nos verificar qual havia sido a experiência vivenciada pelos professores investigados frente ao ensino do conteúdo MTC, quais eram os conhecimentos que possuíam inicialmente acerca dessa temática e, por conseguinte, quais destes necessitariam ser discutidos. A análise dos resultados obtidos no referido questionário contribuiu para a elaboração das sessões formativas subsequentes, ao ponto que possibilitou vislumbrar quais as temáticas deveriam ser levadas à discussão e à reflexão entre os professores participantes.

As duas Atividades Práticas, desenvolvidas no segundo encontro e cuja temática era as MTC, abordavam situações apresentadas ao grupo investigado. Sua utilização favoreceu a uma maior interação entre os pesquisadores e os participantes da formação, de modo que estes se sentiram à vontade para expor seus conhecimentos, dúvidas e questionamentos.

Cada uma das cinco Atividades Dissertativas (Apêndice C) abordava uma situação-problema envolvendo a temática MTC e, assim como as atividades anteriores, não havia alternativas para limitação de respostas. Portanto, era solicitado aos professores que registrassem o raciocínio que haviam desenvolvido para solucioná-las, além de terem de apresentar, em alguns momentos, as justificativas para os posicionamentos por eles adotados. Algumas dessas atividades foram respondidas isoladamente pelos professores e outras, em grupo. Com isso, pretendíamos que eles, em princípio, refletissem isoladamente a respeito das características de cada uma das medidas estudadas e, posteriormente, expusessem seus conhecimentos ao grupo. Os mediadores ficaram incumbidos de conduzir a discussão desse segundo momento.

Ao final de cada encontro, realizava-se uma sistematização dos conteúdos trabalhados, com o propósito de enfatizar os conhecimentos emergentes durante toda a sessão formativa.

1.8 Critérios para a análise dos dados obtidos

Apesar de também julgarmos importante o procedimento de cálculo das MTC, consideramos, em nossa investigação, os significados relacionados a tais medidas como essenciais a serem levados à reflexão e discussão entre os professores. Ao encontro de tal perspectiva, imediatamente após a realização das atividades propostas na formação, instigávamos os professores participantes a apresentarem suas concepções e questionamentos a todo o grupo.

Quanto aos dados considerados, serão analisados tanto os registros escritos dos participantes dessa investigação, bem como as discussões e reflexões apresentadas por estes professores, as quais foram registradas em vídeos.

Como fundamentação teórica, recorremos aos estudos de Ball, Thamés e Phelps (2008) – a fim de explorar os conhecimentos profissionais docentes desenvolvidos durante o processo investigativo –, Gal (2004) – abordando a capacidade de interpretação, compreensão e discussão de informações estatísticas – e Dewey (1959), Schön (1992) e Zeichner (1993, 2008), para analisar a reflexão sobre a prática verificada nas falas dos professores participantes desta pesquisa.

CAPÍTULO 2 – REVISÃO DE LITERATURA E FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Este capítulo aponta quais foram as bases utilizadas para o desenvolvimento desta pesquisa e encontra-se subdividido em duas partes. Na primeira, intitulada Revisão de Literatura, é apresentado o levantamento de pesquisas realizadas na área, o que nos possibilitou ter conhecimento de parte daquilo que já fora investigado em relação às MTC. Na segunda parte, nomeada Fundamentação Teórica, abordam-se estudos acerca de conhecimentos vinculados ao processo de ensino e de aprendizagem e de reflexão sobre a prática docente, o que nos garantiu um olhar adequado e crítico para o desenvolvimento e aplicação das sessões de formação, além de suporte para analisar os resultados obtidos. Assim sendo, inicialmente serão apresentados estudos que retratam as dificuldades e limitações observadas entre alunos quanto ao conteúdo MTC. Na sequência, esses aspectos também serão apontados sob a perspectiva do conhecimento dos professores de Matemática. Por fim, serão expostos estudos que apresentam as categorizações dos conhecimentos profissionais do professor de Matemática e que versam a respeito da reflexão sobre a prática docente, os quais constituirão nossa fundamentação teórica.

2.1 Revisão de literatura

Como base para nossa investigação, fez-se necessário o levantamento de pesquisas que tratassem do tema MTC, tanto em relação à aprendizagem dos estudantes quanto à formação de professores – seus conhecimentos e suas concepções. A seguir, são apresentados alguns estudos que abordam tal ótica.

2.1.1 Investigações que discutem as dificuldades de alunos frente ao conteúdo MTC

Apesar de nossa investigação ter como foco a linha de pesquisa *Formação de Professores que Ensinam Matemática*, julgamos que seria importante recorrer a estudos que apontassem um panorama de concepções de alunos frente à temática MTC, uma vez que as dificuldades por eles vivenciadas poderiam ter como uma de suas possíveis causas as limitações dos conhecimentos profissionais de professores frente ao respectivo conteúdo.

Dentre os estudos que tratam de tais aspectos, destacamos seis deles em razão de suas

contribuições para esta pesquisa. Buscamos em estudos internacionais, como os de Strauss e Bichler (1988), Carvalho (1998) e Batanero (2000), compreender melhor algumas dificuldades dos estudantes quando tratam do tema aqui discutido. Procuramos no estudo de Stella (2004), realizado no Brasil, mais elementos que nos permitissem compreender o processo de aprendizagem de alunos brasileiros. Além disso, recorremos a outras evidências para desenvolver essa investigação em estudos um pouco mais recentes, como os de Balderas, Batanero, Cobo e Mayén (2007) e de Batanero, Díaz, Contreras e Roa (2013).

A investigação de Strauss e Bichler (1988), realizada com 80 jovens (sendo 20 de cada uma das faixas etárias de 8, 10, 12 e 14 anos) da classe média do subúrbio do norte da cidade de Tel Aviv (Israel), buscou levantar quais as possíveis dificuldades que os alunos enfrentariam em relação à média. Para tanto, os autores desse estudo apresentaram sete propriedades da média, a saber:

A) a média está localizada entre os valores extremos; B) a soma dos desvios dos números em relação à média é zero; C) a média é influenciada por valores que são diferentes da própria média [ao incluir mais um dado na sequência e este for diferente da média, esta será alterada]; D) a média não é necessariamente igual a um dos valores do conjunto de dados analisado; E) a média pode ser uma fração e não ter uma contrapartida na realidade física [ser de natureza numérica diferente da natureza dos dados que estão sendo analisados]; F) quando calculamos a média, o valor nulo, se ele aparecer, deve ser considerado no cálculo; G) o valor da média é representativo para os valores que a compõem. (STRAUSS e BICHLER, 1988, p.66, tradução nossa³)

Os resultados que Strauss e Bichler (1988) obtiveram em seus estudos possibilitou-lhes constatar que algumas dessas propriedades eram muito abstratas entre os alunos: a soma dos valores de desvios de cada um dos elementos do conjunto em relação à média ser igual a zero; a possibilidade de a média ser uma fração mesmo que tal valor não tenha sentido no contexto real analisado (maior frequência de erros entre os alunos de oito anos de idade); necessidade de todos os valores do conjunto estudado, inclusive os nulos, serem considerados para a obtenção da média; e a média ser um valor representativo entre os valores analisados.

Vale ressaltar que nesta investigação discutimos tais propriedades em algumas das sessões de formação e as utilizamos também em nossa análise das informações coletadas no processo formativo.

Quanto aos estudos realizados por Batanero (2000) em sua investigação acerca de dificuldades de estudantes na compreensão das MTC, embasados nos resultados apontados

³A) the average is located between the extreme values; B) the sum of the deviations from the average is zero; C) the average is influenced by values other than the average, D) the average does not necessarily equal one of the values that was summed; E) the average can be a fraction that has no counterpart in physical reality; F) when one calculates the average, a value of zero, if it appears, must be taken into account; G) the average value is representative of the values that were averaged. (STRAUSS e BICHLER, 1988, p. 66)

por Carvalho (1998), são apresentados outros erros comuns de alunos ao calcularem a média, além daqueles relacionados às medidas mediana e moda:

Moda: adotar a maior frequência absoluta [nessa situação o aluno identifica o elemento que aparece mais vezes no conjunto de dados analisado, mas aponta como moda o valor da frequência absoluta que ele possui]. Mediana: não ordenar os dados para calcular a mediana; calcular o dado central das frequências absolutas ordenadas de forma crescente [em vez de identificar qual dos elementos do conjunto de dados é o que se encontra no centro da sequência quando ordenada, o aluno ordena as frequências absolutas e aponta aquela que está localizada na posição central dentre todas as frequências dos dados analisados]; calcular a moda em vez da mediana; equivocar-se ao calcular o valor central. Média: encontrar a média dos valores das frequências [em vez de calcular a média entre os valores dos dados analisados, o aluno realiza o cálculo da média dos valores das frequências absolutas desses dados]; não considerar a frequência [os alunos realizam o cálculo da média apenas com os valores absolutos dos dados sem considerar o número de vezes que estes aparecem no conjunto de dados analisado]. (CARVALHO, 1998 apud BATANERO, 2000, p.7, tradução nossa⁴)

Além disso, Batanero (2000), ao realizar uma pesquisa de revisão bibliográfica, tratando da análise dos significados das medidas de posição e da descrição das dificuldades que os alunos apresentam em relação a sua compreensão, aponta a necessidade em se trabalhar com os estudantes com atenção quanto aos significados que as palavras e os números possuem, em contextos específicos, a fim de que eles realmente compreendam o que essas medidas podem lhes fornecer de informação.

No Brasil, Stella (2004), a partir dos resultados obtidos em sua pesquisa desenvolvida com sete alunas do Ensino Médio de uma escola pública na cidade de São Paulo, verificou que, apesar do fato de muitas das estudantes terem resolvido corretamente os exercícios de média aritmética, não havia um domínio pleno sobre a conceituação dessa medida e de seus significados, mas apenas uma memorização do procedimento de cálculo. Ademais, a autora, com base em seus resultados, sugere que:

(...) dependendo do tipo de questão, os estudantes interpretam média como moda e/ou mediana, e, além disto, não estão acostumados a distinguir as diferentes medidas de tendência central ou estabelecer qual a melhor medida a ser utilizada. (STELLA, 2004, p. 17)

Dentre estudos mais recentes, também são observadas limitações de conhecimento desse conteúdo por parte dos alunos. Balderas, Batanero, Cobo e Mayén (2007), por exemplo, decidiram realizar uma pesquisa com base nos resultados apontados por Cobo (2003) em sua investigação com estudantes espanhóis – faixa etária de 15 a 16 anos – acerca da compreensão

⁴Moda: Tomar la mayor frecuencia absoluta. Mediana: No ordenar los datos, para calcular la mediana; calcular el dato central de las frecuencias absolutas ordenadas de forma creciente; calcular la moda en vez de la mediana; equivocarse al calcular el valor central. Media: Hallar la media de los valores de las frecuencias; no tener en cuenta la frecuencia absoluta de cada valor en el cálculo de la media.(CARVALHO, 1998 apud BATANERO, 2000, p.7)

que detinham quanto ao conteúdo MTC, tendo como sujeitos alunos mexicanos – faixa etária de 17 a 18 anos. O objetivo dessas autoras era verificar se as dificuldades encontradas na pesquisa tomada como base seriam novamente evidenciadas, considerando-se que os sujeitos do novo estudo possuíam faixa etária superior aos anteriormente investigados. Entretanto, os resultados apontaram que muitos participantes das duas pesquisas enfrentam dificuldades comuns, como: não identificarem corretamente a definição nem o cálculo da média em uma situação de valores ponderados, bem como não reconhecerem a influência que valores discrepantes exercem sobre ela; em relação à mediana, desconhecerem a necessidade em ordenar os dados para sua determinação, não conseguirem defini-la em um contexto de ponderação, assim como em obtê-la quando o número de elementos do conjunto analisado for par. Outros aspectos interessantes observados pelas autoras foram as dificuldades que os alunos possuem em reconhecer que valores bem discrepantes afetam o valor da média e, portanto, estes deveriam ser descartados para o cálculo dessa medida, ou então que, em situações como essa, a mediana seria a medida mais adequada para representar a tendência central do conjunto de dados, devido a sua característica de não ser sensível a valores discrepantes.

Ainda em relação a essa limitação no processo de ensino e de aprendizagem, Batanero, Díaz, Contreras e Roa (2013) chamam a atenção para o modo como se encontra o ensino de Estatística nas escolas, no qual muitos alunos se formam sem que compreendam suas características e tão pouco saibam aplicá-las, resultado de um ensino sem sentido.

As pesquisas até então apresentadas nos chamam a atenção quanto ao aspecto de que mesmo que o aluno consiga calcular ou determinar o valor das MTC, isso não implica um domínio sobre o que o significado de tais valores, sua conceituação, nem, sobretudo, a inter-relação que possuem entre si. Isso nos aponta a importância de promover cursos de formação continuada, os quais possam favorecer à discussão e à reflexão entre os professores acerca da necessidade destes profissionais em ampliarem os conhecimentos dos alunos para além da compreensão dos procedimentos de cálculo.

2.1.2 Estudos relacionados à formação do professor, seus conhecimentos e concepções

Com vistas a obter subsídios para o desenvolvimento desta investigação, sobretudo do instrumento de pesquisa de levantamento dos conhecimentos iniciais dos professores antes do processo formativo, recorremos a estudos que tivessem investigado os conhecimentos profissionais docentes no campo da Estatística. Assim sendo, utilizamos a pesquisa

desenvolvida por Costa (2007) no interior de São Paulo, a qual se pautou na formação inicial e continuada de professores de Matemática da Educação Básica para ensinar Estatística, e estudos internacionais, de Buitrago e Ramírez (2013), cujos resultados revelam algumas limitações nos conhecimentos dos educadores por eles pesquisados frente ao conteúdo MTC.

Quanto à pesquisa de Costa (2007), houve a aplicação de um questionário a trinta professores de Matemática de 5^a a 8^a série que atuavam nas escolas públicas e privadas da região de Jundiaí/SP, além da realização de entrevista com três professores formadores. A autora verificou que a formação dos professores de Matemática em relação a conteúdos do campo da Estatística, seja inicial, seja continuada, reflete um “despreparo” desses profissionais para que tais conteúdos sejam trabalhados na educação básica. Segundo Costa (2007), essa formação inadequada acarreta, muito provavelmente, um ensino mecânico, carecendo de apreciação e julgamento dos dados.

Costa (2007) destaca, ainda, que ao professor cabe o papel de facilitador no processo de desenvolvimento da análise crítica e da compreensão estatística de seus alunos. Entretanto, esta mesma pesquisadora, ao se referir aos conhecimentos (disciplinares, pedagógicos da disciplina e curriculares) essenciais ao docente para trabalhar os principais conceitos concernentes à Estatística, aponta que isso ainda é uma situação não concretizada. Quanto ao ensino da Estatística aos professores em formação, Costa (2007) registra a necessidade desses profissionais não se aterem apenas ao curso de Licenciatura de Matemática:

A valorização do ensino de Estatística e o diálogo com a Matemática parecem ainda não ocorrer na nossa realidade escolar e nos cursos de formação de professores, em que os mesmos chegam ao final da licenciatura, na grande maioria das vezes, sem condições para trabalhar a Estatística em sala de aula. (...) a Estatística apresentada na licenciatura muitas vezes não é capaz de dar subsídios aos professores para atuar nas salas de aula, exigindo que busquem em cursos de formação continuada a capacitação para desenvolver os conteúdos da Estatística em sala de aula. (COSTA, 2007, p. 138)

Quanto aos conhecimentos profissionais docentes, Buitrago e Ramírez (2013) em sua pesquisa com quarenta e oito professores de escolas estaduais, na Venezuela, observaram limitações conceituais acerca de conhecimentos referentes às MTC, como, por exemplo, a maioria desses professores possuía como foco o procedimento para o cálculo da média, sem apresentar uma compreensão de seu significado. Em relação à mediana, os resultados também não foram favoráveis, pois alguns desconheciam essa medida e outros, apesar de terem a ideia de que ela representa um valor central dentre os elementos analisados, não se atentaram ao fato de que os dados deveriam estar ordenados.

Diante do panorama exposto, é possível identificar três aspectos importantes: o ensino

mecânico, o foco no procedimento e a escassez de análise crítica. Esses resultados nos serviram de base para elaborar as atividades iniciais, de caráter diagnóstico, que trabalhamos com os professores participantes da investigação, e para consubstanciar o planejamento das sessões formativas.

2.2 Fundamentação Teórica

Como nossa investigação tem como foco o professor de Matemática da Educação Básica, recorremos a autores que trataram da formação (inicial e continuada) e atuação profissionais docentes e do conhecimento estatístico para embasar o planejamento das sessões formativas e a análise dos dados coletados na pesquisa de campo. Assim sendo, adotamos os estudos de Ball, Thames e Phelps (2008) – que abordam as categorizações dos conhecimentos profissionais do professor de Matemática –, de Dewey (1959), Schön (1992) e Zeichner (1993, 2008) – os quais tratam das diversas variações acerca da reflexão docente –, e de Gal (2004) – que se referem à capacidade de interpretar, compreender e discutir informações estatísticas. A seguir serão explicitadas as fundamentações teóricas utilizadas em nossa pesquisa.

2.2.1 Fundamentação quanto aos Conhecimentos Profissionais Docentes

Em relação a autores que tivessem analisado quais conhecimentos seriam necessários ao professor para ensinar aos alunos da educação básica, exploramos, inicialmente, três categorias de conhecimentos, as quais foram apontadas por Shulman (1986) como imprescindíveis à atuação profissional docente: Conhecimento do Conteúdo Específico, Conhecimento Pedagógico do Conteúdo e Conhecimento do Currículo.

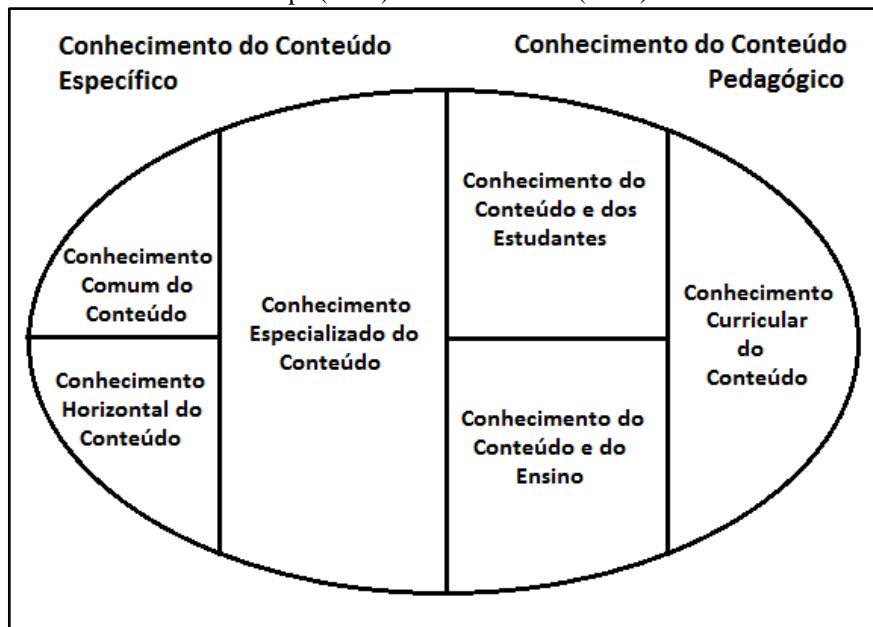
Como nossa investigação está inserida na linha de pesquisa *Formação de Professores que Ensoram Matemática* e os estudos do mencionado autor se referem a disciplinas de modo geral, fez-se necessário utilizar estudos que tivessem como foco o participante do nosso curso de formação continuada, ou seja, o professor de Matemática.

Desta feita, para a análise dos dados obtidos nessa investigação, sob o prisma do conhecimento profissional docente, adotamos como fundamentação teórica os estudos de Ball, Thames e Phelps (2008). Esse grupo de pesquisadores da Universidade de Michigan propôs um refinamento dos estudos de Shulman (1986) tendo como foco o professor de Matemática. O resultado foi a seguinte categorização: Conhecimento Comum do Conteúdo, Conhecimento Especializado do Conteúdo, Conhecimento Horizontal do Conteúdo; Conhecimento do

Conteúdo e dos Estudantes; Conhecimento do Conteúdo e do Ensino; e, finalmente, Conhecimento Curricular do Conteúdo.

A figura a seguir possibilita-nos verificar uma correspondência entre os domínios de conhecimento do conteúdo de ensino apontadas por Ball, Thamess e Phelps (2008) com base nas categorias Conhecimento do Conteúdo Específico e Conhecimento Pedagógico do Conteúdo, propostas Shulman (1986).

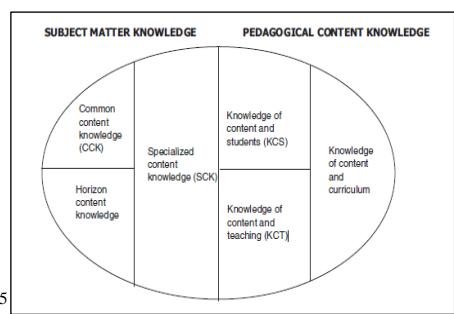
Figura 04 – Relação entre as categorias do conhecimento de Ball, Thamess e Phelps (2008) e as de Shulman (1986)



Fonte: BALL, THAMES E PHELPS, 2008, p.403, tradução nossa⁵

A partir da análise da figura acima apresentada, verificamos que o Conhecimento do Conteúdo Específico de Shulman (1986) é subdividido por Ball, Thamess e Phelps (2008) em Conhecimento Comum do Conteúdo, Conhecimento Especializado do Conteúdo e Conhecimento Horizontal do Conteúdo. Da mesma forma, estes autores realizam um refinamento do Conhecimento do Conteúdo Pedagógico de Shulman (1986) em três novas categorias: Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes, Conhecimento do Conteúdo e do Ensino e Conhecimento Curricular do Conteúdo.

O Conhecimento Comum do Conteúdo (BALL, THAMES e PHELPS, 2008) é o



conhecimento básico da Matemática que as pessoas utilizam em sua vida, como, por exemplo, saber utilizar fórmulas e teorias para resolver situações e problemas. Ou seja, apesar de não ser restrito ao professor, garante a este a capacidade de resolver situações que propõe a seus alunos, de reconhecer respostas erradas ou que o livro apresenta uma definição indevida e de utilizar corretamente termos e fórmulas específicas.

Por outro lado, o Conhecimento do Conteúdo Especializado (BALL, THAMES e PHELPS, 2008) não se limita ao conhecimento esperado por qualquer adulto educado, bem como não necessariamente seja familiar aos matemáticos, uma vez que esse domínio se refere aos conhecimentos mais aprofundados acerca do conteúdo matemático e que são exclusivos do professor, servindo-lhe de base para elaborar, organizar e planejar situações de aprendizagem. Assim sendo, o docente deve deter a habilidade de apresentar aos alunos conceitos matemáticos com exemplos que favoreçam a compreensão; saber avaliar e adaptar o conteúdo contido nos livros; bem como ser capaz de analisar e avaliar os argumentos dos estudantes.

Quanto ao Conhecimento Horizontal do Conteúdo, Ball, Thame e Phelps (2008) o identificam como aquele que se refere à capacidade do professor de inter-relacionar os temas matemáticos, tanto internamente à disciplina Matemática quanto em relação a outras áreas do saber, exigindo desse profissional o domínio de conhecimentos que tornem possíveis tais conexões.

Assim, esse domínio visa ao aprofundamento dos conteúdos apresentados pelo professor, ampliando a base de conhecimentos especializados.

Já o Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes (BALL, THAMES e PHELPS, 2008), é a associação entre o domínio do professor sobre o conteúdo matemático e o conhecimento acerca da realidade dos alunos. Neste contexto, o docente seria capaz de prever que tipos de respostas os estudantes podem apresentar, reconhecer quais as dificuldades por eles enfrentadas com base nos erros que cometem, além de abordar contraexemplos e contra-argumentos para discutir com seus alunos, de modo a guiá-los no aprendizado.

Ao se referir à capacidade do professor em ensinar, Ball, Thame e Phelps (2008) tratam da categoria Conhecimento do Conteúdo e do Ensino. De posse desse domínio e apoiado nos conhecimentos comum, especializado e horizontal do conteúdo, o docente tem a capacidade de selecionar e organizar as atividades e quais estratégias irá utilizar em sala de aula, de modo a apresentar uma sequência didática que favorecerá o aprendizado de seus alunos, por agir diretamente sobre as dificuldades por eles enfrentadas.

Finalmente, Ball, Thame e Phelps (2008), com base em estudos realizados por

Shulman (1986), apontam que nesse domínio o professor deve ter conhecimento de quais são as indicações e contraindicações curriculares; os materiais instrucionais que podem apoiar a sua prática de ensino, bem como aqueles que ele deveria evitar:

A segunda categoria, [em relação aos níveis de conhecimentos de Shulman (1986)] conhecimento curricular, é representado pela ampla gama de programas designados para o ensino de assuntos e tópicos particulares em dado nível, a variedade de materiais instrucionais disponíveis em relação àqueles programas. E o conjunto de características que atendem tanto as indicações e as contraindicações para o uso de determinado currículo ou materiais dos programas em circunstâncias específicas. (SHULMAN, 1986b apud BALL, THAMES e PHELPS, 2008, p.2, tradução nossa⁶).

A seguir, serão apresentados os estudos que abordam a reflexão sobre a prática docente e que serão utilizados na análise dos dados apresentados pelos professores participantes dessa investigação.

2.2.2 Fundamentação quanto à Reflexão da Prática Docente

Na década de 1990, houve o surgimento de uma nova concepção para o ensino, denominada *professor reflexivo*. Entretanto, a conceituação envolvida por tal expressão vai além da característica inata do ser humano de refletir, tratando-se, pois, de um movimento teórico de compreensão do trabalho docente (PIMENTA, 2005).

Na verdade, o filósofo norte americano John Dewey, no início do século XX, apresentou a reflexão como um conceito, cujos estudos, posteriormente, foram especialmente tomados como base⁷ por Donald Schön, professor de Estudos Urbanos no Instituto de Tecnologia de Massachusetts (MIT), para a proposição reformulações no currículo de formação de profissionais. (PIMENTA, 2005)

Inicialmente, Dewey (1959) apresentou em seus estudos o que seria uma experiência significativa capaz de promover o aprendizado. Assim, ele a identificou como sendo composta por dois elementos: o elemento ativo, representando a tentativa sobre a qual agimos e a ação de quem vivencia a situação; e o elemento passivo, que seria a consequência da ação adotada, ou seja, o retorno e as consequências obtidas como resultados do experimento.

A partir disso, Dewey (1959) define o pensamento, ou a reflexão, como sendo o

⁶ The second category, curricular knowledge, is “represented by the full range of programs designed for the teaching of particular subjects and topics at a given level, the variety of instructional materials available in relation to those programs, and the set of characteristics that serve as both the indications and contraindications for the use of particular curriculum or program materials in particular circumstances” (SHULMAN, 1986b apud BALL, THAMES e PHELPS, 2008, p.2).

⁷ Em sua tese de doutorado (1983), Schön estuda Dewey, além de Polanyi, Wittgenstein, Luria e Kunn. (PIMENTA, 2005, p.19)

discernimento entre nossa ação no experimento e aquilo obtido como consequência e que, não havendo reflexão (elemento intelectual), não é possível alcançar uma experiência significativa.

Ainda no tocante ao ato de pensar, o referido autor acrescenta que, quando uma pessoa obtém apenas conhecimentos informativos, sem que haja reflexão sobre eles, ela enfrentará obstáculos para o desenvolvimento de sua inteligência.

Por outro lado, considerando o momento de uma reforma educativa, Schön (1992) critica a prática de serem criadas legislações de controle sobre as escolas, como, por exemplo, o que deve ser ensinado e se os professores seriam competentes para fazê-lo. Tal prática, conhecida como um modelo de regulação do centro para a periferia – o governo, na posição central, estabelece regulamentos para que sejam cumpridos pelas escolas –, conduziria a um ensino de obtenção de notas pelos alunos sem que necessariamente tivesse ocorrido o aprendizado. (SCHÖN, 1992)

Esse contexto de intervenção apontava para uma crise no conhecimento profissional, que, “na educação, (...) centraliza-se num conflito entre o **saber escolar** e a **reflexão-na-ação**”. (SCHÖN, 1992, p. 80, grifo nosso)

O primeiro elemento – o saber escolar –, supostamente tido como de domínio dos professores, trata-se do conhecimento técnico, pautado em fatos e teorias aceitas, cuja transmissão aos alunos, em uma progressão de níveis de complexidade, promove um conhecimento avançado. (SCHÖN, 1992)

Em relação ao segundo termo supracitado, Schön (1992), com base em estudos de Polanyi (1967), define como uma possível forma de reflexão-na-ação o momento em que o professor auxilia o aluno a inter-relacionar o conhecimento-na-ação – conhecimento tácito, obtido no quotidiano, experimental, intuitivo – ao saber escolar. Schön (1992) acrescenta, ainda, apoiando-se em estudos de Israel Scheffler, em Növoa (1992), outra dimensão para a reflexão-na-ação, a qual se baseia na confusão e incerteza, cabendo ao professor reflexivo reconhecer tanto em seus alunos o momento em que se sentirem confusos no processo de aprendizado, bem como em si próprio as confusões enfrentadas ao buscar entender o pensamento desenvolvido pelo estudante.

Ademais, Schön (1992) identifica o processo de reflexão-na-ação como aquele em que não é exigido o uso de palavras, subdividindo-o em quatro momentos: primeiramente o professor se surpreende frente à ação do aluno; na sequência ele reflete acerca do questionamento ou da ação do aluno, buscando compreender por qual motivo fora surpreendido; numa terceira fase, o docente reformula o problema visando compreender o pensamento do estudante (levantamento de hipótese); e, por fim, ele testa a hipótese

formulada por meio de um experimento com o aluno. Entretanto, quando o professor, em um momento posterior, busca refletir sobre o que ocorreu durante os quatro momentos mencionados, tem-se a reflexão sobre a reflexão-na-ação, cujo processo exige o uso de palavras para descrevê-lo. (SCHÖN, 1992)

A partir das contribuições de Schön, em 1983, com a publicação do livro *O profissional reflexivo*, vivenciou-se um momento no qual houve um aumento expressivo de produções científicas em todo o mundo acerca da temática da prática reflexiva na formação docente, vindo à discussão por formadores de educadores de diferentes países a importância da prática reflexiva no processo de formação de professores reflexivos. (ZEICHNER, 2008) Como consequência, Zeichner (2008) aponta em seus estudos o surgimento de um *slogan* quanto ao ensino reflexivo para que os formadores de educadores justificassem seus programas, perdendo-se o significado inicial.

O que estamos testemunhando é um tipo de colonização conceitual, na qual termos, como reflexão, tornaram-se de tal forma parte integrante do jargão educacional que, ao não usá-los, corre-se o risco de ficar de fora da tendência em Educação. Todos embarcam, sob a bandeira da conveniência, e o termo é usado para descrever tudo que acontece no ensino. O que não é revelado é a bagagem teórica, política e epistemológica que as pessoas trazem consigo. (SMYTH, 1992 apud ZEICNHER, 2008, p.538)

Além disso, Zeichner (2008), com base em estudos de Cochran-Smith e Lytle (1993), acrescenta que o movimento da prática reflexiva abrange a postura ativa que o professor deve assumir nas reformas escolares, não sendo apenas um receptor de conhecimentos novos oriundos de pesquisas de universidades, mas contribuindo com suas teorias no desenvolvimento da prática de ensino. Ainda com base nessa concepção, o autor acrescenta que “o processo de compreensão e de melhoria de seu próprio ensino [do professor] deve começar da reflexão sobre sua própria experiência e que o tipo de saber advindo unicamente da experiência de outras pessoas é insuficiente” (ZEICHNER, 2008, p.539).

Zeichner (2008) também descreve em seus estudos alguns aspectos que podem criar a ilusão de desenvolvimento da reflexão na formação docente e de transferência de poder aos professores, limitando o desenvolvimento desses profissionais:

- 1) o foco sobre a ajuda aos professores para melhor reproduzirem práticas sugeridas por pesquisas conduzidas por outras pessoas e uma negação da preparação dos docentes para exercitarem seus julgamentos em relação ao uso dessas práticas; 2) um pensamento “de meio e fim”, o qual limita a essência das reflexões dos professores para questões técnicas de métodos de ensino e ignora análises dos propósitos para os quais eles são direcionados; 3) uma ênfase sobre as reflexões dos professores sobre o seu próprio ensino, desconsiderando o contexto social e institucional no qual essa atividade acontece; e 4) uma ênfase sobre como ajudar os professores a refletirem individualmente. (ZEICHNER, 2008, p.544)

Antevendo tal limitação, Zeichner (1993) já apontava que o ensino reflexivo desenvolvido pelo professor deveria inter-relacionar sua prática com o contexto social em que

ele estiver inserido. Assim, o professor também deve considerar os aspectos político, democrático e emancipatório de sua prática reflexiva, sem ignorar a relação entre a raça e a classe social do aluno aos aspectos de acesso ao ensino e sucesso escolar. Outra perspectiva apresentada pelo autor é a necessidade de encarar a reflexão como prática social, construindo-se comunidades de aprendizagem compostas por professores que se ajudem na busca pelo crescimento coletivo, criando-se condições para mudança institucional e social.

Além dos conceitos de reflexão docente apresentados nesta seção, adotaremos como fundamentação teórica o Letramento Estatístico verificados em estudos de Gal (2004), os quais serão expostos a seguir.

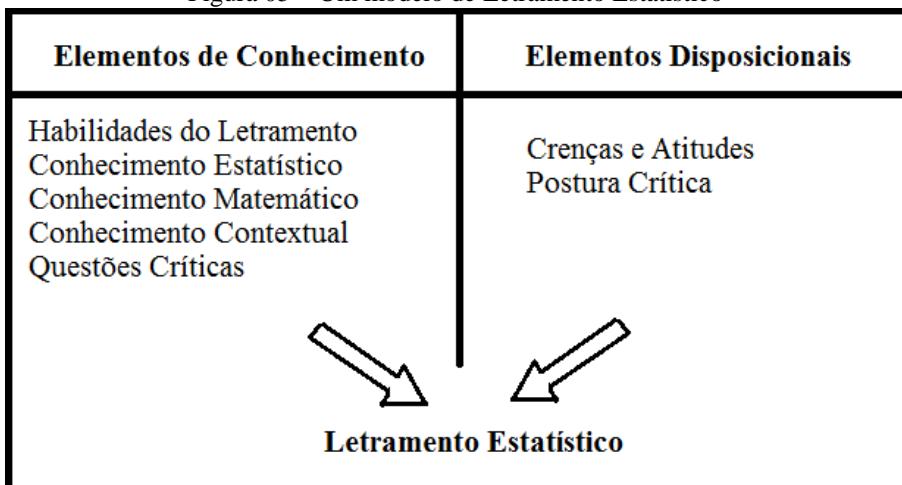
2.2.3 Fundamentação quanto ao Letramento Estatístico

Antes de abordarmos estudos que tratem de Letramento Estatístico, é necessário apresentar qual o conceito de letramento que utilizaremos nessa investigação.

Em vista disso, recorremos a estudos da Professora Doutora em Educação, Magda Becker Soares. Em seu livro *Letramento: Um tema em três gêneros* (2009), a pesquisadora traz à discussão o surgimento do mencionado termo e o significado que envolve a qualidade de quem o possui. Inicialmente, Soares (2009), para atribuir significado à nova expressão na área da educação, recorre à palavra inglesa *literacy*, cuja tradução se refere à condição da pessoa que é letrada. Entretanto, a autora nos chama a atenção para o aspecto de que o letramento vai além da alfabetização. Para ela, é possível que uma pessoa alfabetizada não seja letrada. Isso porque a alfabetização é o saber ler e escrever, enquanto o letramento se refere à condição que o indivíduo assume frente à sociedade quando ele domina as práticas de leitura e escrita, acarretando consequências sociais, culturais, políticas, econômicas, cognitivas e linguísticas. (SOARES, 2009)

A partir de tal definição e tomando-se como base os estudos de Gal (2004), o referido autor considera que, principalmente para o homem que vive em uma sociedade industrializada, ou seja, em constante evolução, é necessário que haja o desenvolvimento do Letramento Estatístico. O autor propõe uma ação conjunta de dois grupos de componentes – os elementos de conhecimento e os elementos disposicionais –, que leva a esse letramento, como é possível observar no modelo sintetizado na Figura 05.

Figura 05 – Um modelo de Letramento Estatístico

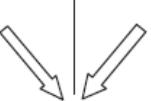


Fonte: GAL, 2004, p.51, tradução nossa⁸

De acordo com os estudos de Gal (2004), os Componentes de Conhecimento constituem a base para que o indivíduo interprete e avalie criticamente as informações estatísticas surgidas em diversos contextos, inclusive quanto a sua aplicabilidade e confiabilidade.

O primeiro elemento refere-se às Habilidades do Letramento, as quais se relacionam a compreensão de texto estatístico. Gal (2004) considera que as habilidades de alfabetização necessárias para a literacia estatística vão além da compreensão do texto em prosa, incluindo a leitura de quadros, tabelas ou exibições gráficas. Nesse sentido, concordamos com Sera (2016) que, ao interpretar o autor, descreve que, para o desenvolvimento de tal habilidade, é necessária a “(...) compreensão de termos específicos que podem ter significados diferentes quando empregados na linguagem coloquial e também engloba a alfabetização documental, como a interpretação de informações apresentadas em listas, índices, gráficos ou tabelas inseridas no corpo de textos de jornais ou revistas, por exemplo”. (SERA, 2016, p.34)

Quanto aos Conhecimentos Estatísticos, Gal (2004) aponta que estes não podem ser discutidos em termos absolutos, ou seja, não basta fazer um levantamento dos conteúdos estatísticos importantes em um currículo escolar. Na verdade, os conhecimentos básicos estatísticos dependerão do nível de letramento estatístico esperado pelo cidadão para que ele

Knowledge elements	Dispositional elements
Literacy skills Statistical knowledge Mathematical knowledge Context knowledge Critical Questions	Beliefs and Attitudes Critical stance
 Statistical Literacy	

⁸

(GAL, 2004, p.51)

possa exercer as atividades no contexto social que vivencia. Assim, uma lista de conteúdos a ser incluída num currículo pode ser suficiente para alguns estudantes, porém, para outros, poderia ser necessário o acréscimo de outros tópicos, ou a exclusão de alguns deles. Entretanto, Gal (2004) aponta cinco peças-chave de uma base de Conhecimento Estatístico: saber por que os dados são necessários e como eles podem ser produzidos; familiarizar-se com termos e conceitos básicos relacionados com a estatística descritiva; familiarizar-se com termos e ideias básicas relacionadas a gráficos e tabelas; compreender noções básicas de probabilidade; e saber como conclusões e inferências estatísticas são obtidas.

Em relação aos Conhecimentos Matemáticos, Gal (2004) esclarece que, apesar de computadores realizarem tarefas automaticamente na realização de cálculos, há a necessidade de que o indivíduo desenvolva habilidades matemáticas que lhes permitam executar procedimentos matemáticos utilizados na produção de indicadores estatísticos, ou até mesmo a interpretação correta de números utilizados em relatórios estatísticos. Um dos exemplos apresentados por Gal (2004) refere-se à obtenção da média. O autor defende que, quando a pessoa sabe calcular o valor dessa medida, haverá um favorecimento para que ela perceba como valores discrepantes em um conjunto de dados pode distorcê-la, de modo que não seja aconselhável considerá-la para representar o centro da distribuição.

Já o Conhecimento Contextual refere-se à interligação entre as mensagens estatísticas e a capacidade do indivíduo de contextualizá-la. Tal conhecimento é assinalado por Gal (2004) como o principal determinante para o leitor na percepção de variação e erro, pois se o indivíduo não estiver familiarizado com o contexto em que os dados foram colhidos, dificulta-lhe reconhecer, por exemplo, o porquê de ter ocorrido uma diferença entre os grupos investigados, ou mesmo detectar possíveis erros em um estudo.

Ainda em relação aos Elementos do Conhecimento, temos, finalmente, as Questões Críticas. Nesse aspecto, Gal (2004) indica tal componente como a capacidade do indivíduo de verificar a validade das mensagens veiculadas pela mídia, analisando sua razoabilidade, bem como a natureza e a credibilidade das informações que lhes são transmitidas. Além disso, o autor sugere algumas questões que podem ser utilizadas como artifícios para analisar mensagens estatísticas. De modo geral, elas se referem a questionamentos que o indivíduo deve se fazer para verificar a validade da informação, como por exemplo, qual seria a origem dos dados, se a amostra é representativa, qual a confiabilidade dos instrumentos utilizados na coleta dos dados e se os dados discrepantes deturpam a verdadeira informação. (GAL, 2004)

Cabe ressaltar que, apesar dos Elementos do Conhecimento propostos por Gal (2004) terem sido apresentados de forma isolada, eles se sobrepõem e não funcionam de forma

independente.

Em relação aos Elementos Disposicionais propostos por Gal (2004) em seu modelo para o desenvolvimento do Letramento Estatístico, verifica-se a relação entre três conceitos distintos, porém relacionados: Crenças, Atitudes e Postura Crítica. Eles correspondem à capacidade da pessoa em se posicionar frente a informações estatísticas, com capacidade para discuti-las e argumentá-las, além de expor suas opiniões e suas conclusões.

Mais especificamente, Gal (2004), com base em estudos de Frankenstein (1989), aponta que o indivíduo, para o desenvolvimento da Postura Crítica, deve questionar-se quanto às informações recebidas, que podem ser enganosas, tendenciosas, incompletas, seja intencionalmente ou não, assumindo, pois, um posicionamento crítico.

Finalmente, por um lado temos a Atitude, que se refere a sentimentos intensos que se desenvolvem gradualmente, relativamente estáveis, e relacionados a tópicos, objetos e/ ou ações. Já as Crenças necessitam de tempo para se desenvolverem, são opiniões e ideias individuais que podem ser, por exemplo, sobre si mesmo ou sobre o contexto social. Além disso, as Crenças possuem componente cognitivo maior e são mais resistentes a mudanças quando comparadas às Atitudes.

Nesse sentido, consideramos que os pressupostos discutidos neste capítulo foram essenciais para embasar a elaboração do questionário inicial apresentado aos professores, o qual nos permitiu analisar os conhecimentos explicitados por eles no início do processo formativo, além do propósito em utilizá-los nas análises dos conhecimentos emergentes durante o processo formativo.

No próximo Capítulo, serão apresentadas as análises dos questionários, bem como a configuração do processo formativo.

CAPÍTULO 3 – ANÁLISE DOS QUESTIONÁRIOS E CONFIGURAÇÃO DO PROCESSO FORMATIVO

Além de executarmos o levantamento documental e bibliográfico apontados nos capítulos anteriores, decidimos verificar a trajetória pessoal e profissional dos professores participantes da formação, por meio das respostas individuais por eles apresentadas em dois instrumentos de pesquisa: no Questionário de Identificação de Perfil e no Questionário Inicial. Tais registros possibilitou-nos determinar as características do público investigado, identificar suas necessidades e seus interesses e, consequentemente, ter subsídios para planejar as sessões formativas, de modo a atender tanto aos anseios dos referidos docentes quanto ao objetivo de pesquisa proposto. Assim sendo, neste capítulo apresentaremos a análise dos referidos dados e como tais informações foram utilizadas no desenho do processo formativo.

3.1 Questionário de Identificação de Perfil: caracterização dos professores participantes da investigação

Logo no primeiro encontro, os participantes do curso de formação responderam o Questionário de Identificação de Perfil, composto por seis questões que versavam a respeito de características pessoais e profissionais dos professores a serem investigados. Os subsídios obtidos a partir deste instrumento foram utilizados para elaborar as demais sessões formativas. Cabe ressaltar que, para nos referir aos quatorze⁹ professores integrantes do grupo investigado, utilizaremos as letras (A), (B), (C), ...e (N), a fim de garantir o sigilo de suas identidades.

Em relação à formação profissional, verificamos que todos os professores possuem curso de Licenciatura em Matemática, sendo que um deles realizou sua formação em instituição pública, na Universidade Estadual de São Paulo, e os demais, em instituição privada de ensino superior.

A média da idade dos participantes é de 45 (quarenta e cinco) anos, com desvio-padrão igual a nove, aproximadamente. O tempo de atuação profissional apresentou uma média de 15 (quinze) anos, com desvio-padrão de valor igual a sete. Ao realizar a análise dos

⁹ Apesar dos professores A, F, H, M e N não terem participado de uma das sessões formativas, optamos por utilizar seus relatos na análise de dados desta investigação. Além do fato da nossa pesquisa científica ser de caráter qualitativo, tal posicionamento deve-se, sobretudo, à circunstância de que as contribuições de cada um desses participantes compõem as análises e discussões coletivas emergentes durante o processo investigativo.

dados referentes a esses dois aspectos, em conjunto com os mencionados cálculos, as seguintes informações podem ser extraídas:

- O desvio-padrão igual a nove, correspondendo a 20% (vinte por cento) do valor da média a que se refere, indica que as idades dos participantes encontram-se relativamente dispersas dentro da faixa etária do grupo investigado;
- Considerando a média de 15 (quinze) anos de atuação no ensino e o valor do desvio-padrão representar quase 50% (cinquenta por cento) dessa medida, percebe-se que os tempos de prática docente dos integrantes encontram-se bem dispersos dentro do grupo investigado;
- Não foi verificada uma correlação entre a idade dos participantes e o tempo de atuação no ensino, o que pode ser observado, por exemplo, entre os professores B, E e I, que pertencem à faixa etária dos que estão acima dos 50 anos, mas lecionam há quatro, vinte e cinco e três anos, respectivamente.

Quanto ao segmento da educação básica em que atuam, verificou-se que três participantes lecionam apenas no ensino fundamental, quatro, apenas no ensino médio; e os demais, no Ensino Fundamental e Médio. Essa informação nos serviu de base para determinar o enfoque a ser atribuído às atividades a serem desenvolvidas nas sessões formativas subsequentes, de modo a atender às perspectivas do grupo de professores.

Em relação à Diretoria de Ensino a que pertencem (Norte II, Guarulhos Norte, Guarulhos Sul e Itapetininga), verificamos que todos os participantes da pesquisa atuam em escolas públicas do Estado de São Paulo.

A seguir, será apresentada a análise obtida dos dados coletados no Questionário Inicial.

3.2 Questionário Inicial: perspectivas dos professores em relação ao conteúdo MTC

Além do levantamento do perfil dos participantes, identificamos, por meio da análise dos dados obtidos com a aplicação do Questionário Inicial, a experiência vivenciada pelos professores investigados frente ao ensino do conteúdo MTC, os conhecimentos que os docentes possuíam inicialmente acerca dessa temática e, por conseguinte, quais destes conhecimentos necessitariam ser discutidos durante o processo formativo. A seguir será apresentada a análise das oito questões que compõem o referido instrumento de coleta de dados.

Na primeira questão, buscava-se identificar que conhecimentos os participantes julgavam ser necessários ao professor ao ensinar, na educação básica, o conteúdo MTC, ou

seja, média, mediana e moda. Assim sendo, os seguintes registros foram os mais indicados por eles: as quatro operações básicas (adicionar, subtrair, multiplicar e dividir); conhecer o conteúdo, seu significado e sua aplicação; e proporção.

Esses dados nos chamam a atenção para a importância dada às operações matemáticas básicas, característica com maior incidência entre os registros dos participantes. Acreditamos que isso, provavelmente, reflita a dificuldade encontrada por seus alunos em realizar os cálculos matemáticos para a obtenção dessas medidas.

Por outro lado, seis professores apresentaram uma visão diferente para esse assunto. De um modo geral, eles relataram que, para ensinar o conteúdo MTC, é necessário que o docente saiba sua aplicação, seus significados e sua importância na análise de dados estatísticos. Dentre tais participantes, o professor G, apesar de reconhecer a importância da aplicação dessas medidas, declarou, no início do curso, que esta era a sua maior dificuldade. (Figura 06).

Figura 06 – Resolução da questão 1 do Questionário Inicial realizada pelo Professor G

*Eu entendo que o professor deve saber com propriedade como utilizar essas medidas para trabalhar com os alunos e porque daquele estudo.
Essa é a minha maior dificuldade.*

Fonte: acervo pessoal

Ainda nessa linha de raciocínio, o professor N apresentou registros que vão ao encontro dos seguintes domínios dos conhecimentos apresentados por Ball, Thames e Phelps (2008): Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes, Conhecimento do Conteúdo e do Ensino e Conhecimento Horizontal do Conteúdo. Isso é evidenciado no momento em que o participante aponta que o docente deve ser capaz de investigar os conhecimentos dos alunos acerca dos conceitos, dos significados, da inter-relação existente entre as MTC e, sobretudo, de sua aplicação a fim de que possa lecionar o conteúdo (Figura 07).

Figura 07 – Resolução da questão 1 do Questionário Inicial realizada pelo Professor N

O professor precisa ter o conhecimento para investigar os conhecimentos dos alunos, como desenvolver os conceitos como a média, mediana e moda, o significado disso para o contexto, como se relacionam essas medidas, e principalmente quando devemos usar cada uma dessas noções.

Fonte: acervo pessoal

Esses dados nos confirmaram a importância em promovermos, entre os professores

participantes do curso, discussões e reflexões que tivessem como foco os significados das MTC, bem como a utilidade dessas medidas na análise e na interpretação de informações e no suporte para a tomada de decisões.

Na segunda questão, solicitamos aos participantes que informassem em quais séries haviam ensinado o conteúdo MTC e, diante da prática de ensino, quais teriam sido as dificuldades enfrentadas. Como no Currículo do Estado de São Paulo (2012) esse conteúdo consta relacionado em dois momentos – no 4º Bimestre da 5ª série/ do 6º ano do Ensino Fundamental e no 4º Bimestre do 3ª série do Ensino Médio – tínhamos a intenção de verificar como isso ocorre na prática entre os professores investigados. Nessa questão, portanto, dependendo das respostas apresentadas pelos participantes, poderíamos verificar, na categorização proposta por Ball, Thames e Phelps (2008), o Conhecimento Comum do Conteúdo e o Conhecimento Curricular do Conteúdo.

Os dados obtidos indicaram que três docentes (J, K e L) não haviam lecionado tal assunto. Os registros do professor L nos apontam uma limitação no Conhecimento Comum do Conteúdo, uma vez que o motivo por não ter ensinado essa temática a seus alunos foi a falta de conhecimentos básicos nessa área da Estatística (Figura 08). Considerando que esse professor pertence ao segmento do Ensino Fundamental e leciona a mais de 20 anos, é provável que ele tenha decidido trabalhar com séries/anos que não tivessem esse conteúdo em sua grade curricular, ou então desconsiderar a necessidade de abordar as MTC em suas aulas.

Figura 08 – Resolução da questão 2 do Questionário Inicial realizada pelo Professor L

Ainda não, por não ter conhecimentos básicos nessa parte da Estatística

Fonte: acervo pessoal

Dentre aqueles que tinham abordado tal temática em suas aulas, seis participantes ou não explicitaram ou não souberam dizer em que momento o fizeram. Nesse sentido, o professor M apresentou que não se recordava em que momento ensinou, mas que já o havia feito em algumas séries e que as dificuldades que enfrentou eram os exercícios não terem ligação com a realidade dos alunos (Figura 09).

Figura 09 – Resolução da questão 2 do Questionário Inicial realizada pelo Professor M

não, não digo quando eu ensinei, melhor mencionei em algumas séries, as dificuldades e que os exercícios que encontrei não tinha muita ligação com a realidade dos alunos

Fonte: acervo pessoal

Isso nos aponta que, provavelmente, alguns dos professores participantes desta investigação, apesar de serem da rede pública de ensino estadual paulista, ou não seguem, ou desconhecem os cronogramas propostos no Currículo do Estado de São Paulo para o conteúdo MTC, o que implicaria em uma limitação desses profissionais quanto ao Conhecimento do Conteúdo Curricular proposto por Ball, Thames e Phelps (2008).

Em relação às dificuldades emergentes durante o ensino desse conteúdo, apenas o professor F disse não as ter enfrentado, pois, segundo registros desse participante, as atividades propostas eram bem simples.

Em contrapartida, o professor A apontou que sua maior dificuldade era relacionar os cálculos ao material de apoio utilizado. Muito provável que esse professor, inicialmente, ensinava os procedimentos de cálculos das MTC em situações descontextualizadas, para depois buscar utilizá-los na interpretação e análise de situações práticas (Figura 10). Essa dificuldade enfrentada pelo professor poderia estar relacionada à pouca familiaridade com o Conhecimento Horizontal do Conteúdo MTC, na perspectiva de Ball, Thames e Phelps (2008), uma vez que nesse domínio o professor é capaz de apresentar situações, mesmo que pertencentes a outras disciplinas, para fazer uma inter-relação com o conteúdo trabalhado em sala de aula.

Figura 10 – Resolução da questão 2 do Questionário Inicial realizada pelo Professor A

Sim. Ensinei na 3ª série do Ensino Médio, quando havia a disciplina P.D. (Parte Diversificada), que em muitas unidades escolares era chamada de Atualidade. Observação: esse trabalho ocorreu por dois anos entre 2009 e 2010, com os alunos da Rede Estadual de Ensino. Naquele momento minha maior dificuldade, foi a de relacionar tais cálculos com os autores apresentados no material da Abil, e qual destinado para essas aulas, com os diversos gráficos ora mostrados.

Fonte: acervo pessoal

Ademais, dentre os relatos dos demais participantes desta investigação, que já lecionaram esse conteúdo em algum momento, houve o apontamento das seguintes dificuldades nesse processo de ensino: alunos terem dificuldades em realizar as operações básicas, em interpretar gráficos e em problemas mais teóricos; tempo insuficiente para trabalhar os conteúdos estatísticos na Educação Básica; e exercícios propostos não serem de aplicação ao cotidiano dos alunos.

De posse dessas informações, para planejarmos atividades que favorecessem a reflexão entre os participantes acerca de conteúdos mais próximos ao cotidiano do aluno, de modo que este pudesse vislumbrar as MTC como suporte na tomada de decisão, com base na interpretação dessas medidas e a inter-relação que possuem entre si.

Na terceira questão proposta no Questionário Inicial, solicitamos aos professores participantes desta investigação que comentassem a respeito da relação tempo disponível para as aulas e a quantidade de conteúdo a ser ministrado. Apenas três professores disseram não enfrentar dificuldades quanto a esse aspecto. Os demais, de um modo geral, se sentiam desconfortáveis com a quantidade de conteúdo a ser ensinado e o tempo disponível ser incompatível. Além disso, houve comentários específicos apresentados pelos participantes, como o do professor K, que citou a falta de interesse dos alunos e o pouco conhecimento que eles possuem, não sendo condizente com o ano em que estão matriculados, e o do professor L, que comentou a comum necessidade de ter de voltar em conteúdos já ministrados aos alunos e ensiná-los novamente, por falta de conhecimento por parte dos referidos estudantes.

A partir da quarta questão, o foco encontrava-se em situações que, de modo gradativo em nível de complexidade de resolução, envolvessem os conhecimentos acerca da temática MTC. Tal instrumento de pesquisa possibilitou-nos realizar uma investigação acerca de que concepções iniciais os professores de Matemática participantes de um processo formativo apresentavam em relação às MTC, à ótica da Educação Estatística e de seu ensino. Ao responder a nossa primeira questão norteadora, isso nos possibilitou visualizar possíveis aspectos das MTC que, ao planejarmos as sessões formativas, deveriam ser tratados com maior ênfase nas discussões e reflexões em grupo com os professores investigados.

Assim sendo, na questão quatro (Quadro 01) era necessário que os professores dominassem conhecimentos básicos dos procedimentos de cálculo das MTC de variáveis quantitativas discretas.

Quadro 01 – Questão 4 do Questionário Inicial

Calcule a média, a mediana e a moda dos seguintes valores: 2, 9, 9, 16 e 19.
--

Fonte: questão elaborada pelos autores

Observa-se que a quarta questão abordava conhecimentos básicos dos procedimentos de cálculo das MTC, bastando-se realizar os procedimentos de cálculo das três MTC para resolvê-la.

Os quatorze professores participantes da pesquisa demonstraram dominar os procedimentos de cálculo de média. Todavia, observamos que quatro deles efetuaram os

cálculos de forma equivocada. O professor B, por exemplo, apresentou a forma adequada de realizar o procedimento de cálculo dessa medida, porém, ao somar os valores dos dados da questão, obteve o número 45 em vez de 55, conforme podemos observar na Figura 11. Nesse sentido, mesmo considerando tal equívoco, ponderamos que ele demonstra ter habilidade matemática de executar os procedimentos de cálculo utilizados na produção da média em uma lista de valores.

Figura 11 – Resolução da questão 4 do Questionário Inicial realizada pelo Professor B

$$\bar{X} = \frac{2+9+9+16+19}{5}$$

$$\bar{X} = \frac{45}{5}$$

$$\bar{X} = 9$$

Fonte: acervo pessoal

Em relação ao cálculo da mediana, apenas o professor K resolveu de modo incorreto. Mesmo considerando o fato de os dados já estarem dispostos em forma de rol, ou seja, em ordem crescente, ele executou a soma de todos os valores e dividiu o resultado por 2. Tal procedimento demonstra que, possivelmente, o participante confundiu a posição central com o valor que representa a metade da somatória. Além disso, ao efetuar o cálculo, o participante não se atentou para o fato de que o número 27,5 está além do maior valor da sequência apresentada. Os registros do referido professor podem ser visualizados na Figura 12.

Figura 12 – Resolução da questão 4 do Questionário Inicial realizada pelo Professor K

Mediana = 27,5

$$\begin{array}{r} 27,5 \\ \hline 55 \end{array}$$

15

Fonte: acervo pessoal

Isso nos aponta, muito provavelmente, uma limitação em alguns elementos do conhecimento do modelo de Letramento Estatístico proposto por Gal (2004) em relação ao referido docente, como os de Conhecimentos Estatísticos – dominar conceitos estatísticos básicos –, e de Questão Crítica – saber criticar a razoabilidade do valor obtido para a mediana.

Ainda em relação à mediana, o professor D registrou duas resoluções: uma continha o valor correto para essa medida e a outra, incorreta, foi obtida a partir da média dos valores extremos da sequência de dados, procedimento justificado pelo participante por se tratar de

um conjunto com muitos elementos (Figura 13). Acreditamos que, de acordo com a justificativa apresentada por esse professor, é provável que ele tenha se confundido com a fórmula de obtenção do termo médio de uma Progressão Aritmética (PA) finita com número ímpar de termos. Isso porque, nesta situação, o resultado é obtido pela soma do primeiro com o último termo da sequência e o referido valor é dividido por dois.

Figura 13 – Resolução da questão 4 do Questionário Inicial realizada pelo Professor D

$\text{Med} = 2, 9, 19, 16, 19$

para conjuntos com muitos elementos

$$\text{Med} = \frac{2 + 19}{2} = \frac{21}{2} = 10,5$$

Fonte: acervo pessoal

Ao analisarmos o Questionário Perfil do Professor D, obtivemos a informação de que ele, naquele ano, estava lecionando no Ensino Fundamental II (6º ao 9º ano) e no Ensino Médio e que já trabalhou esse conteúdo com os alunos. O que nos chama a atenção é que essa limitação acerca de aspectos importantes desse conteúdo específico – por exemplo, a compreensão do significado de cada uma das fórmulas – por se referirem ao domínio do Conhecimento Comum do Conteúdo, segundo a perspectiva de Ball, Thames e Phelps (2008), impede até o desenvolvimento dos demais conhecimentos do docente, como, por exemplo, o Conhecimento do Conteúdo e do Ensino.

Vale ressaltar, ainda, que esse procedimento incorreto está intimamente vinculado ao significado de mediana, uma vez que tal medida, considerando um conjunto de dados com número ímpar de elementos e dispostos em forma de rol, é exatamente aquele valor que estiver na posição central. Dessa forma, isso também pode indicar lacunas no Letramento Estatístico do docente. Segundo a categorização de Gal (2004), tais aspectos podem ser relacionados a limitações nos Conhecimentos Estatísticos do referido professor, uma vez que o significado de mediana trata-se de conceitos básicos da estatística descritiva.

Quanto à determinação da moda, todos os professores a indicaram corretamente. Destacamos, ainda, que, em relação a esse grupo de professores, não encontramos os erros comuns apontados nos estudos de Carvalho (1998 apud BATANERO, 2000, p.7).

Para o planejamento das sessões formativas, observou-se que a grande maioria dos professores investigados demonstrou, na perspectiva de Gal (2004), desenvolvimento do nível de Letramento Estatístico. Da mesma forma, consideramos, sob a perspectiva de Ball, Thames e Phelps (2008), que grande parte desse grupo de professores possuía o Conhecimento Comum do Conteúdo relacionado ao cálculo de obtenção das MTC quando os dados fossem

variáveis quantitativas discretas. Assim sendo, poderíamos aprofundar os tópicos a serem discutidos com os professores, sobretudo quanto às propriedades e características da média, da mediana e da moda.

Na questão seguinte (Quadro 02) apresentamos uma tabela de frequência com dados discretos acerca do desempenho de alguns alunos em uma prova e era solicitado que calculasse as MTC das respectivas notas obtidas. Nossa objetivo era verificar se os professores reconheceriam a necessidade de ordenar os dados para a obtenção da mediana, bem como a dificuldade comum entre os alunos, como apontada na investigação de Carvalho (1998 apud BATANERO, 2000, p.7), de identificar quais são as variáveis da situação para que se determinem as MTC do conjunto analisado.

Quadro 02 – Questão 5 do Questionário Inicial

O quadro a seguir apresenta o desempenho de alunos em uma prova de Matemática. Calcule a média, a mediana e a moda das notas desses alunos.

Nota na Prova	Quantidade de alunos
0	1
2	1
9	4
6	8
7	6

Fonte: questão elaborada pelos autores

Quanto às resoluções apresentadas pelos professores, apenas o professor M se equivocou na determinação da média entre os valores. Ele não identificou corretamente qual coluna da tabela continha a variável estudada e qual coluna apresentava a frequência absoluta. Assim sendo, ele utilizou valores incorretos ao executar o cálculo da média, como, por exemplo, ao adotar o número 24 como representando o total de alunos, em vez de 20 (Figura 14).

Figura 14 – Resolução da questão 5 do Questionário Inicial realizada pelo professor M (cálculo da média)

O quadro a seguir apresenta o desempenho de alunos em uma prova de Matemática.
Calcule a média, a mediana e a moda das notas desses alunos.

Nota na Prova	Quantidade de alunos
0	1
2	1
9	4
6	8
7	6

= 24 alunos

$\text{média} = \frac{(1+4 \cdot 9 + 6 \cdot 8) + 7 \cdot 6}{24} = \frac{236 + 48 + 42}{24} = 5,3$

Fonte: acervo pessoal

Essa dificuldade apresentada pelo professor M nos aponta que seria interessante levar à discussão entre os professores a necessidade da identificação da variável, o que contribuiria

com o desenvolvimento, especialmente deste participante, das Habilidades do Letramento, do modelo proposto por Gal (2004).

Em relação à mediana, três professores a resolveram corretamente. Dentre os demais participantes, que não identificaram corretamente tal medida, o professor M, por exemplo, havia considerado o total de 24 alunos, conforme pode ser observado por meio de seus registros apontados na Figura 15.

Figura 15 – Resolução da questão 5 do Questionário Inicial realizada pelo professor M (cálculo da mediana)

$$\text{mediana} \left(\cancel{1} \cancel{2} \cancel{3} \cancel{4} \cancel{5} \cancel{6} \cancel{7} \cancel{8} \cancel{9} \cancel{10} \cancel{11} \cancel{12} \cancel{13} \cancel{14} \cancel{15} \cancel{16} \cancel{17} \cancel{18} \cancel{19} \cancel{20} \cancel{21} \cancel{22} \cancel{23} \cancel{24} \right) = \frac{24}{2} = 12$$

Fonte: acervo pessoal

Analizando os registros apresentados pelo docente, percebemos que ele, inicialmente, iria considerar a 12^a posição, porém cancelou tal resolução (riscando os registros) e adotou o número 12 para representar a mediana. Nota-se que, aliado ao fato de não ter conseguido discriminar corretamente a variável estudada e o consequente equívoco no quantitativo total de alunos, o referido professor não reconheceu que o próprio número 12 é maior do que os próprios dados analisados, o que impossibilita que tal valor seja uma MTC do conjunto analisado.

Esse mesmo aspecto foi observado nos registros do professor K, pois, mesmo tendo discriminado corretamente a variável e a frequência, ele apontou como mediana o número 64, que corresponde à metade de 128 (soma das notas multiplicadas pelo número de alunos).

Os demais professores, apesar de terem reconhecido quais seriam os números que representavam as variáveis, não se atentaram à necessidade de ordenar os dados contidos na tabela. Assim sendo, como a mediana seria a média entre os números contidos na 10^a e 11^a posições, esses participantes apontaram o número 6 indevidamente para essa medida.

Esses resultados em relação à mediana apontaram a necessidade de que, durante a realização do curso de formação continuada, levássemos à discussão e reflexão entre os participantes desta investigação conceitos básicos relacionados às MTC. Dentre tais conceitos, poderíamos abordar, por exemplo, que os valores de tais medidas não podem ser maiores ou menores que os extremos do conjunto analisado e que, para a obtenção da mediana, é necessário que os dados estejam organizados em forma de rol. Isso favoreceria o desenvolvimento do Letramento Estatístico dos professores em relação aos Conhecimentos necessários ao ensino dessa temática.

Quanto ao cálculo da moda, todos os participantes identificaram corretamente a nota 6 na prova como o valor de maior frequência dentre os dados da tabela.

Desta feita, reconhecemos que nos encontros formativos deveríamos apresentar atividades que favorecessem a reflexões sobre o conceito e os significados das MTC, sobretudo da mediana quanto ao aspecto da necessidade de estabelecer uma ordem (crescente ou descrente) entre os dados analisados. Cabe ressaltar que, apesar de apenas um professor ter apresentado dificuldade na identificação da variável a ser estudada, principalmente quando estas forem números de natureza igual à natureza das frequências absolutas, optamos em retomar tal aspecto na reflexão em grupo durante a formação.

A sexta questão (Quadro 03) trouxe aos professores um contexto prático de sala de aula. Apesar de fictícia, a situação-problema apresentada nos possibilitaria vislumbrar o significado que os professores tinham acerca da média antes da realização do curso.

Quadro 03 – Questão 6 do Questionário Inicial

A professora Maria fez o levantamento de quantos livros seus alunos haviam lido nas férias, conforme apresentado abaixo:

Aluno (a)	Quantidade de livros lidos
Luana	4
Thaís	3
Gefferson	1
Carlos	1
Paula	1

A partir disso, ela comentou com seus alunos: muito bem, pessoal! Em média, vocês leram dois livros nas férias!

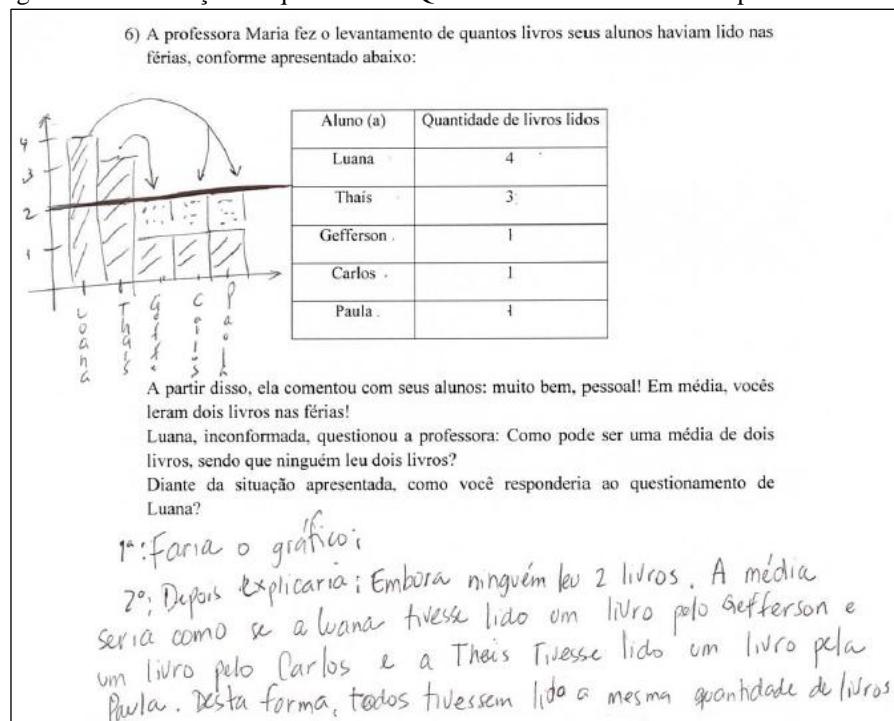
Luana, inconformada, questionou a professora: Como pode ser uma média de dois livros, sendo que ninguém leu dois livros?

Diante da situação apresentada, como você responderia ao questionamento de Luana?

Fonte: questão elaborada pelos autores

Frente à análise dos dados coletados, três participantes – Professores D, H e M – utilizaram de alguns artifícios para demonstrar o significado da média no contexto apresentado. O professor D (Figura 16) indicou que faria um esboço de um gráfico e trabalharia com a relação de compensação, ou seja, a quantidade de livros acima da média que Luana e Thaís leram compensaria o fato de Gefferson, Carlos e Paula terem lido apenas um livro.

Figura 16 – Resolução da questão 6 do Questionário Inicial realizada pelo Professor D



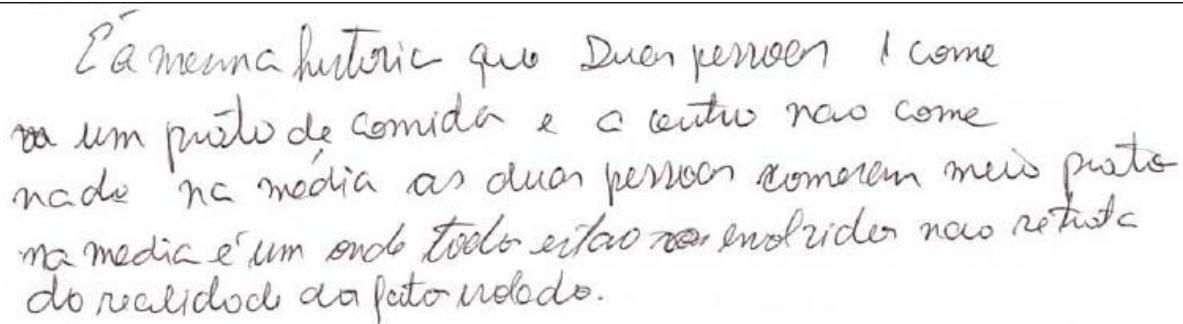
Fonte: acervo pessoal

Percebe-se que este professor reconhece propriedades da média, apontadas por Strauss e Bichler (1988), como, por exemplo, que a soma dos valores de desvios de cada um dos elementos do conjunto em relação à média é igual a zero e que a média não seja necessariamente igual a um dos valores do conjunto de dados estudado. Considerando a categorização dos domínios de conhecimentos apresentados por Ball, Thames e Phelps (2008), por meio destes aspectos o docente demonstra possuir além do Conhecimento Comum do Conteúdo, o Conhecimento do Conteúdo Especializado, pois se utiliza de conhecimentos mais aprofundados como base para elaborar situações de aprendizagem a fim de guiar a aluna de nossa situação-problema à resolução de seu conflito cognitivo.

Notamos que ele demonstrou atribuir significado à média por meio de gráfico, contextualizando os valores do enunciado. Nesse sentido, também consideramos que esse professor é letrado estatisticamente, por demonstrar Habilidades do Letramento, ao fazer uso de mecanismos e conhecimentos que embasem seu posicionamento, a fim de possibilitar que a aluna julgasse a razoabilidade de seu posicionamento. Mais que isso, Conhecimentos Estatísticos, ao demonstrar saber o conceito de que a média é um valor representativo entre os valores analisados. E, ainda, Conhecimento Contextual, quando o docente interliga a mensagem estatística – o valor da média – a um contexto – dizendo que na verdade ninguém leu dois livros, e sim os valores que se compensam numericamente.

Já o professor M (Figura 17) informou que utilizaria de outro exemplo para mostrar à aluna que a média não revela uma realidade isolada, pois todos os dados estão envolvidos.

Figura 17 – Resolução da questão 6 do Questionário Inicial realizada pelo Professor M



É a mesma história que duas pessoas 1 come
ra um prato de comida e a outra não come
nada na média as duas pessoas comem mais prato
na média é um onde todos estão envolvidos não reflete
a realidade do fato rebido.

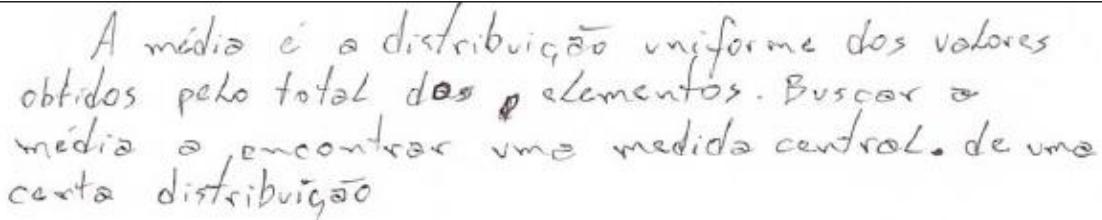
Fonte: acervo pessoal

A perspectiva apresentada pelo participante também é apontada por Strauss e Bichler (1988). Os autores discutem essa propriedade da média, ou seja, que esta medida possui a característica de ser um valor representativo para o conjunto de valores analisados. Nesse sentido, consideramos também que tal habilidade está relacionada ao Conhecimento do Conteúdo Especializado, na perspectiva de Ball, Thames e Phelps (2008), pois, assim como o professor D, o referido docente utiliza conhecimentos mais aprofundados como base para elaborar uma nova situação de aprendizagem.

O professor M utilizou-se de elementos de Letramento Estatístico, como as Habilidades de Letramento, Conhecimentos Estatísticos e Conhecimento Contextual, segundo a perspectiva de Gal (2004), para contextualizar uma situação e possibilitar que o ouvinte julgasse a razoabilidade da informação apresentada.

Em relação aos registros do professor H (Figura 18), acreditamos que ele, na verdade, teve como objetivo dizer que a média representa um valor localizado, espacialmente, o mais próximo possível de todos os dados do conjunto analisado, ou seja, essa medida seria o resultado da compensação entre os valores que estão acima com os que estão abaixo dela.

Figura 18 – Resolução da questão 6 do Questionário Inicial realizada pelo professor H



A média é a distribuição uniforme dos valores obtidos pelo total das ~~p~~ elementos. Buscar a média é encontrar uma medida central de uma certa distribuição

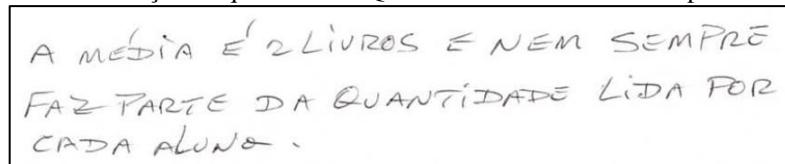
Fonte: acervo pessoal

Bem como o professor M, o professor H, provavelmente, estava se referindo à propriedade da média apontada por Strauss e Bichler (1988) de representatividade de um conjunto de dados. Entretanto, na medida em que o participante utiliza-se do termo “medida

central” para representar a média, poderia induzir o aluno a associar tal medida ao significado da mediana. Isso devido ao fato de a mediana ser o valor que está exatamente no meio de todos os dados do conjunto estudado, sendo 50% dos dados menor ou igual a ela e, consequentemente, 50% dos dados maior ou igual ao referido valor.

O professor I, apesar de não ter se aprofundado para demonstrar uma maneira de conduzir a aluna da situação-problema ao entendimento, informou corretamente que o valor médio igual a dois não significava que todos tinham lido aquela quantidade de livros (Figura 19), o que nos indica que ele reconhecia a referida propriedade da média e, portanto, detinha Conhecimento Comum do Conteúdo dessa MTC, segundo perspectiva da categorização proposta por Ball, Thamess e Phelps (2008).

Figura 19 – Resolução da questão 6 do Questionário Inicial realizada pelo Professor I



A MÉDIA É 2 LIVROS E NEM SEMPRE FAZ PARTE DA QUANTIDADE LIDA POR CADA ALUNO.

Fonte: acervo pessoal

Apesar dos professores D, H, I e M apresentarem registros que remetem a propriedades e significados da média, de um modo geral, a maioria dos participantes da investigação, para responder ao questionamento proposto na situação-problema, utilizou apenas os procedimentos de cálculo da média como base em sua explicação. Tais resultados sugerem que esses professores, muito provavelmente, ao lecionarem os conteúdos de MTC a seus alunos, abordariam o conteúdo com o foco nos procedimentos de cálculo. Esse modo de ensinar, de acordo com os estudos de Buitrago e Ramírez (2013), indica limitações conceituais acerca de conhecimentos referentes às MTC, e, com base em Costa (2007), aponta uma prática resultante de uma formação docente inadequada.

Em relação ao Letramento Estatístico proposto por Gal (2004), percebeu-se a necessidade de levar à discussão entre os professores o significado e as propriedades das MTC, sobretudo da média, a fim de lhes favorecer o desenvolvimento dos Elementos de Conhecimento – como os Conhecimentos Estatísticos, ao criar condições para que os professores possam se familiarizar aos termos e conceitos básicos de estatística.

Diante do contexto exposto, verificamos que o Conhecimento do Conteúdo e do Ensino (BALL, THAMES e PHELPS, 2008) da maioria dos professores apresentava indícios de limitação por conta da ênfase que eles atribuíam a procedimentos técnicos, carecendo de apreciação e julgamento dos dados. Isso reforçou nosso propósito de apresentar situações aos participantes de modo que estes pudessem refletir e analisar, sobretudo, os significados e a

inter-relação das medidas média, mediana e moda.

Com vistas a observar a perspectiva que os participantes tinham acerca de outra propriedade da média, a qual aborda a possibilidade dessa medida ser de natureza numérica diferente dos dados estudados, retomamos esse conteúdo na questão de número 7 (Quadro 04). Nela poderiam ser observados, dentre outros e com base na categorização de Ball, Thames e Phelps (2008), os domínios do Conhecimento do Conteúdo e do Ensino e do Conhecimento do Conteúdo e do Estudante, uma vez que caberia ao professor reconhecer o conflito cognitivo enfrentado pela aluna e propor um meio para levá-la à compreensão.

Quadro 04 – Questão 7 do Questionário Inicial

Carolina viu a seguinte informação enquanto navegava na internet: “Em 1970, a mulher brasileira tinha, em média, 5,8 filhos. Trinta anos depois, esta média era de 2,3 filhos.” Ela julgou duvidosa essa informação, pois os valores dessas médias não são números inteiros.

Você concorda com a avaliação de Carolina? Caso discorde, que explicação você utilizaria para convencê-la de sua opinião?

Fonte: questão elaborada pelos autores

A maioria dos participantes não concordou com a avaliação de Carolina, personagem de nossa situação-problema. Dentre estes, os professores A, B, H, I, J, L e M apresentaram registros bem próximos entre si. Esse grupo de docentes informou que explicaria à aluna que os valores obtidos para essa medida não necessitam ser inteiros, podendo, inclusive, ser decimais. Ou seja, utilizariam de uma das propriedades da média apontada por Strauss e Bichler (1988), a qual aborda a natureza numérica diferente entre os dados analisados e o respectivo valor de média. O professor A, por exemplo, apontou que, por conta do procedimento de cálculo dessa medida, há a possibilidade de se deparar com decimais (Figura 20). Ademais, ele citou que isso indica que os valores calculados aproximar-se-ão de um determinado número inteiro, sem se referir à necessidade de arredondamento. Isso demonstra que o professor reconhece que, ao se obter um valor médio de natureza diferente dos dados analisados, pode ocorrer o surgimento de conflitos cognitivos para o estudante.

Figura 20 – Resolução da questão 7 do Questionário Inicial realizada pelo Professor A

Carolina, vamos analisar!
Para se calcular a média, consideramos a soma de um dado conjunto de valores e o dividimos pela quantidade de valores somados, portanto, na situação apresentada na sua pesquisa, o valor pode sim ser um número decimal, pois isso indica que esses valores podem se aproximar da média 6, no caso 5,8 filhos e de 2, no caso de 2,3 filhos.

Fonte: acervo pessoal

Além disso, o professor A utilizou aspectos do Conhecimento Contextual de Letramento Estatístico, com base no modelo proposto por Gal (2004), ao associar as medidas a dois números inteiros que estivessem mais próximos das médias apontadas no enunciado a fim de guiar o ouvinte a compreender a informação que pode ser extraída por meio dessa medida. Além disso, ele fez uso da Postura Crítica, apontada por Gal (2004), ao apresentar argumentos para julgar a razoabilidade da informação recebida.

Os participantes F, K e N, que também não concordaram com a avaliação de Carolina, apresentaram diferentes explicações a fim de justificar os respectivos posicionamentos. O Professor F relatou que os valores obtidos não devem ser analisados isoladamente, uma vez que tais números não correspondem à quantidade de filhos de uma mulher e sim a média em relação a uma amostra pesquisada (Figura 21). Esse aspecto remete à outra propriedade da média, apontada por Strauss e Bichler (1988), na qual o valor dessa medida é representativo para o conjunto de dados analisado, e ao elemento Conhecimentos Estatísticos proposto por Gal (2004).

Figura 21 – Resolução da questão 7 do Questionário Inicial realizada pelo Professor F

Discordo. Os valores apresentados não correspondem ao número de filhos de uma única mulher, mas a média de filhos dentro de uma amostra das mulheres pesquisadas.

Fonte: acervo pessoal

Já o professor K citou que os números reais colaboram para uma interpretação próxima da realidade e, portanto, deve-se considerar a parte não inteira do valor da média na avaliação de quaisquer eventos. Entretanto, ele não explicitou como e para que os decimais do valor da média podem e devem ser utilizados (Figura 22). Isso nos indica uma dificuldade do docente em contextualizar a mensagem estatística, o que, na perspectiva de Gal (2004), consideramos que seja o elemento Conhecimento Contextual de Letramento Estatístico.

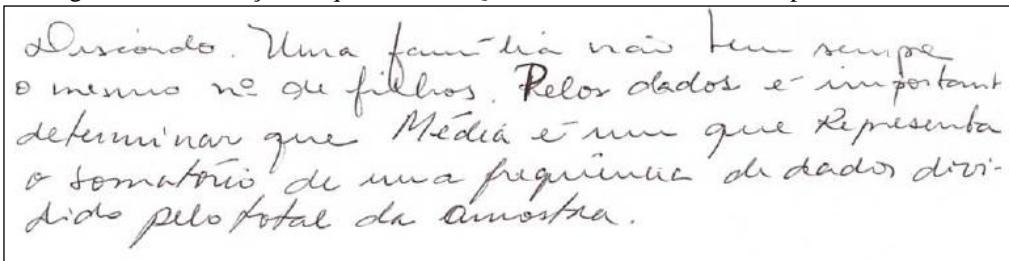
Figura 22 – Resolução da questão 7 do Questionário Inicial realizada pelo Professor K

Não. Os números reais nos ajudam a fazer uma interpretação próxima da real. Portanto a parte não inteira deve ser levada em consideração na avaliação de quaisquer eventos.

Fonte: acervo pessoal

Quanto ao professor N, seus registros focaram no procedimento de cálculo da média, uma vez que, para justificar seu posicionamento, utilizou-se do fato de que essa medida é um número que representa o somatório de uma frequência de dados dividido pelo número total de elementos da amostra (Figura 23). Isso reforçou a necessidade de levar à discussão, durante a formação continuada, os termos, significados e conceitos básicos relacionados às MTC, sobretudo da média, para favorecer o aprimoramento do nível de Letramento Estatístico dos professores participantes desta investigação, sobretudo do elemento Conhecimentos Estatísticos do modelo proposto por Gal (2004).

Figura 23 – Resolução da questão 7 do Questionário Inicial realizada pelo Professor N



Discussando. Uma família não tem sempre o mesmo número de filhos. Pelo cálculo é importante determinar que Média é um que representa o somatório de uma frequência de dados dividido pelo total da amostra.

Fonte: acervo pessoal

Os professores C, D, E e G, que completam o grupo de participantes da pesquisa, concordaram com o aspecto de que o enunciado pode ser falso devido à média não ser um número inteiro. Isso nos aponta que esses docentes não reconhecem a propriedade da média, apontada por Strauss e Bichler (1988), quanto à natureza numérica dessa medida. A partir disso e considerando que esses professores já haviam lecionado tal conteúdo¹⁰, provavelmente, eles tenham trabalhado exemplos em sala de aula cujos resultados tivessem a mesma natureza numérica dos dados analisados, ou, então, tenham focado nos procedimentos para a obtenção dessa medida, sem propiciarem análises e discussões acerca do valor calculado.

Desta feita, percebemos que seria importante, durante as sessões formativas, que fossem apresentadas situações que levassem os participantes a refletir acerca da possibilidade de obtenção de valor médio com natureza numérica diferente da que estiver sendo trabalhada, bem como refletirem acerca de como tal medida pode e deve ser utilizado na análise de dados e abordar o aspecto de que nem sempre é cabível o arredondamento de seu valor. Com isso, poderíamos favorecer um ambiente de reflexão para que os professores participantes desta investigação pudessem aprimorar tanto os Domínios do Conhecimento propostos por Ball, Thames e Phelps (2008).

A última questão (Quadro 05) retomou as três medidas em um contexto mais próximo

¹⁰ Informação obtida a partir da análise do Questionário Perfil aplicado aos professores participantes da formação continuada.

a uma situação prática. Com isso, tínhamos como objetivo que cada um dos professores, utilizando-se de seus conhecimentos acerca do conteúdo, analisasse a situação, tomasse a decisão julgada mais adequada e embasasse, matematicamente, esse posicionamento. Isso consubstanciaria nosso levantamento de dados acerca da visão que os participantes tinham inicialmente frente aos significados e à inter-relação entre as MTC. Importante ressaltar que, nessa situação-problema, não havia apenas uma resposta possível. Isso iria depender das justificativas apresentadas pelos docentes. Além disso, de acordo com a resolução apresentada pelos professores, nessa questão poderíamos observar variados Domínios do Conhecimento de Ball, Thamés e Phelps (2008) e níveis de Letramento Estatístico no modelo proposto por Gal (2004).

Quadro 05 – Questão 8 do Questionário Inicial

Você está à procura de um emprego e buscou informações acerca da remuneração dos funcionários de três empresas. A seguir, encontram-se os salários, em reais, das empresas pesquisadas.

Empresa	A	B	C
Salário Médio	2.500,00	2.000,00	1.700,00
Salário Mediano	1.600,00	1.900,00	1.700,00
Salário Modal	1.500,00	1.800,00	1.700,00

Considerando-se as informações apresentadas, qual dessas empresas você optaria? Justifique sua escolha.

Fonte: questão elaborada pelos autores

Quanto aos registros apresentados, apenas um professor optou pela empresa A e os demais, pela empresa B. Em relação à Empresa A, o professor H justificou sua escolha a partir da análise de que ela possuía a maior média e citou o fato de que a mediana e a moda serem diferentes implica em uma variação maior dos salários entre os meses (Figura 24).

Figura 24 – Resolução da questão 8 do Questionário Inicial realizada pelo Professor H

*Escolheria a empresa A por conta da média.
Apesar da empresa A ter mediana e moda diferentes
da média, dando a entender que há um variação
maior entre os meses, no final teríamos um
valor médio maior entre as outras empresas.*

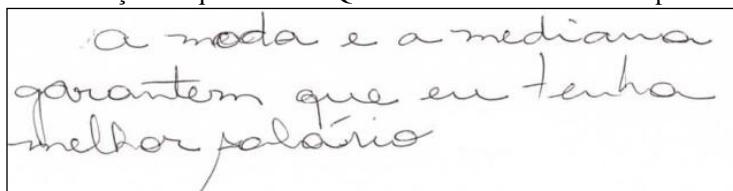
Fonte: acervo pessoal

Cabe ressaltar que o referido professor apontou que a variação salarial era entre os meses, o que nos indica que ele se equivocou ao analisar a situação por variação salarial em relação ao tempo, não em relação ao quadro de funcionários. Apesar desse equívoco, é possível perceber que o referido participante reconhece que a média é afetada por valores extremos, conforme propriedade apontada por Strauss e Bichler (1988), uma vez que o termo *variação maior* utilizado pelo participante poderia ser substituído, sem prejuízo de sentido,

por *amplitude maior de valores entre os dados*. Entretanto, nota-se que o professor atribui maior relevância à média frente às outras medidas, uma vez que se baseou apenas nesse aspecto para optar pela companhia A. Cabe ressaltar que a dificuldade de adequada compreensão da informação apresentada na questão e a ênfase atribuída à média sem que houvesse o aprofundamento em argumentos frente à mediana e à moda podem estar relacionados à limitação da postura crítica do docente, conforme descrito por Gal (2004).

Quanto à empresa B, de modo geral, as justificativas se pautaram apenas no fato de que ela apresentava os maiores valores de mediana e moda (Figura 25). Um dos professores não justificou sua escolha. Observou-se, ainda, que alguns dos professores tomaram por base o fato de que as medidas dessa empresa se encontram próximas entre si.

Figura 25 – Resolução da questão 8 do Questionário Inicial realizada pelo Professor G



Fonte: acervo pessoal

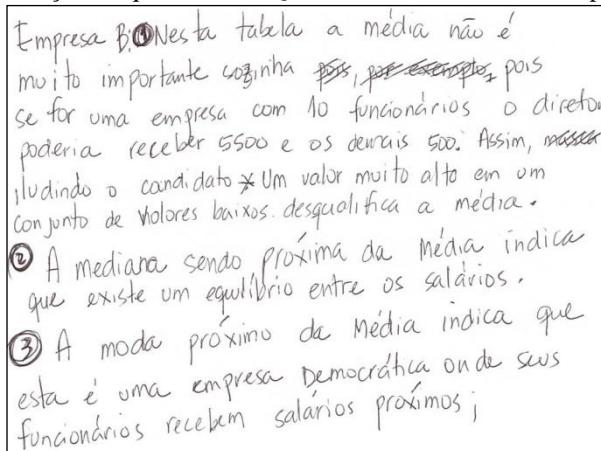
Importante ressaltar que quatro professores justificaram sua escolha pela empresa B tão somente por esta possuir o maior valor modal. Percebe-se, a partir disso, que estes professores têm a concepção bem consolidada de que a moda se refere aos valores que aparecem mais vezes na sequência. Entretanto, eles não se atentaram ao fato de que isso, dependendo do contexto, poderia significar apenas dois valores dentre uma quantidade enorme de elementos que não se repetem em uma sequência. No modelo proposto por Gal (2004), isso nos aponta indícios de haver limitações nos elementos Conhecimentos Estatísticos desses docentes, diante da concepção equivocada de que moda significa maioria dos dados.

Haja vista que esses professores não perceberam a importância das demais medidas no contexto apresentado, nem realizaram a análise entre elas, é possível inferir que a limitação acerca do Conhecimento Comum desse conteúdo limitasse os Conhecimentos Especializados do Conteúdo. Isso, em um contexto de prática de ensino, resultaria, de acordo com os estudos de Batanero, Díaz, Contreras e Roa (2013), em “um ensino sem sentido”, pois os professores, possivelmente, não abordavam conceitos importantes a serem discutidos com os alunos e estes, muito provavelmente, se formam desconhecendo tais características.

Em relação a outras respostas apontadas, o professor D apresentou algumas justificativas de conhecimentos básicos da relação entre as medidas, porém não houve um aprofundamento nas relações delas entre si. Salienta-se que ele foi o participante que mais se

aproximou do nosso objetivo inicial ao inter-relacionar as três medidas. O participante, inclusive, comenta uma característica importante quanto ao conceito de média, de que ela é influenciada por valores extremos do conjunto analisado (Figura 26). Cabe ressaltar que tal aspecto foi observado nos estudos de Balderas et al. (2007) como uma dificuldade enfrentada pelos alunos então investigados. Isso sugere que esse docente detém conhecimentos mais amplos acerca dos conteúdos quando comparado aos demais participantes.

Figura 26 – Resolução da questão 8 do Questionário Inicial realizada pelo Professor D



Fonte: acervo pessoal

Interessante observar que, ao utilizar a palavra *equilíbrio*, percebe-se que o Professor D se referiu a uma distribuição de valores na qual os maiores valores compensam os menores. Entretanto, ele demonstrou em seus registros uma concepção indevida de que o significado de moda está relacionado à maioria dos elementos do conjunto, ao citar que por ela ser de valor próximo do valor da média os salários dos funcionários são próximos entre si.

Além disso, nesta oitava questão, por se tratar de uma situação que envolvia um contexto prático, os professores poderiam ter discutido e justificado suas escolhas apoiados nas MTC e em uma análise da capacitação profissional da pessoa que está à procura do emprego. Ao buscar contextualizar a situação-problema em relação ao nosso dia-a-dia, estaríamos fazendo uso do elemento Conhecimento Contextual do Letramento Estatístico proposto por Gal (2004). Por exemplo, na Empresa A, o fato de a média ser de grandeza maior do que as demais medidas nos possibilita inferir que nela há algum ou alguns salários altos que influenciam em seu valor e a elevam. Contudo, 50% dos funcionários recebem R\$ 1.600,00 ou menos. Essa situação seria interessante para aquele profissional à procura de um emprego que se considera muito bem qualificado para as funções e que deseja ter uma maior projeção de salários em sua carreira. Em contrapartida, se o profissional não julgar que suas competências profissionais são as mais adequadas, com uma menor chance de garantir um melhor salário, optaria pela Empresa B, pois metade dos empregados recebe R\$ 1.900,00

ou menos. Além disso, o fato da média e da moda serem próximas da mediana na Empresa B, quando em comparação com a Empresa A, sugere-nos que, provavelmente, naquela empresa os salários são mais próximos entre si.

Os resultados até aqui apresentados, sobretudo da oitava questão, possibilitou-nos detectar que aspectos das categorizações dos conhecimentos profissionais do professor de Matemática propostos por Ball, Thames e Phelps (2008) e que elementos do Letramento Estatístico de Gal (2004) poderiam ser levados à discussão e reflexão entre os participantes desta pesquisa.

Desta feita, obtivemos informações iniciais do perfil dos participantes de nossa investigação e os conhecimentos iniciais que detinham acerca das MTC. Isso nos possibilitou traçar um projeto inicial das sessões formativas, as quais foram se moldando à medida que os encontros ocorriam e verificávamos outras necessidades de discussão entre os professores investigados. Esse modelo inicial do curso de formação continuada encontra-se descrito a seguir.

3.3 Configuração do Processo Formativo

A partir das informações obtidas, foi possível ter uma visão geral da formação pessoal e profissional dos participantes dessa investigação. De acordo com esse levantamento, elaboramos o planejamento inicial dos aspectos que deveriam ser levados à discussão e reflexão entre os referidos professores, a saber: os significados de cada uma das MTC, a inter-relação que elas possuem entre si, as propriedades da média, os diferentes domínios de conhecimento necessários ao docente para lecionar o conteúdo proposto etc. Assim sendo, no segundo encontro, foram proporcionadas aos participantes duas atividades dinâmicas e interativas, conforme instrumentos apresentados no Capítulo 1 desta dissertação.

Haja vista o caráter qualitativo de nossa pesquisa, consubstanciado em princípios do *Design Experiments*, segundo as perspectivas de Cobb et al. (2003), à medida que realizávamos cada encontro, eram identificados os aspectos que poderiam ser trabalhados com os professores e, consequentemente, havia a reformulação das sessões subsequentes.

No próximo Capítulo, serão apresentadas as análises dos dados obtidos durante a realização do curso de formação continuada acerca do conteúdo de média, mediana e moda. Para tanto, tomamos como base os levantamentos bibliográficos e documentais citados nessa pesquisa e, sobretudo, os referenciais teóricos dos estudos da categorização de conhecimentos docentes apresentados por Ball, Thames e Phelps (2008), das concepções acerca da prática

reflexiva dos professores, verificadas em estudos de Dewey (1959), Schön (1992) e Zeichner (1993, 2008), e do modelo de Letramento Estatístico proposto por Gal (2004).

CAPÍTULO 4 – APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS DO PROCESSO FORMATIVO

No Capítulo anterior foram apontadas as análises obtidas a partir dos questionários aplicados, no primeiro encontro, aos professores participantes dessa pesquisa. Já neste Capítulo, será apresentada a análise e a discussão dos resultados obtidos durante os três encontros que completam nossa pesquisa de campo.

4.1 Atividades Práticas: segundo encontro formativo

As duas atividades práticas foram desenvolvidas no segundo encontro do curso de formação continuada. As reflexões e percepções verificadas durante sua realização serão apresentadas a seguir.

4.1.1 Atividade Prática nº 1 – Estimativa de confetes

No segundo encontro do curso de formação continuada vinculado a esta pesquisa, houve o desenvolvimento da primeira Atividade Prática¹¹. Naquele momento, como os professores M e N não puderam comparecer e contribuir com seus conhecimentos e reflexões, contamos com a participação de doze docentes que lecionavam Matemática na rede pública de ensino paulista.

O objetivo da mencionada atividade foi propiciar maior interação entre os pesquisadores e os participantes da formação, bem como favorecer à reflexão e à discussão entre os professores investigados acerca dos significados, características e importância das MTC na análise e representação de um conjunto de dados.

Inicialmente, foi apresentado aos professores um pote transparente completamente cheio de confeitos (confetes de chocolate). Na sequência, os professores registraram em um papel a quantidade de doces que cada um deles acreditava haver no referido recipiente. Consideramos que utilizar dados fornecidos pelos próprios participantes favoreceria à inserção destes docentes no contexto a ser analisado e promoveria a aproximação da atividade desenvolvida de uma situação prática.

¹¹ Esta atividade foi inspirada na encontrada em Healy e Hoyles (1993), a qual envolve estimativa de quantidades.

Cabe ressaltar que o Professor Dr. Ruy, Coordenador do Projeto de Pesquisa do Observatório da Educação em que esta pesquisa encontra-se inserida e um dos mediadores do curso de formação continuada, também sugeriu uma estimativa de valor – intencionalmente, um número bem elevado. Isso ocorreu com o propósito de que houvesse, no mínimo, um número discrepante dentre os valores apresentados pelo grupo, de modo que tal aspecto pudesse ser objeto de discussão e reflexão entre os professores.

Além disso, realizamos uma segunda coleta de estimativas. Mas, desta vez, despejamos, à vista de todos, os confeitos em uma tigela retangular.

Assim sendo, os registros dos professores acerca das duas estimativas foram recolhidos. A princípio, foram escritos na lousa (Quadro 06) apenas os dados da primeira coleta, à vista de todos os presentes e dispostos na sequência em que foram apresentados.

Quadro 06 – Registros da 1ª coleta de dados da Atividade Prática nº 1

73, 460, 698, 750, 270, 235, 169, 314, 2500, 180, 3300, 256, 239
--

Fonte: acervo pessoal

A fim de contextualizar a presente Atividade Prática e favorecer um ambiente de discussão e reflexão entre os docentes participantes do curso de formação continuada, o Pesquisador 1 apresentou o seguinte contexto:

Considerando as estimativas apresentadas, queremos que os senhores apresentem um valor, ou uma forma de determinar um valor, que melhor represente a opinião do grupo da quantidade de doces contidos no pote. (Pesquisador 1)

À vista disso, o professor I sugeriu que, como ponto de partida, poderíamos calcular a média dos valores, a partir da divisão da soma deles por treze, que era a quantidade de estimativas registradas na lousa.

Entretanto os professores E e K levantaram a discussão acerca do número 73 ser destoante dentre os demais dados. Da mesma forma, outros professores também comentaram que os números 2.500 e 3.300 também eram discrepantes frente aos demais valores.

Diante dessas reflexões, o Pesquisador 3 questionou os professores acerca de que sugestões eles apresentavam frente a tais valores.

Assim, o professor I apontou que tais números poderiam ser excluídos e, na sequência, calcularíamos a média dos demais valores. Entretanto, o professor D contrapôs seu argumento dizendo que, caso fosse feito o que ele havia sugerido, implicaria não ter mais a média dos valores.

Nessa perspectiva, o Pesquisador 2 levantou uma hipótese que favoreceu à reflexão entre os professores em buscar outros meios para contornar tal limitação, como, por exemplo, utilizar a mediana. Tal discussão pode ser observada no episódio a seguir (Quadro 07):

Quadro 07 – Episódio 1

Pesquisador 2: Mas nesse caso você poderia descartar o valor correto.
Professor I: Poderia. É um risco, não é?
Pesquisador 2: Você [dirigindo-se ao professor D] quer dizer que deixaria de ser a opinião do grupo?
Professor D: Não seria mais a média do grupo.
Professor G: Isso que eu ia falar.
Professor D: E se for a mediana?
Professor G: Mediana? Eu acho que é certo tirar a média de todos os valores.

Fonte: acervo pessoal

Percebemos pelas reflexões dos professores que surge o conflito acerca de qual medida poderia representar as estimativas dos participantes. Os professores precisavam apontar um número que realmente representasse as estimativas do grupo, mas alguns deles, como o professor D e I, abordaram a característica da média em ser afetada por valores extremos. Como uma possível solução, o professor D, então, sugeriu que fosse utilizada a mediana dos valores para representar o grupo. Entretanto, o professor G não concordou e posicionou-se a favor de que fosse feita a média de todos os valores, ou seja, sem exclusões.

Diante dessas reflexões, foram realizados os cálculos da média do conjunto de dados, primeiro considerando todos os valores e, num segundo momento, excluindo os números 73, 2.500 e 3.300. Obtivemos, respectivamente, as médias 726,46 e 357,1.

Além disso, o professor I comentou que a sequência de dados era amodal, ou seja, não havia moda entre os valores.

Na sequência, foram escritos na lousa, mantendo-se os registros anteriores, os valores correspondentes à segunda coleta de estimativas dos professores e, novamente, o Pesquisador 2 contribuiu com sua estimativa para que houvesse pelo menos um número discrepante dos demais. Tais estimativas encontram-se no Quadro 08.

Quadro 08 – Registros da 2^a coleta de dados da Atividade Prática nº 1

250, 2000, 320, 245, 350, 256, 320, 180, 950, 85, 485, 598, 290

Fonte: acervo pessoal

Diante das novas estimativas, o Pesquisador 3 questionou os professores acerca do posicionamento deles frente aos novos valores e o que poderia ser feito para que determinassem um número que representasse as estimativas do grupo.

Desta vez, os professores C e I citaram que o número 2.000 era discrepante quando comparado aos demais e que seria adequado que ele fosse desconsiderado para o cálculo da média.

Entretanto, o professor G novamente se posicionou contra tal prática, fazendo a seguinte colocação: “Você está trabalhando com o grupo. Então você tem que trabalhar com o

que você tem do grupo”.

A fim de coordenar a discussão, o Pesquisador 2 informou que as duas maneiras seriam feitas para que depois o grupo pudesse analisar os valores.

Bem como foram desconsiderados três valores em um dos cálculos da média da^{1ª} coleta de estimativas, o grupo de professores decidiu adotar o mesmo critério para o cálculo da média do segundo conjunto de estimativas ao desconsiderar valores discrepantes, ou seja, também deveriam ser descartados três números desse conjunto. Por conseguinte, eles citaram que os valores 85, 950 e 2.000 seriam os descartados na referida situação. Assim, para a média da segunda coleta de estimativas foi calculado o valor 486,84 e, ao desconsiderar os números descartados, foi obtido o valor médio de 329,4.

Além disso, o professor A comentou que nessa segunda coleta de estimativas a moda, cujo valor era 320, poderia ser utilizada. Interessante ressaltar que, ao recorrermos ao Questionário Inicial – na questão que solicitava a escolha por uma das empresas para se trabalhar, tendo-se apenas as informações dos salários médios, medianos e modais –, o docente havia optado pela companhia que apresentava o maior valor modal, e justificou sua escolha apontando que isso indicava maior incidência do salário referente a tal medida. Entretanto, nesta Atividade Prática, o referido professor tinha acesso a todos as estimativas e apesar disso optou novamente pela moda. Isso nos sugere a prioridade que ele atribuía a essa medida frente à média e à mediana. Esse tópico foi tratado com maior profundidade na última Atividade Dissertativa, momento em que ainda persistiam algumas limitações conceituais dos participantes acerca da moda.

Como na sequência anterior fora citado que a mediana seria uma opção, o Pesquisador 1 a retomou sugerindo aos participantes da pesquisa que fossem calculadas as medianas dos dois conjuntos de estimativas.

Entretanto, o professor A questionou se tal medida deveria ser calculada a partir de todos os dados, ou se deveriam, assim como na média, ser descartados os números discrepantes.

Diante desse questionamento, o Pesquisador 1 informou que essa decisão estaria a cargo deles. Assim sendo, caberia aos participantes decidirem os meios que seriam utilizados e, se eles optassem por seguir os mesmos moldes aplicados nos cálculos das médias – considerando todos dados e, num segundo momento, descartando três valores discrepantes –, assim seria feito.

O Pesquisador 2 acrescentou: “Quando você calcula a média, está utilizando uma fórmula matemática. Entretanto, para a tomada de decisão, baseando-se na Estatística, você

levará em conta outros fatores”.

O Pesquisador 3, então, questionou os professores acerca de qual o procedimento de cálculo da mediana. O referido mediador destacou esse aspecto por conta de o Questionário Inicial ter-nos apontado limitações acerca dos procedimentos de obtenção da mediana e, diante da reflexão em grupo, estas poderiam ser superadas. Além disso, a discussão em grupo, provavelmente, contribuiria com o desenvolvimento do Conhecimento Comum do Conteúdo e como aprimoramento do nível de Letramento Estatístico dos participantes dessa investigação.

Assim, o professor H disse que bastaria organizar os dados em forma de rol e identificar o valor central. Já o professor I comentou que se tratava de uma sequência de dados com quantidade ímpar de elementos, o que favorecia obter a mediana do conjunto de modo imediato. Contudo, o referido docente acrescentou que, para o cálculo da mediana de um conjunto com uma quantidade par de elementos, os dois valores localizados no centro do rol teriam de ser somados e o resultado obtido deveria ser dividido por dois.

Ao calcularem as medianas, foram obtidos os seguintes valores: para a primeira sequência de dados, o número 270 e, desconsiderando os valores 73, 2.500 e 3.300, obteve-se o número 263; em relação à segunda sequência, 320 e, ao desconsiderar os dados 85, 950 e 2.000, a mediana igual a 305.

Entretanto, o professor I disse que apesar da mediana de valor 320 ter coincidido com a moda, ainda não era um bom número para representar o conjunto. Além disso, o referido participante sugeriu que os dois conjuntos de dados poderiam ser considerados ao mesmo tempo e, portanto, poderia ser calculada a média em relação a todas as estimativas, desconsiderando, apenas, os seis valores discrepantes.

Cabe ressaltar que a medida solicitada pelo professor foi calculada, obtendo-se o número 343,25. Apesar de ser bem próximo do valor da mediana, o professor I demonstrou a convicção de que a média seria a mais adequada para representar o conjunto de dados. Esse fato pode estar relacionado ao Elemento Disposicional do modelo de Letramento Estatístico proposto por Gal (2004), chamado Crenças, o qual necessita de tempo para se desenvolver e são resistentes a mudanças.

A partir desse valor, o Pesquisador 3 perguntou se todos os participantes concordavam se esse número poderia representar o grupo. Disso, surgiram as seguintes reflexões:

Professor K: Eu descartaria a unidade, a parte decimal e arredondaria pra 340. Fica mais lógico.

Professor E: Eu prefiro 350.

Professor I: O que acontece numa amostragem? Quando você pega um número e lança um número totalmente fora, você vai puxar todo o conjunto, média, mediana

para o lado dele. Vai convergir tudo na sua direção. Então se você eliminar os valores discrepantes, a ideia é que a coisa fique mais centralizada.

Como o professor I comentou que a mediana também seria influenciada, o Pesquisador 3 acrescentou: “Mas a mediana também é influenciada? Quando eu tenho um valor discrepante, tanto a média, quanto a mediana e a moda são influenciadas?”

Então o professor I, percebeu seu equívoco, respondeu ao questionamento e acrescentou outras reflexões:

A mediana não. A moda é o que mais aparece. E a média não vai ter sentido nenhum, porque a média não vai representar nada. Se eu tiver um valor muito grande, no caso 3.300, na minha opinião, está absurdo aquilo ali, vai puxar para o lado do 3.300. (Professor I)

Reconhecendo uma característica importante da mediana, o professor K a enfatizou perante o grupo: “Mas a mediana não é influenciada, porque esses valores absurdos estão nos extremos”.

Dando continuidade às discussões e considerando que o número 320 representava a mediana e a moda da segunda coleta de dados, o Pesquisador 1 apresentou o seguinte questionamento aos participantes do curso: “Os senhores perceberam que, considerando todas as estimativas lançadas na lousa, nós temos três modas? Os senhores escolheriam alguma delas como o número que representaria o grupo?”

Entretanto, apenas o professor K se pronunciou, dizendo que não havia pensado nessa possibilidade e que ao observar a lousa, percebia que a centena corresponde ao número 3 era mais representativa.

Em contrapartida o professor H apontou que uma possibilidade seria o número 280, pois ele representava a mediana de todos os valores, com exceção daqueles seis números que haviam sido descartados.

Observando as escolhas do grupo de professores, o Pesquisador 2 comentou o seguinte: “Eu observei que mesmo na segunda coleta de estimativas os dados terem ficado mais concentrados que na primeira coleta, o grupo optou por trabalhar com os dois conjuntos de dados”.

Então o professor A comentou que se houvesse uma terceira coleta de estimativas, ele mudaria o valor que tinha colocado. Optamos, então, por realizar uma nova coleta de estimativas.

Assim, despejamos, à vista de todos, os confeitos em uma bandeja retangular, maior que a tigela utilizada anteriormente, de modo que os doces ficaram bem espalhados no recipiente, e solicitamos aos professores que apontassem uma terceira estimativa. Tínhamos o intuito de verificar em até que ponto a nova estimativa poderia influenciar a decisão adotada

pelos participantes, uma vez que julgamos que o novo recipiente possibilitaria uma diferente visualização da quantidade de doces. Na sequência tais valores foram registrados na lousa, nos mesmos moldes que nas etapas anteriores (Quadro 09).

Quadro 09 – Registros da 3^a coleta de dados da Atividade Prática nº 1

850, 130, 340, 290, 120, 256, 360, 718, 151, 290, 125, 240, 235

Fonte: acervo pessoal

A partir disso, o grupo decidiu por realizar os mesmos cálculos que haviam sido feitos para as outras coletas. Então os valores da média e da mediana dos treze estimativas foram o 315,77 e 256, respectivamente. Já os números que representavam a média e a mediana, desconsiderando os dois maiores valores (718 e 850) e o menor valor (120) da sequência, são o 241,7 e 248, respectivamente. E o número 290 representava a moda do conjunto da coleta da terceira estimativa dos professores.

Observou-se que nessa nova coleta de dados, ao realizar os mesmos cálculos envolvendo as MTC, os palpites dos professores foram de quantidades menores de doces que havia no recipiente, talvez influenciados tanto pela nova tigela, que era maior que a anterior, como também pelas discussões e reflexões em grupo que haviam surgido até então.

Diante de todas as sugestões de valores e modo de calculá-los, o Pesquisador 2 solicitou aos professores que apresentassem qual o número que iria representar as estimativas do grupo e que estratégia fora utilizada para obtê-lo.

Assim, o professor I fez a seguinte reflexão:

No Questionário Inicial tinha uma questão que tratou do assunto de a média obtida não ser um dos dados do conjunto. Mas não necessariamente a média será um desses valores. Como você vai somar os números e dividir pela quantidade total, é bem provável que o número encontrado não esteja na lista de valores. Então o número 350 apareceu porque ele estava na lista, pois a gente aproximou [referindo-se a ter arredondado o valor de 343,25, correspondente à média obtida a partir das estimativas das da 1^a e 2^a coletas, desconsiderando-se os seis valores discrepantes]. Agora, a dúvida ainda é 340 ou 350? Vai ser adotado um entre eles? (Professor I)

Contrapondo os argumentos do professor I, o professor G apresentou as seguintes reflexões:

Embasados em que dados matemáticos a gente pode falar alguma coisa de números que não tem lógica nenhuma? Estimativa da turma é a análise. Se não for usado nenhum padrão, como que você vai explicar sua análise para alguém? Não pode apenas dizer ‘Ah, eu tirei porque chega mais perto’. Ou ‘Ah, eu pus zero porque aproxima mais dele’. A matemática não deve ser o mais precisa possível? Tirar o número três e por o zero fica mais distante de uma explicação. Eu acho que o mais correto é você trabalhar realmente com os números que você tem, que daí a explicação fica mais clara. Eu já não concordei de excluir alguns números. Eu acho que tinha que ser pelo menos o número 343. (Professor G)

Além desse posicionamento, surgiram outros, como o professor A que julgou que o mais adequado seria o valor 349, representando o valor aproximado da média de todas as

modas, que eram os números 180, 256, 320 e 290. Ou então, o professor I que escolheu o valor 250 que era o arredondamento que ele atribuiu ao número 241,7, que representava o valor da média da coleta de dados, desconsiderando os três números discrepantes em relação aos demais dados da sequência. Ou os professores C e G que sugeriram o número 510, que era o valor aproximado da média dos três conjuntos de dados, sem que houvesse descartes de valores.

Em relação à proposta inicial da atividade, foi feita a contagem de votos dos participantes para cada uma das opções. Por fim o número 316 – que era o arredondamento da média dos valores da 3^a coleta de dados – foi o escolhido para representar as estimativas do grupo, o qual não ficou muito distante dos 421 confetes contidos no recipiente.

Ao término da atividade, foram feitas algumas considerações pelos mediadores, abordando aspectos então discutidos. Com relação à influência que números discrepantes exercem sobre a média, o Pesquisador 2 chamou a atenção para o seguinte conceito estatístico:

Esses valores discrepantes, na Estatística, são chamados de *outliers*. São os valores que estão fora da estimativa. Todos aqui perceberam que os números 3.300 e 2.500 estavam fora. O número 73 também causou estranhamento, mas não tanto quanto os outros dois. (Pesquisador 2)

Aproveitando o espaço aberto para reflexão, o professor K fez o seguinte questionamento: “Qual é a finalidade da mediana? Porque eu sei que é 50% para um lado e 50% para o outro. Existe alguma situação em que a mediana é mais apropriada?”.

Diante disso, o Pesquisador 1 comentou que cada uma das MTC tem suas próprias características e que, de acordo com cada contexto, uma delas poderá ser a mais adequada para representar o conjunto de dados. Para exemplificar, o referido pesquisador apresentou a seguinte situação: “Se a gente considerar o conjunto de números formados pelos elementos 1, 2, 3,4 e 100. Nesse caso, se eu calcular a média desse conjunto o que vai acontecer?”.

Assim, o professor I respondeu que a média seria influenciada e seu valor seria deslocado para a direita. Então, o professor K, além de perceber que naquele contexto a mediana seria a melhor opção dentre as MTC para representar o conjunto de dados, reconheceu uma característica importante dessa medida: “Ah, então na mediana não precisa descartar os extremos”.

Aquele momento, no qual o docente reconheceu um conceito básico da mediana, pode ser relacionado ao desenvolvimento do seu Conhecimento Comum do Conteúdo, segundo a perspectiva de Ball, Thames e Phelps (2008), e do seu nível de Letramento Estatístico, sobretudo do elemento apontado por Gal (2004) como Conhecimentos Estatísticos.

A fim de ampliar o entendimento dos participantes, o Pesquisador 1, apresentou uma nova situação para que os professores percebessem a importância de se analisar o contexto:

E em um caso em que os extremos se compensarem? Por exemplo, no conjunto formado pelos números 1,49, 50,51 e 100. Nele, os números 1 e 100 se compensam. Nesse caso a média não sofre tanto a influência dos extremos. (Pesquisador 1)

A partir disso, o professor I apresentou a seguinte reflexão ao grupo, reconhecendo a importância de analisar cada caso, segundo seu contexto: “Então depende do conjunto que eu tenho”.

Encerrando a atividade, o Pesquisador 3, referindo-se aos valores discrepantes, sugeriu aos professores que situações-problema como esta poderia ser levada à sala de aula ao abordar tal aspecto:

Quando temos um valor bem diferente dos demais, a média desse conjunto é influenciada. Nessa atividade, nós tínhamos combinado com o Pesquisador 2 para que ele colocasse um número bem discrepante a fim de que tal aspecto pudesse ser discutido. Então, se vocês quiserem utilizar essa atividade em sala de aula e quiserem fazer essa discussão, podem combinar com isso alguém. (Pesquisador 3)

Diante das discussões e reflexões emergentes durante a realização dessa atividade, de modo geral, observamos o desenvolvimento de uma experiência significativa, segundo a concepção de Dewey (1959), uma vez que os dois elementos que a compõem podem ser observados. Quanto ao elemento ativo, são os argumentos apresentados pelos professores para justificarem seus pensamentos e suas sugestões na definição de que números representariam as estimativas do grupo. Por outro lado, o elemento passivo, são as consequências obtidas com o experimento, como os contra-argumentos apresentados pelos outros professores e os direcionamentos dos mediadores para que refletissem acerca dos conhecimentos que estavam sendo discutidos e pudessem aprimorar seu Letramento Estatístico.

Alguns pontos podem ser destacados, como a discussão proporcionada pelos valores discrepantes e como eles afetam a média. Além disso, apesar de alguns professores reconhecerem e comentarem a propriedade da mediana em não ser influenciada por valores discrepantes, percebeu-se uma forte predileção que os professores tinham pela média, mas em contrapartida, o mesmo não ocorreu com a mediana. Tal aspecto nos permitiu analisar as Crenças dos participantes, as quais são apontadas por Gal (2004) como concepções que a pessoa desenvolve e que são difíceis de ser alteradas. Todavia, consideramos que ao estimular a participação dos professores nas discussões e reflexões, pudemos favorecer possíveis mudanças em suas crenças, mesmo que não imediatas. Acreditamos que nesta sessão essas mudanças se iniciaram.

Inspirados em Zeichner (1993), julgamos importante a criação de uma situação na qual os professores pudessem se sentir à vontade para analisar e refletir criticamente suas teorias.

Consideramos, assim como o autor, que ao discutir “publicamente no seio do grupo de professores, estes [os professores] têm mais hipóteses de aprender uns com os outros (...)” (ZEICHNER, 1993, p. 22). Nesse sentido, acreditamos que, nessa primeira sessão, a atividade proposta favoreceu que os professores participassem ativamente e expusessem suas teorias e as confrontasse. Diante disso, percebemos que, ao término da atividade, quando alguns aspectos debatidos foram retomados, enfatizamos que em certos conjuntos de dados a média não é a medida mais adequada para representá-los.

Quanto aos domínios do conhecimento proposto por Ball, Thames e Phelps (2008), as discussões e reflexões promovidas nessa atividade favoreceu aos professores ampliarem os saberes que detinham acerca das MTC, sobretudo acerca do Conhecimento Comum do Conteúdo. Isso pode ser observado, por exemplo, na característica da média ser afetada por valores extremos (*outliers*) e nem sempre ser a medida mais adequada para representar uma sequência de dados; a característica da mediana não ser afetada por valores extremos; e que uma distribuição pode ser amodal ou ter mais de uma moda.

Na próxima atividade prática outros aspectos das MTC foram levados à reflexão entre os professores participantes desta investigação, sobretudo quanto aos conceitos e características da moda.

4.1.2 Atividade Prática nº 2 – Número do calçado

Ainda no segundo encontro do curso, foi desenvolvida a Atividade Prática nº 2, cujo foco encontrava-se na reflexão e discussão dos significados, características e importância das MTC, sobretudo da moda, na análise e representação de um conjunto de dados.

Desta vez, utilizamos o número do calçado de cada um dos professores, a fim de que tivéssemos os elementos para compor a investigação. Bem como na atividade anterior, consideramos que utilizar dados fornecidos pelos próprios participantes favoreceria à inserção destes docentes no contexto a ser analisado, aproximando-os de uma situação prática.

Assim sendo, para dar início à atividade, foi solicitado aos doze professores e aos quatro mediadores dessa investigação que informassem quais os números dos calçados que estavam utilizando e, simultaneamente e à vista de todos, os valores foram registrados na lousa (Quadro 10). Cabe ressaltar que nesta atividade não houve a participação dos professores M e N.

Quadro 10 – Registros dos números de calçados coletados

43, 44, 43, 39, 44, 37, 36, 33, 41, 43, 39, 36, 44, 36, 40, 45
--

Fonte: acervo pessoal

Diante dos valores apresentados, o Pesquisador 1 apresentou a seguinte situação-problema:

Considerem que esses valores são uma amostra de dados dos calçados de uma população, utilizada por uma fábrica para analisar quanto que ela deve produzir de cada numeração. Qual seria o valor que representa a maior necessidade de produção para essa fábrica. (Pesquisador 1)

A partir disso, alguns professores se pronunciaram, como o professor B, que sugeriu que fosse calculada a moda dos valores. Entretanto os professores I e F acrescentaram que antes disso seria melhor que os dados fossem separados em dois grupos: calçados masculinos e calçados femininos.

Frente às sugestões apresentadas e a fim de motivar uma discussão sobre as características das MTC para esse tipo de situação-problema, o Pesquisador 2 sugeriu que fossem calculadas a média, a mediana e a moda de todos os dados e de cada grupo, obtendo-se os valores apresentados no Quadro 11.

Quadro 11 – Registros das MTC dos números de calçados coletados

	Todos os dados	Grupo Masculino	Grupo Feminino
Média	40,19	42,6	36,17
Mediana	40,5	43	36
Moda	36, 43 e 44	43 e 44	36

Fonte: acervo pessoal

Dando prosseguimento à atividade, o Pesquisador 1 questionou os professores acerca de qual dos valores poderia responder ao problema proposto.

Assim, o professor H apresentou os números 43 e 44 como os de necessidade de maior fabricação para os homens. Da mesma maneira, o Professor J acrescentou que para as mulheres seria o número 36.

A escolha da moda como primeira opção de alguns professores sugere que eles reconhecem os conceitos básicos dessa medida como o valor de maior frequência entre os dados analisados, o que pode ser relacionado ao Conhecimento Comum do Conteúdo de Ball, Thames e Phelps (2008). Provável que isso tenha ocorrido até pelo modo que fora apresentada a situação problema, uma vez que foi solicitado que determinassem o valor que representaria a maior necessidade de produção da fábrica de calçados. Importante destacar que o professor H apontou dois valores para a moda, o que demonstra que ele reconheceu que o conjunto composto pelos números de calçados masculinos era bimodal.

O Pesquisador 2, a fim de acrescentar maiores informações estatísticas – como representatividade de amostra – e conduzir os professores a refletirem acerca do assunto, fez as seguintes considerações:

Outro ponto que pode ser discutido é se nós somos representativos para a população. Ou seja, associar o grau de probabilidade de confiabilidade da nossa amostra, o intervalo de confiança e a margem de erro, para saber se somos representativos ou não. Quando ocorre uma liquidação de sapatos, o número que mais pessoas calçam é aquele que acaba primeiro. Eu observo que, geralmente, acabam primeiro para os homens os números 41 e 42. Em contrapartida, acredito que a amostra das mulheres aqui possa representar a população. (Pesquisador 2)

Dando prosseguimento à atividade, o Pesquisador 1 perguntou aos participantes se todos concordavam que os números 36, 43 e 44 seriam os valores que melhor representariam os dados e eles disseram que sim.

Para instigar a discussão entre os participantes, o Pesquisador 2 perguntou se eles percebiam que para aquela situação não teria muito significado o cálculo da média. Disso, surgiram as discussões relatadas no episódio a seguir (Quadro 12):

Quadro 12 – Episódio 2

Professor G: Sim.

Pesquisador 3: Então aquela imagem que se tem de que a média é um bom representante como valor central nem sempre é válida.

Pesquisador 2: A média é calculada para dados quantitativos. Já o número do sapato é uma variável qualitativa. Então não tem significado calcular a média.

Professor I: Mas se for olhar a quantidade de sapato por cada região. Pesquisador 2: Nesse caso é possível fazer a média dos dados, pois é a quantidade de sapatos por região, não mais o número de calçado de cada pessoa. Na Estatística, temos as variáveis qualitativas e as variáveis quantitativas. A média não é para se calcular a variável qualitativa, já a moda é.

Fonte: acervo pessoal

Diante disso, o professor B concluiu: “Como vai medir o meu pé, o dele e o dele e tirar uma média? Realmente, isso não tem sentido”. O referido docente aproveitou o momento para levantar outra reflexão: “Também acho que a mediana não teria sentido, não é?”.

Por conseguinte, o Pesquisador 2 esclareceu que naquele caso seria apenas para saber, por exemplo, que metade das pessoas calçava igual ou menor que certo número, ou seja, a mediana não teria muito significado para o objetivo da questão.

Dando continuidade às discussões acerca do tipo de variável, o professor G comentou que as cores mais comuns de carros eram a preta e a prata. Então o Pesquisador 2 questionou os participantes: “E como vai tirar a média das cores?”.

Com isso, os professores concordaram que não seria possível fazer a média entre as cores, assim como entre os números de calçados. Muito provavelmente eles perceberam que, quando os dados são de natureza qualitativa, a moda é a mais adequada dentre as MTC para representá-los, demonstrando uma familiarização dos participantes com conceitos básicos relacionados com a estatística descritiva, aspecto do Letramento Estatístico de Gal (2004) relacionado ao elemento Conhecimentos Estatísticos.

A fim de sistematizar os conhecimentos desenvolvidos no segundo encontro e possibilitar que estes fossem ampliados, o Pesquisador 1 trouxe à discussão a propriedade da média acerca da natureza de seu valor frente às variáveis analisadas. Para tanto, recorreu à questão nº 7 do Questionário Inicial, cujo contexto se refere a uma aluna chamada Carolina, a qual julgou como duvidosa certa informação que era relacionada a um valor decimal para a média em um contexto no qual as variáveis eram números inteiros.

A partir disso e para favorecer a reflexão entre os participantes, os Pesquisadores 1 e 2, mediadores da discussão, fizeram as seguintes observações:

Pesquisador 1: Aqui tem o detalhe que a quantidade de 2,3 filhos chamou a atenção de Carolina. Isso tem a ver com uma das propriedades da média, na qual, considerando um conjunto de dados, é possível obter uma média de grandeza diferente da grandeza dos dados do conjunto. Ou seja, são dados inteiros que possuem como média um valor decimal.

Pesquisador 2: Alguns alunos tem dificuldade em aceitar isso. E esses números são utilizados para comparar. Por exemplo, em um campeonato de futebol, um time teve uma média de 2,7 gols e o outro teve 2,3. Ou seja, por partida, em média, os dois fizeram mais de dois gols, mas um está mais próximo de 3 gols e o outro de 2. Então a média pode ser de natureza diferente dos números analisados e isso é uma dificuldade entre os alunos.

O obstáculo cognitivo apontado pelo Pesquisador 2 está relacionado a resultados de pesquisas, como os de Strauss e Bichler (1988), cujos estudos demonstraram que uma das dificuldades enfrentadas pelos alunos investigados era reconhecer que a média pode ser um número de natureza diferente daquela observada entre os valores analisados.

Diante disso, o professor G comentou que cabe ao professor saber esses diferentes aspectos da média, de modo que possa lecionar o conteúdo corretamente. Para isso ele fez uma retomada da atividade prática anterior, na qual ele concordava que seria necessário realizar o arredondamento da média calculada para obter um número para representar o conjunto de estimativas do grupo. Entretanto, ele demonstrou, a partir de sua reflexão, que são dois aspectos da média que devem ser considerados na prática didática: “Nós professores temos que saber explicar que uma coisa é a média, que pode ser, por exemplo, trezentos e tantos inteiros e dois décimos. Outra coisa é você ter arredondado para dar uma estimativa”.

O professor G complementou, ainda, que trabalhar tal conteúdo com os alunos poderia

ser uma dificuldade: “(...) porque aqui [média de natureza diferente dos dados], acho que todo mundo fica pensando a mesma coisa: como vou fazer com os alunos?”.

A fim de conduzir o professor a solucionar o conflito que havia percebido, o Pesquisador 2 ressaltou que o aspecto da média a ser considerado depende do objetivo da questão-problema que estiver sendo analisada. A partir disso, surgiram as reflexões apresentadas no Quadro 13:

Quadro 13 – Episódio 3

Pesquisador 2: Naquele contexto nós tínhamos que arredondar. Pois não teria sentido, por exemplo, dizer que o grupo achava que no pote tinha 318,7 balas. Mas na questão que tratava da média dos filhos, eu não poderia arredondar, pois ali o objetivo é comparar quantidade de filhos e a escala é pequena. Mas se fosse uma situação em que o valor fosse muito grande, a escala seria muito grande, você poderia aproximar mesmo o valor tendo decimais.

Professor H: Poderia também, para representar essa situação, dizer que, a cada dez mães, tem tantos filhos. Seria uma forma diferente de explicar a mesma coisa.

Pesquisador 3: Isso seria outra maneira de explicar o significado do valor da média, mas é importante perceber que ali na questão a função das médias é comparação de valores, de índices.

Professor G: Eu estava pensando. Quais seriam os exemplos que a gente poderia trabalhar em sala de aula que levasse o aluno a enxergar de uma maneira diferente? Isso eu acho difícil. Acho difícil você encontrar a coisa certa para conduzir o aluno a chegar aonde você quer que ele chegue. Tirar média, moda e mediana é fácil. Agora, como eu vou conduzir meu aluno para que ele saiba, num momento prático, quando usar a média, a moda ou a mediana?

Fonte: acervo pessoal

Percebemos no episódio apresentado que o Professor G reconhecia sua dificuldade na aplicabilidade das MTC, o que também fora observado em seus registros no Questionário Inicial.

Diante disso e a fim de aprofundar os significados e conceitos das MTC, o Pesquisador 2 acrescentou que, em certos momentos, saber somente os valores da média, da mediana e da moda não possibilita enxergar o real comportamento dos dados do conjunto analisado. Para exemplificar, ele apresentou duas sequências de valores, que foram registrados na lousa (Quadro 14), propondo o seguinte contexto:

Quadro 14 – Valores do exemplo proposto pelo Pesquisador 2

Sala A	Sala B
2,0	5,0
3,0	5,0
3,0	6,0
10,0	6,0
10,0	6,0

Fonte: acervo pessoal

Considere que aqueles valores se referem às notas que os alunos de duas salas obtiveram em uma mesma prova. A média da nota dos alunos em cada uma das salas é igual a 5,6. As duas salas não tem o mesmo comportamento. Ao passo que na turma A temos dois alunos que foram muito bem, os outros não foram. Já a turma B foi mais homogênea. Nesse caso, você precisa calcular a medida de dispersão. Ou seja, qual o grau de dispersão dos valores em torno da média. Na turma A, o grau de dispersão é grande. Mas, em B, os valores estão mais concentrados em torno da média. Então agente também precisa trazer para o aluno que só a média, a mediana e a moda não dão o quadro exato da situação. Você precisa saber o grau de dispersão, ou seja, o quanto esses dados estão afastados ou concentrados em torno da média. (...) Saber a medida de tendência central é importante, mas também tem que entender o quanto dispersos estão aqueles valores. Em uma questão como esta você mostra para o aluno que em certos momentos é necessário utilizar outras medidas para que dê o retrato real da situação. (Pesquisador 2)

A proposta apresentada pelo Pesquisador 2 possibilitou-lhe demonstrar ao grupo de professores a importância em se considerar o contexto em que os dados estão inseridos, criticando-se as medidas obtidas, e uma situação em que a análise do grau de dispersão dos dados pode ser imprescindível para garantir uma visão real do contexto estudado.

Visando sistematizar os conhecimentos abordados durante a realização dessa segunda atividade prática, o Pesquisador 1 enfatizou que logo de imediato o grupo havia optado pela moda para solucionar o problema proposto. Com base nisso, ele fez o seguinte questionamento aos participantes: “E em relação às outras medidas, por que elas não foram escolhidas pelo grupo?”.

Diante disso, o professor H acrescentou que a média poderia apresentar um valor que não teria significado algum para o contexto proposto: “Ia dar alguns calçados com meio pé. Por exemplo, a média igual 42,5, não teria sentido”.

Com o intuito de instigar os professores, o Pesquisador 1 apresentou outro contexto: “E se os números dos calçados fossem 36 e somente dois fossem 42 e 43, o que aconteceria?”.

Então o professor H comentou que se fosse calcular a média poderia obter um número, mesmo que inteiro, como 38, e não atender a ninguém no caso da fabricação dos calçados. O professor I acrescentou que optar por alguma das MTC deve estar relacionado ao contexto analisado: “Por isso que depende de cada situação”.

Além disso, o professor H apresentou ao grupo a maneira que abordava tal conteúdo com seus alunos:

Professor H: Essa ideia do calçado é a primeira que passo para os alunos, quando vou explicar média, moda e mediana. Eu pego o número do calçados dos alunos ali mesmo na sala e mostro para eles. Quando a gente joga uns dados no quadro eles olham aquilo e pensam: onde eu vou utilizar isso. Então eu faço isso, eu pego o número dos calçados, a idade dos alunos e faço essas situações. Nesse exemplo do calçado, o lojista venderia que número para essa sala de aula, que tênis ele traria aqui para vender?

Zeichner (2008) aponta que a reflexão do professor sobre sua própria experiência, assim como percebemos na fala do professor H, é o ponto de partida para que o docente realize o processo de compreensão e de melhoria de seu próprio ensino.

O desenvolvimento dessa atividade possibilitou-nos levar à reflexão entre os professores alguns aspectos importantes das MTC, sobretudo da moda. Em paralelo, foram trabalhados conceitos que serviram de base para aprimorar os conhecimentos profissionais docentes, sobretudo o Conhecimento do Conteúdo e do Ensino descrito por Ball, Thames e Phelps (2008), visto que foram discutidas maneiras que os professores poderiam utilizar para lecionar o conteúdo aos seus alunos. Além disso, há indícios da ampliação do nível de letramento estatístico dos participantes desta investigação.

Assim, foram apontados, por exemplo, alguns aspectos limitadores das MTC: a amostra analisada pode não ser representativa para a realidade; em um conjunto de dados cujas variáveis são de natureza qualitativa, a média e a mediana são valores de pouco significado para o contexto analisado, enquanto a moda é a mais adequada; e dois ou mais conjuntos, mesmo que as MTC de ambos sejam de valores iguais entre si, podem ter comportamentos totalmente diferentes, sendo necessária a análise da dispersão dos dados para a adequada tomada de decisão.

Em relação às reflexões apresentadas, a do professor G nos chamou bastante a atenção por estar relacionada à prática de ensino. Ele, durante todo o segundo encontro do curso, mostrou-se bastante interessado em participar das discussões. Em específico nesta atividade, o docente retratou que mesmo que seja sabido o cálculo da média, da mediana e da moda, ele reconhecia como grande dificuldade para o professor saber mostrar ao aluno o momento de aplicação de cada uma dessas medidas.

A fim de favorecer a ampliação de tal conhecimento, decidimos retomar aspectos dessa natureza em atividades posteriores, para que os professores tivessem que julgar as características das MTC e tomá-las de base em suas decisões.

A seguir serão apresentadas as atividades dissertativas desenvolvidas no terceiro e quarto encontros do curso de formação continuada.

4.2 Atividades Dissertativas: terceiro e quarto encontros

Além das atividades práticas, foi proposto aos participantes do curso de formação continuada um total de cinco atividades dissertativas. As atividades 1, 2 e 3 foram desenvolvidas no terceiro encontro e as demais, na última sessão.

Inicialmente, essas atividades foram apresentadas aos professores para que as analisassem e registrassem suas percepções. Caso os participantes se interessassem, eles poderiam resolver em grupos os problemas propostos. Na sequência, os docentes eram motivados pelos pesquisadores a expor suas reflexões e questionamentos. Ao término de cada sessão, os conhecimentos emergentes durante o processo eram sistematizados pelos mediadores da pesquisa.

Os resultados obtidos nesses dois momentos são apresentados a seguir.

4.2.1 Atividade Dissertativa nº 1 – Identificação da variável e da frequência absoluta

Na Atividade Dissertativa nº 1, foi proposta uma situação na qual, além da frequência absoluta, a variável analisada também era representada por números. Esse mesmo aspecto havia sido tratado na questão nº 5 do Questionário Inicial, na qual foi observado que um dos professores havia identificado incorretamente a variável. Como nessa fase da pesquisa havia a possibilidade de ouvirmos os professores, julgamos ser interessante levar esse assunto à discussão, para refletir se tal aspecto poderia ser uma dificuldade a ser enfrentada pelos alunos na prática de ensino (Quadro 15).

Quadro 15 – Atividade Dissertativa nº 1

Foram coletadas 150 observações da variável X representando o número de vestibulares da FUVEST que os estudantes prestaram. Os dados estão na tabela abaixo:

X	Fi
1	75
2	52
3	21
4	2

- Calcular:
 a) média,
 b) mediana e
 c) moda.

Fonte: questão elaborada pelos autores

Os professores F e M não compareceram nesse encontro. Portanto, contamos com a participação de doze docentes para as atividades desenvolvidas nesse dia.

Apesar de os participantes apresentarem seus registros individuais, eles se organizaram em quatro grupos a fim de discutir e resolver a questão.

Cabe ressaltar que, para a situação-problema proposta, seria imprescindível que, além de saber os procedimentos de cálculo das MTC, identificasse qual era a variável estudada, nesse caso o número de vestibulares FUVEST prestados pelos alunos. A partir disso, seriam obtidos os seguintes valores para média, mediana e moda, respectivamente: 1,67, 1,5 e 1.

Em relação aos registros dos participantes, verificamos que seis professores resolveram corretamente a questão. Os demais participantes, apesar de terem apresentado o modo correto para obter as MTC, equivocaram-se ao considerar que a quantidade total de elementos do conjunto era a soma dos valores da variável X, como, por exemplo, pode ser observado nos registros do professor I (Figura 27).

Figura 27 – Resolução da Atividade Dissertativa nº 1 realizada pelo Professor I

$\text{a) } \bar{x} = \frac{1,75 + 2,52 + 3,21 + 4,2}{10} = \frac{75 + 104 + 63 + 8}{100} = 250 = 25$

$\text{mediana} = 25$

$\text{b) } 75, 52, 52, 21, 21, 21, 2, 2, 2$
 ~~$7, 7, 7, 7, 7, 7, 52, 52, 75$~~

$\text{mediana} = 21$

$\text{c) moda} = 2 \text{ (4 vezes)}$.

Fonte: acervo pessoal

Isso nos mostra que, apesar de se confundirem para identificar quais valores representavam as frequências absolutas, esses professores detinham o conhecimento de como se obtém as MTC, aspecto relacionado ao Conhecimento Comum do Conteúdo proposto por Ball, Thames e Phelps (2008).

Na sequência, o Pesquisador 1 propôs aos participantes que eles expusessem quais as percepções que tinham daquela situação-problema: “Como vocês resolveram essa questão?”

Então o professor E disse que não foi difícil resolvê-la, bastando apenas realizar os cálculos. Contudo, ele comentou que seu grupo não tinha conseguido entender o que exatamente seriam os números da frequência. De modo geral, esse foi um aspecto levantado por todos os participantes do curso. Isso nos sugere que é aconselhável, para posterior utilização da questão, uma adequação do enunciado, informando que F_i representava número de alunos que prestaram os vestibulares.

Dando prosseguimento à discussão, o professor E apresentou ao grupo o modo como resolveu a situação-problema, obtendo os valores corretos. Em contrapartida, o professor I apresentou o seguinte questionamento: “Ao calcular a média, realizar a divisão por dez não seria outra possibilidade?”.

Diante disso, o Pesquisador 1 ressaltou que o denominador no cálculo da média deve ser o número total de elementos do conjunto, ou seja, a soma das frequências e não das variáveis.

Apesar do professor I ter sugerido que dez era o total de elementos do conjunto, é possível verificar em sua fala que ele havia apenas se confundido ao acreditar que X se referia às frequências: “Ah, eu considerei que os valores de X fossem os pesos [frequências absolutas]”.

Então o Pesquisador 3, com vistas a motivar a reflexão dos professores desse aspecto em relação à prática docente de ensino, questionou-lhes sobre a visão que eles tinham dessa possível confusão entre os alunos: “Vocês acreditam que para o aluno seria fácil reconhecer essa diferença?”.

Somente dois participantes se pronunciaram, apresentando uma mesma perspectiva:

Professor N: Sim, pois o aluno já entende *Fi* como frequência. Que, na questão, o número 1 aparece 75 vezes, o número 2 aparece 52 vezes e assim por diante.

Professor E: Sim, pois está dentro do contexto. Pois já estamos trabalhando isso em sala, falando de frequência, de quantidade, e que o X é a variável.

Em contrapartida, o Pesquisador 3 comentou alguns resultados de pesquisas e ressaltou o aspecto de que os docentes estavam considerando um contexto no qual o conteúdo já estava sendo abordado em sala:

Em pesquisas que nós verificamos antes de planejar essa formação, observamos que uma das limitações observadas entre os alunos é apontar média, mediana e moda em relação às frequências, em vez de ser em relação à variável. Pode ser que, se o aluno já estiver trabalhando com isso, seja mais fácil para ele ter essa percepção. (...) Mas, num primeiro momento, muitas vezes nós temos de mostrar isso para o aluno, como, por exemplo, para encontrar a mediana, escrever o valor das variáveis na quantidade de vezes que possuem como frequência. Depois eles podem até fazer de cabeça. (Pesquisador 3)

Além disso, o professor G apresentou o seguinte questionamento: “Os números 1, 2, 3 e 4 poderiam, por exemplo, ser A, B, C e D?”.

Então o Pesquisador 1 comentou que isso seria possível e apresentou um exemplo com os anos: “Poderia ser também que, em vez de 1, fosse o ano de 2010; o 2, seriam os anos de 2010 e 2011; o 3, os anos de 2010, 2011 e 2012; e o 4, seriam os anos 2010, 2011, 2012 e 2013.

Considerando que apenas a variável havia sido alterada e mantendo-se as frequências, a mediana ainda seria de valor igual a 1,5. Isso levou o professor G enfrentar a seguinte inquietação: “Nesse caso, sendo a mediana igual a 1,5, como seria a resposta? Pois nessa situação eu não saberia como responder para o meu aluno o que representa a mediana.

Então o Pesquisador 1 comentou a importância de se observar que havia ocorrido uma alteração no contexto do problema. Complementando tal raciocínio, o Pesquisador 3 apontou

que na nova situação a variável havia deixado de ser quantitativa e tinha passado a ser qualitativa e que isso seria semelhante à situação verificada na atividade prática do número dos calçados, na qual o valor da mediana por si só não teria muito significado para a questão.

Dewey (1959) defende que, quando o professor reflete acerca dos resultados que recebe do experimento – no caso do professor G, o reconhecimento de sua dificuldade enquanto participante na discussão acerca do problema proposto –, ele passa a vivenciar uma experiência significativa, a qual é capaz de promover o aprendizado.

Ao término das discussões, o professor K questionou se havia alguma maneira para identificar corretamente a variável e a frequência: “O que a gente tem que observar para não cair nessa situação?”.

Diante disso, o Pesquisador 4 apresentou a seguinte possibilidade: “Antes de fazer qualquer cálculo, é importante interpretar a tabela [contendo a variável e as frequências absolutas]”.

Assim sendo, acreditamos que as discussões promovidas possibilitaram que aos professores ampliar, dentre outros domínios propostos por Ball, Thames e Phelps (2008), o Conhecimento Especializado do Conteúdo e o Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes, uma vez que essa primeira atividade dissertativa chamou a atenção deles acerca da importância em se distinguir a variável da frequência absoluta quando ambas forem de natureza numérica e que, ao lecionar o conteúdo das MTC, isso pode ser um obstáculo para os estudantes. Em relação aos estudos de Carvalho (1998 apud BATANERO, 2000), consideramos que, quando os alunos apontam como média, mediana e moda os valores relacionados às frequências, um dos motivos para tal obstáculo pode estar relacionado à dificuldade em se identificar corretamente a variável.

A seguir, serão apresentados os resultados obtidos com a realização da segunda atividade dissertativa, a qual também ocorreu no terceiro encontro do curso de formação continuada.

4.2.2 Atividade Dissertativa nº 2 – Limitações das MTC na representatividade de determinados conjuntos

Julgamos ser necessário retomar aspectos importantes verificados nas atividades práticas desenvolvidas no encontro anterior. Assim sendo, foi proposta aos professores participantes do curso a Atividade Dissertativa nº 2 (Quadro 16). Nela, abordamos, dentre

outros, os seguintes tópicos: valores discrepantes em um conjunto, possíveis limitações das MTC para representar uma sequência de dados e medidas de dispersão.

Quadro 16 – Atividade Dissertativa nº 2

Os conjuntos A e B indicam o número de acertos de cada atirador de tiro ao alvo de duas equipes.

$$A = \{8, 9, 10, 8, 7, 11, 8, 11\} \text{ e } B = \{7, 3, 10, 6, 5, 13, 18, 10\}$$

a) Para você, qual dessas duas equipes é mais “estável”? Explique.

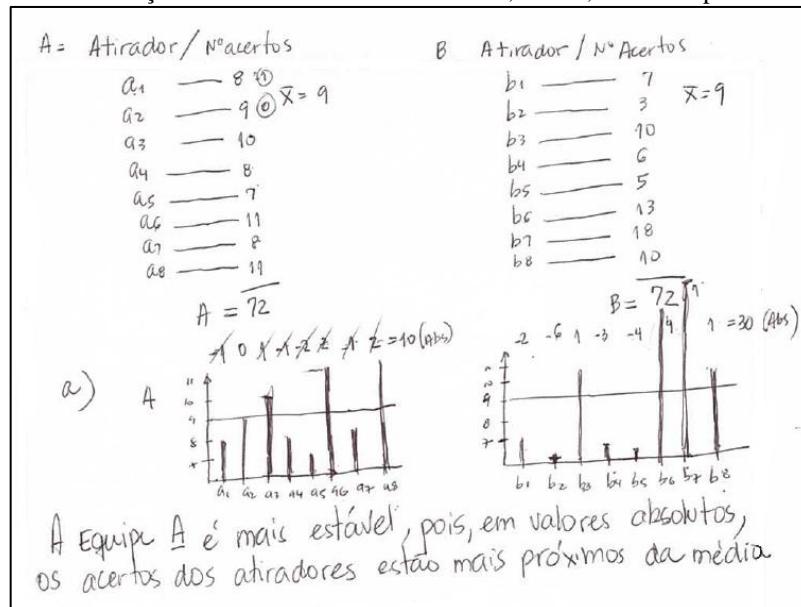
b) Como você indicaria o grau de dispersão dos acertos em torno da média?

Fonte: questão elaborada pelos autores

Ao calcular as MTC das equipes mencionadas na questão, encontramos que ambas possuem o mesmo valor de média e mediana, respectivamente, iguais a 9 e 8,5. Elas se diferenciam apenas em relação à moda, cuja medida para o conjunto A é igual a 8 e, para B, 10.

Em relação aos protocolos apresentados pelos professores, verificamos que a maioria dos participantes identificou que a Equipe A era a mais estável, por conta da concentração de valores dos seus elementos em torno da média, e apresentou argumentos que embasavam tal escolha. Os registros do professor D apontados na Figura 28 são um exemplo desse posicionamento. Interessante observar que ele utilizou conhecimentos próprios que até então não haviam sido abordados nas discussões, ou seja, justificou sua resposta com base em seus conhecimentos já adquiridos acerca de desvios absolutos dos elementos em relação à média do conjunto.

Figura 28 – Resolução da Atividade Dissertativa nº 2, item a, realizada pelo Professor D

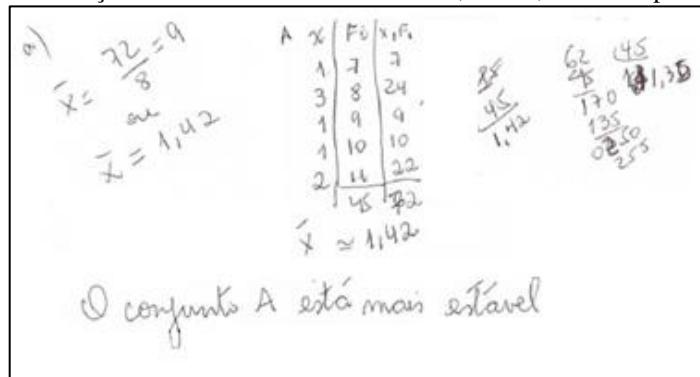


Fonte: acervo pessoal

Entretanto, houve dois professores que enfrentaram dificuldades nesse item. O professor J apenas calculou a média dos dois conjuntos, mas não apresentou uma resposta conclusiva. Já o professor L, apesar de citar que a Equipe A era a mais estável, embasou sua

escolha a partir do cálculo da média do referido conjunto, sendo apontados dois valores. Em um deles, o docente considerou que as variáveis eram as frequências absolutas (Figura 29).

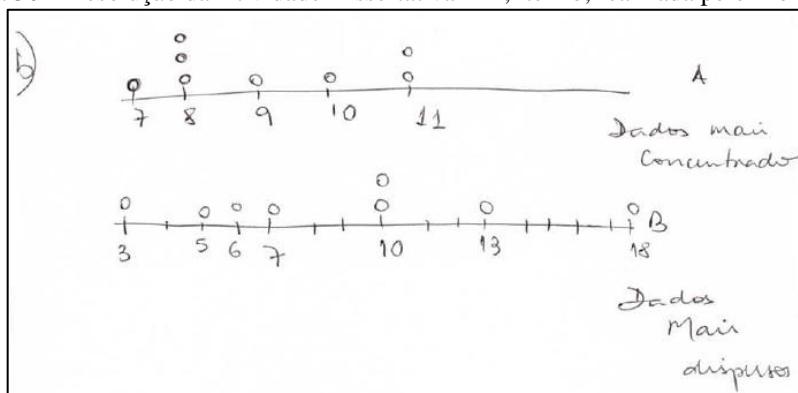
Figura 29 – Resolução da Atividade Dissertativa nº 2, item a, realizada pelo Professor L



Fonte: acervo pessoal

Em relação ao item b da mesma questão, verificamos diferentes maneiras que os participantes utilizariam para representar a dispersão dos dados. A maioria deles recorreu à amplitude dos elementos de cada conjunto em relação à respectiva média. O professor D informou que lançaria mão da curva normal a fim de atingir tal objetivo, entretanto não a desenhou. Já o professor N utilizou duas retas e localizou sobre ela os valores das equipes propostas na atividade. A partir disso, ele demonstrou que os dados em B eram mais dispersos que em A (Figura 30).

Figura 30 – Resolução da Atividade Dissertativa nº 2, item b, realizada pelo Professor N



Fonte: acervo pessoal

Por outro lado, três participantes enfrentaram dificuldades nesse item: os professores J e L não apresentaram resposta e o professor K calculou a mediana dos conjuntos, porém não apresentou uma conclusão.

Em relação ao momento destinado às discussões e reflexões entre os professores, o Pesquisador 1 solicitou aos participantes que comentassem quais as percepções que tiveram frente ao problema proposto e como o haviam solucionado.

Diante disso, o professor E apresentou o raciocínio que desenvolvera: “Calculei as três medidas [MTC]. Como a mediana e a média eram iguais entre os conjuntos, eu fui procurar outro caminho. Então fui pela amplitude e vi que a mais estável era a equipe A”.

Já o professor D comentou a análise da dispersão dos dados do conjunto: “Eu fiz a dispersão dos dados em relação à média. Eu vi, de elemento em elemento e em valor absoluto, quanto que eles estavam distantes da média”.

Além disso, o professor K tomou por base o conhecimento que havia aprimorado a partir do exemplo apresentado pelo Pesquisador 2 no último encontro, no qual dois conjuntos com mesmo valor de média tinham comportamento totalmente diferentes, exigindo-se a necessidade de utilização de outra ferramenta para verificar o comportamento de cada sequência de dados. Assim, o docente apresentou a seguinte contribuição ao grupo:

Eu fiz aquilo que o Pesquisador 2 tinha dado como exemplo no último encontro. Eu calculei a média e vi que elas eram iguais. Então eu analisei os dados e vi que os dados do conjunto A estavam na órbita da média. Já no conjunto B, alguns estavam mais distantes. (Professor K)

Outro docente que seguiu uma linha de raciocínio semelhante à mencionada anteriormente foi o Professor I. Entretanto, ele apresentou uma análise mais aprofundada ao buscar quantificar o quanto distante os elementos dos conjuntos estavam em relação às respectivas médias, procedimento realizado com base no cálculo da variância:

Eu calculei as médias dos dois conjuntos. Como os dois valores eram iguais, eu não tinha como decidir. Então eu tinha que comparar a partir de outra coisa para poder diferenciar. Você tem que ver quanto que os dados estão afastados da média. Então você vai calcular a dispersão deles. E a dispersão é pela variância. (...) Se no conjunto A os valores estão mais concentrados em torno da sua média, então ele é o conjunto mais homogêneo. (Professor I)

Além disso, o professor D ressaltou que, mesmo que as médias fossem diferentes, a análise da dispersão dos dados pode ser feita normalmente: “Mas se a média de A e de B derem diferentes, isso é independente, pois você só quer saber apenas qual dos conjuntos é mais estável”.

A fim de motivar a discussão e a reflexão sobre outros aspectos relacionados à temática abordada na questão, o Pesquisador 1, seguindo o raciocínio que o professor D utilizara para resolver a questão, calculou as diferenças entre cada um dos elementos do conjunto A em relação a sua própria média, anotando os resultados na lousa (Quadro 17), e comentou o seguinte com os participantes: “Fazendo uma análise em relação a esses dados [os valores dos desvios], se a gente somar todos esses valores nós vamos encontrar o resultado igual a zero. Mas será que isso é coincidência? Vamos fazer no outro conjunto para ver?”.

Quadro 17 – Diferenças entre os elementos do conjunto A e sua média

Elemento	Média	Elemento - Média
7	9	-2
8	9	-1
8	9	-1
8	9	-1
9	9	0
10	9	1
11	9	2
11	9	2

Fonte: acervo pessoal

Então o Pesquisador 3, referindo-se ao conjunto de elementos da Equipe B da questão proposta, questionou os professores: “Vocês acham que isso vai acontecer de novo?”.

A partir disso, surgiram as seguintes reflexões entre os participantes:

Professor E: Não necessariamente.

Professor D: A média é isso, ele tira do maior para jogar no menor.

Professor J: Eu também acho.

Professor H: A média é uma distribuição, então isso é uma comprovação de quanto foi distribuído para achar a média.

Na sequência, foram feitos os mesmos cálculos em relação ao conjunto B, cujos valores foram anotados na lousa, conforme Quadro 18.

Quadro 18 – Diferenças entre os elementos do conjunto B e sua média

Elemento	Média	Elemento - Média
3	9	-6
5	9	-4
6	9	-3
7	9	-2
10	9	1
10	9	1
13	9	4
18	9	9

Fonte: acervo pessoal

Então foi calculado o somatório de todas as diferenças, obtendo-se como resultado valor nulo. Diante disso, o Pesquisador 1 informou aos professores que isso era uma das propriedades da média, então sempre tal resultado seria igual a zero. Com base nessa perspectiva, o referido mediador fez o seguinte questionamento aos participantes: “Então, como eu poderia utilizar esses desvios a meu favor?”.

Assim, dois professores apresentaram sugestões para contornar a limitação da propriedade da média apontada anteriormente:

Professor D: Você pode utilizar os valores absolutos.

Professor I: Sim. O valor absoluto é valor do desvio, não importando se é para a direita ou para a esquerda. O sinal, que é o mais e o menos, é para dizer se está para a direita ou para a esquerda.

Observe que os professores D e I, ao perceberem uma possível limitação, decidiram utilizar o módulo de cada um dos valores obtidos em relação às diferenças dos elementos do conjunto e a respectiva média.

Dando sequência à discussão, o Pesquisador 1 apresentou aos professores o conceito de desvio médio e realizou os devidos cálculos para obter tal medida de dispersão: “Quando eu calculo a média entre esses desvios, a gente encontra o que é chamado de desvio médio do conjunto de dados. Fazendo os cálculos, eu obtenho o valor de 1,25 de desvio médio da equipe A e 3,75 para a equipe B”.

Entretanto, o professor I havia considerado que o que foi apresentado pelo Pesquisador 1 tratava-se na verdade de outra medida de dispersão. Portanto, o docente acrescentou o seguinte questionamento: “Mas a fórmula original eleva ao quadrado e compensa esses valores negativos”.

Reconhecendo uma possível confusão do participante, o Pesquisador 1 ressaltou que o que ele dizia estava correto, mas se tratava de outras medidas de dispersão, relacionadas à variância e ao desvio-padrão.

Sanada a dúvida do professor, o Pesquisador 1 solicitou aos participantes que refletissem com base nos valores de desvios-médios e, consequentemente, emitissem a conclusão a que chegaram. Assim o professor I apresentou ao grupo suas percepções: “Eu analiso os valores. Como 1,25 é menor que 3,75, o conjunto A está desviando menos. Então em A os dados estão mais próximos entre si”.

Diante de todas as reflexões apresentadas e a fim de evitar que as limitações apontadas sobre as MTC, sobretudo da média, pudesse induzir os participantes a desconsiderarem a importância de tais medidas, o Pesquisador 3 fez as seguintes considerações:

No último encontro, tínhamos verificado que as MTC, principalmente a média, tem limitações. Mas isso não quer dizer que ela não seja importante, pois ela, por exemplo, é utilizada em outras fórmulas, como desvio-médio e desvio padrão. Ela sozinha nem sempre será uma boa ferramenta de análise e a gente pode vir a precisar de outras. Isso é importante frisar nesse momento. (Pesquisador 3)

Por fim, como a amplitude foi utilizada pela maioria dos participantes na resolução do problema, o Pesquisador 1 comentou alguns aspectos dessa medida. Assim, foi apresentado que ela, apesar de não ser tão precisa quanto as medidas de dispersão desvio médio e desvio-padrão, trata-se de uma ferramenta que possibilita uma visão inicial do comportamento dos dados do conjunto, sendo que, naquele contexto, ela era suficiente para fornecer subsídios para resolução da situação-problema.

Percebemos que a atividade dissertativa nº 2 favoreceu que alguns conhecimentos pudessem ser aprofundados, como a limitação das MTC, e outros fossem incluídos na discussão, sobretudo o desvio-médio.

Além disso, verificamos que os professores estavam aperfeiçoando seus conhecimentos, o que pode ser observado, por exemplo, na maneira como o professor K raciocinou para solucionar a questão. O docente reconheceu que, naquele contexto, os valores das MTC não eram suficientes para a tomada de decisão e buscou, no conhecimento discutido em outras atividades, meios para resolver a situação-problema. Isso nos sugere que ele, além de aprimorar o Conhecimento Comum do Conteúdo, na perspectiva de Ball, Thames e Phelps (2008), tenha desenvolvido seu Letramento Estatístico, sobretudo quanto aos elementos apontados por Gal (2004) como o Conhecimento Contextual e a Postura Crítica.

Considerando a perspectiva de Zeichner (2008), na qual o professor não deve ser considerado um agente passivo e apenas receber resultados de pesquisas, nessa atividade, pudemos instigá-los a refletir sobre uma das propriedades da média – na qual a soma de todos os desvios dos elementos em relação à media é igual a zero –, para depois formalizar tal conhecimento.

Cabe ressaltar que, apesar dos professores J e L terem apresentado certa dificuldade na resolução do problema proposto e não terem demonstrado uma participação mais ativa nas reflexões em grupo, foi possível observar que eles estavam atentos a tudo que estava sendo discutido. Provavelmente, eles não se sentiram confortáveis para expor suas perspectivas. Entretanto, considerando que a reflexão em grupo favoreceu que vários aspectos fossem abordados, acreditamos que isso os levou a refletir acerca das possíveis limitações que enfrentavam e, mesmo que não as tenha solucionado de imediato, aquele momento tenha sido um ponto de partida no desenvolvimento dos conhecimentos ali abordados.

4.2.3 Atividade Dissertativa nº 3 – Análise das MTC para representar conjuntos de dados

A Atividade Dissertativa nº 3 abordou a análise das MTC para representar dois conjuntos de dados bem parecidos, diferenciando-se apenas pelo valor de um de seus elementos (Quadro 19). Neste momento o objetivo era aprofundar a análise das MTC na representação de dados e sugerir como ferramenta nessa análise a utilização do desvio-médio.

Quadro 19 – Atividade Dissertativa nº 3

Determine a média, a mediana e a moda de cada um dos conjuntos de escores e, depois, responda às questões abaixo. Conjunto A: { 5, 6, 6, 7, 8, 9, 10, 10 }. Conjunto B: { 5, 6, 6, 7, 8, 9, 10, 95 }.

- Para qual dos conjuntos você considera que a média “reflete” melhor a realidade dos dados? Justifique.
- A moda é uma “boa” medida para indicar a tendência central dos dados desses dois conjuntos? E a mediana? Explique.
- Calcular o desvio médio dos dados do conjunto A.

Fonte: questão elaborada pelos autores

Em relação ao primeiro tópico, a maioria dos professores considerou que o conjunto A apresentava os dados mais concentrados e, portanto, sua média refletia bem essa característica. Entretanto, o professor J, apesar de ter calculado as médias dos dois conjuntos, não se posicionou.

No segundo aspecto tratado na questão, sete professores consideraram que a moda seria uma boa medida para representar os conjuntos, apresentando justificativas, como, por exemplo, que seus valores encontravam-se próximos aos da média e que ela representa os dados que aparecem mais vezes na sequência. Já a mediana foi bem aceita pelo grupo a fim indicar a tendência central dos dados dos conjuntos, entretanto eles não se aprofundaram em suas justificativas, conforme podemos ver nos registros do professor H (Figura 31). Além disso, o professor J, novamente, não apresentou resposta conclusiva em seus registros.

Figura 31 – Resolução da Atividade Dissertativa nº 3, item b, realizada pelo Professor H

b) A moda consegue representar quais valores aparecem mais vezes. A mediana pode ser utilizada nos dois conjuntos para demonstrar os dados.

Fonte: acervo pessoal

Quanto ao terceiro aspecto abordado na atividade, somente dois professores calcularam corretamente o desvio-médio relacionado ao conjunto A. Na sequência foi proporcionado um momento para que os professores expusessem as percepções que tiveram ao resolverem a questão. Assim, o professor K comentou que a média refletia bem o comportamento do conjunto A, porém o mesmo não ocorria em B: “Em A, os dados estão mais na órbita da média. Enquanto no conjunto B, um dos dados está bem distante”.

Ao encontro da reflexão apresentada pelo referido docente, o professor I argumentou:

O conjunto A, por ser mais homogêneo, sua média é mais próxima dos dados. A média acabou ficando no meio deles. No conjunto B, o último número [95] está deslocando a média para o lado dele. (...) Ou seja, no conjunto B a média não refletiu bem, pois o número 95 está deslocando a média para o lado dele. (Professor I)

Como o professor E havia comentado que uma opção seria retirar o número 95 do conjunto B, o Pesquisador 1 fez o seguinte questionamento ao grupo de participantes: “Uma

saída que o professor E comentou a respeito do conjunto B é retirar o número 95 para calcular a média. O que vocês acham disso?”.

Diante disso, dois professores se posicionaram contra e apresentaram os seguintes argumentos:

Professor K: Mas então não vai refletir o conjunto.

Professor D: Eu concordo. Se eu retirar um valor, não tem coerência eu dizer que está representando a realidade de todo o conjunto. Eu já acho que a média do conjunto B também reflete bem a realidade do conjunto, porque a gente consegue visualizar que o B tem melhor pontuação que o A. Que o B está mais bem qualificado que o A.

Desta feita, o Pesquisador 1 considerou oportuno o argumento apresentado pelo professor D, desde que fosse o contexto proposto pelo docente, mas frisou que naquela situação não era solicitada indicação de qual dos conjuntos havia demonstrado melhor desempenho: “Isso é possível desde que você considere esse contexto e que a média representa o conjunto que teve melhor desempenho. Mas nessa situação não havia esse contexto”.

Dando continuidade à discussão, o Pesquisador 1 perguntou aos professores se eles consideravam a mediana e a moda sendo boas medidas para representar aqueles conjuntos.

Em relação à mediana, os professores disseram que nos dois conjuntos o valor obtido foi de 7,5. Assim o professor I acrescentou que tal medida, por estar próxima da média do conjunto A, seria boa para indicar a tendência central daqueles dados, mas isso não ocorria em B.

Quanto à moda, alguns professores se posicionaram dizendo que não seria uma boa medida. O professor E, por exemplo, disse que ela não representaria bem o conjunto A por ser bimodal. Seguindo essa linha de raciocínio, o professor D “A moda no conjunto A está ao contrário da função dela, pois os valores 6 e 10 estão nos extremos do conjunto”.

Tal reflexão vai ao encontro dos estudos de Gal (2004) acerca do Letramento Estatístico, no qual o indivíduo deve analisar se as informações recebidas são incompletas ou tendenciosas e adotar um posicionamento crítico. Na argumentação do professor D, é possível verificar que ele reconheceu que os valores da moda localizados nos extremos da sequência de dados deturparam a ideia de que eles indicam a tendência central do conjunto.

Finalmente, como a maioria dos participantes não determinou corretamente o desvio-médio, os cálculos dessa medida em relação ao conjunto A foram socializados, obtendo-se o resultado de 1,625.

Diante disso, o professor E apresentou o seguinte questionamento: “Não tem um fator que diz a dispersão dos valores? Até determinado valor, para cima e para baixo?”.

Reconhecendo que o docente estava se referindo a outras medidas de dispersão, o Pesquisador 1 fez a seguinte consideração:

Sim, mas isso se refere ao desvio-padrão e também pode ser relacionado à curva normal. O desvio-médio é um cálculo mais simples de se calcular. Em contrapartida, o desvio-padrão, considerando a curva normal, possibilita obter mais informações do conjunto de dados, como a porcentagem de elementos que está entre um valor e outro. (Pesquisador 1)

Além disso, o referido mediador chamou a atenção dos participantes do curso para o significado dessa medida e como ela pode ser utilizada:

Em relação ao desvio-médio, a gente pode entender que ele é uma média dos desvios em relação à média do conjunto. Mas analisar isoladamente o valor 1,625 pode não ser suficiente. Quando você tem o valor do desvio-padrão do outro conjunto, isso possibilita fazer uma comparação para ver se um conjunto está mais concentrado que o outro. Calculando o desvio-médio do conjunto B, achamos o valor bem maior que esse. Isso indica que os dados do segundo conjunto são mais dispersos quando comparados aos de A. (Pesquisador 1)

Como os participantes estavam à vontade para expor suas visões, o professor I expôs ao grupo a reflexão que tinha a respeito da exclusão dos valores discrepantes no cálculo da média, aspecto tratado, sobretudo, na primeira atividade prática: “No geral, quando você tira os números que estão destoando, aparentemente existe uma tendência de melhorar, [o conjunto de dados] fica mais homogêneo”.

Entretanto o professor K contra-argumentou com base em sua perspectiva de que a exclusão de algum dado não refletiria a realidade do conjunto: “Mas aí você mascara”.

Para conduzir a discussão, o Pesquisador 1 comentou a importância em se considerar cada contexto na escolha de uma ferramenta para a tomada de decisão:

Vocês se lembram daquela atividade dos confetes. Tinha valor que era bem discrepante. Se a gente fosse tirar aquele valor para calcular a média dos dados, pode ser que nós iríamos tirar o número que estava correto. Então depende do contexto. Às vezes, o número pode ser discrepante e não representar nada no conjunto. Mas, às vezes, em outro contexto, aquele número pode ser bem importante para o conjunto de dados. (Pesquisador 1)

Frente a essa perspectiva, o professor E apresentou ao grupo uma experiência que tinha vivenciado durante sua prática de ensino:

Eu dei um trabalho de pesquisa para meus alunos do Ensino Médio. Era uma questão que tinha que medir o peso de um determinado objeto. E um dos alunos pesou e deu um valor bem absurdo, como o número 95 da atividade. (...) Todos os alunos pesaram o mesmo objeto numa mesma balança. Então, dentro daquela pesquisa, eu tinha que retirar aquele valor para calcular a média, porque ele não estava dentro dos padrões. (Professor E)

Como o professor reconheceu que algo que lhe havia ocorrido anteriormente poderia estar relacionado ao contexto apresentado e ao, mesmo tempo, buscou refletir sobre o que havia pensado quando fora interpelado pela situação, acreditamos que ele tenha vivenciado o que Schön (1992) aponta em seus estudos como reflexão-sobre-ação.

Além da discussão do conceito e da aplicação do desvio-médio ter sido ampliada nessa atividade, é possível identificar que, de modo geral, os professores apresentaram sinais de desenvolvimento de seus conhecimentos profissionais docentes. Isso pôde ser observado quando os participantes retomaram reflexões anteriormente realizadas e as utilizaram para expor seu posicionamento, argumentar e tomar decisões.

A seguir serão apresentados os resultados obtidos nas Atividades Dissertativas que ocorreram no último encontro formativo.

4.2.4 Atividade Dissertativa nº 4 – Inclusão de um dado no conjunto sem que a respectiva média seja alterada

No último encontro do curso, considerando que os professores A e H não puderam comparecer, contamos com a presença de doze participantes. Logo no início da sessão, foi proposta a Atividade Dissertativa nº 4. Esta consistia que analisar o aspecto de que a média não se altera ao incluir no respectivo conjunto um dado de valor igual ao dessa medida (Quadro 20). Isso pode ser relacionado à propriedade da média apontada por Strauss e Bichler (1988), a qual se refere à característica de que a inclusão de um elemento num conjunto altera essa medida, desde que o novo dado seja de valor diferente desta MTC.

Quadro 20 – Atividade Dissertativa nº 4

A tabela a seguir mostra os salários de um setor de uma empresa e o número de funcionários para cada um dos salários.

Salário (R\$)	Frequência
1.500,00	5
3.000,00	3
10.000,00	2

Um novo funcionário será contratado para esse setor. Para que a média salarial não se altere, quanto deverá ser o salário desse novo funcionário?

Fonte: questão elaborada pelos autores

Em relação aos registros apresentados pelos professores, todos determinaram o valor de R\$ 3.650,00 para a média do conjunto e para o novo funcionário. Entretanto, houve diferença no raciocínio desenvolvido para solucionar a questão. Assim sendo, oito docentes reconheceram de imediato que o próprio valor da média seria o salário do novo funcionário, o que pode ser observado, por exemplo, nos protocolos do professor F (Figura 32).

Figura 32 – Resolução da Atividade Dissertativa nº 4 realizada pelo Professor F

$$\bar{x} = \frac{1500 \times 5 + 3000 \times 3 + 10000 \times 2}{10}$$

$$\bar{x} = \frac{7500 + 9000 + 20000}{10} \Rightarrow \bar{x} = \frac{36500,00}{10}$$

$$\boxed{\bar{x} = 3650,00}$$

O novo funcionário deverá receber o salário médio que é de R\$ 3650,00, pois dessa forma não haverá alteração na média salarial da empresa.

Fonte: acervo pessoal

Os outros quatro participantes, após terem calculado a média, necessitaram fazer os cálculos de quanto deveria ser o salário do novo funcionário. A partir disso, dois professores concluíram que o valor obtido deveria ser igual à média. Por outro lado, os outros dois docentes não apontaram tal conclusão, o que nos sugere que, até aquele momento, eles não haviam reconhecido tal propriedade.

Em relação às discussões e reflexões obtidas nessa fase, o professor I, apontou que o problema proposto era bem simples e por isso o resolveu de imediato:

Professor I: Eu percebi o seguinte. Essa questão fala que o salário do novo funcionário não deve alterar a média. Então, por lógica, se eu calcular qual a média da empresa, o funcionário que entrar deverá ter o mesmo salário dessa média. Então não preciso fazer mais nenhuma conta.

Além disso, o professor M chamou a atenção para o valor obtido para a média, retomando o aspecto de ela ser uma medida influenciada por valores extremos: “Como tem aqueles dois salários de R\$ 10.000,00, a média vai ser maior que todos os outros salários. Esses salários maiores vão puxar a média para cima”.

A fim de enfatizar o propósito da atividade, o Pesquisador 1 comentou que naquela questão estava sendo abordada mais uma propriedade da média, a qual deve, portanto, ser de conhecimento dos docentes que lecionam tal conteúdo: “Essa é uma das propriedades da média e é importante que nós docentes a saibamos”.

Diante disso, o Pesquisador 3 complementou, sugerindo sua utilização na prática docente: “Em sala de aula, pode ser que o aluno não reconheça de imediato essa propriedade da média e isso possa ocorrer com muito mais intensidade entre eles”.

Em meio a essas reflexões, o professor K concordou com a perspectiva apresentada pelos mediadores e apontou que ele mesmo não havia reconhecido de imediato tal propriedade:

Isso é verdade, pois eu mesmo não tive essa percepção de imediato. Primeiro eu tive que fazer o caminho completo na minha mente. Ou seja, fiz a média dos dez dados,

para depois igualar os onze elementos à média e encontrar o valor do novo salário.
(Professor K)

Apesar da maioria dos professores ter resolvido rapidamente a Atividade Dissertativa nº 4, percebemos que alguns docentes desconheciam a propriedade abordada na situação-problema e foi possível chamar-lhes a atenção que tal aspecto pode ser uma dificuldade a ser enfrentada por seus alunos. Isso nos indica que estes tiveram a oportunidade de desenvolver o Conhecimento Especializado do Conteúdo, segundo os domínios propostos por Ball, Thames e Phelps (2008).

Por fim, acreditamos que o contexto de reflexão tenha favorecido aos participantes a percepção de que, muito provavelmente, a propriedade apresentada (aparentemente simples) não seja de reconhecimento imediato por todos os estudantes. Assim, caberá ao professor reconhecer essa possível limitação do aluno, o que está relacionado, na perspectiva de Ball, Thames e Phelps (2008), ao desenvolvimento do Conhecimento Especializado do Conteúdo profissional docente.

4.2.5 Atividade Dissertativa nº 5 – Tomada de decisão a partir das MTC

Na Atividade Dissertativa nº 5 retomamos a questão 8 do Questionário Inicial, cuja problemática consistia na escolha por uma empresa mais favorável para se trabalhar, considerando-se apenas os salários médio, mediano e modal (Quadro 21).

Quadro 21 – Atividade Dissertativa nº 5

Você está à procura de um emprego e buscou informações acerca da remuneração dos funcionários de três empresas. A seguir, encontram-se os salários, em reais, das empresas pesquisadas.

Empresa	A	B	C
Salário Médio	2.500,00	2.000,00	1.700,00
Salário Mediano	1.600,00	1.900,00	1.700,00
Salário Modal	1.500,00	1.800,00	1.700,00

Considerando-se as informações apresentadas, qual dessas empresas você optaria? Justifique sua escolha.

Fonte: questão elaborada pelos autores

Optamos por abordar novamente tal situação-problema pelos seguintes motivos: ser uma situação que possibilitaria uma análise dos significados e da inter-relação das MTC; não ter sido explorada em sua totalidade pelos professores quando a resolveram num primeiro momento; e o fato de que, desta vez, havia a possibilidade de interagir com os professores, ouvindo o porquê de suas escolhas, suas interpretações, seus questionamentos e suas reflexões diante das concepções próprias e das emanadas pelo grupo.

Importante ressaltar que, além dos professores A e H, o professor F não participou da

realização da presente atividade. Assim sendo, contamos com as informações de onze docentes.

Em relação aos registros, todos os participantes optaram pela Empresa B. De modo geral, constatou-se que, nessa etapa, eles realizaram uma análise com base em mais argumentos; entretanto, alguns deles relacionaram apenas os valores das MTC e não os significados dessas medidas. Além disso, verificamos a existência de algumas limitações conceituais – considerar que a moda representa a maioria dos dados e ao se deparar com um mesmo valor para as MTC, inferir que todos os dados do conjunto analisado são idênticos –, as quais deveriam ser levadas à reflexão dos docentes durante a discussão da atividade.

Assim sendo, solicitamos aos professores que comentassem quais foram suas percepções ao analisarem a questão em grupo.

O professor I disse que, ao resolvê-la novamente, pôde perceber aspectos que anteriormente não teria se atentado. Isso pode ser constatado ao relacionar seus registros anteriores, cuja justificativa de escolha pela empresa B pautou-se apenas nos valores da mediana e da moda, com os da segunda resolução, na qual ele adotou como parâmetro o aspecto da variação de valores (Figura 33).

Figura 33 – Resolução da Atividade Dissertativa nº 5 realizada pelo Professor I

EMPRESA B (ESCOLHIDA). - FOCO SALÁRIO

maiorz MEDIANO.

" MODAL .

A VARIACÃO ENTRE SALÁRIOS :

MÉDIO / MEDIANO / MODAL É O MENOR, ISTOÉ,

NO CASO C, NÃO TEM NENHUMA VARIACAO

PODEM NÃO CONTEMPLAR OS MAIORZOS SALÁRIOS

Fonte: acervo pessoal

O modo que o referido docente utilizou a palavra variação nos sugere que ele havia reconhecido o significado das MTC neste aspecto, ou seja, valores das três medidas muito próximos entre si indicam que, muito provavelmente, há uma forte concentração de dados ao redor delas. Entretanto, percebemos que a palavra variação, no sentido dado pelo professor, refere-se à diferença quantitativa dos valores entre as medidas de cada empresa, ou seja, não houve uma exploração dos significados e das interpretações que poderiam ser obtidas a partir desses valores.

No nosso caso foi diferente. Chegamos ao mesmo ponto, porém a maneira de enxergar o problema foi modificada. (...) Se eu analisar a empresa C, o 1.700 é fixo ali. Então se eu comparar o C com o A, o A tem salário mais alto, porém ele tem uma variação entre eles muito grande. Então decido comparar tanto o A e o C com o

B, ao mesmo tempo. Em B, temos um salário médio de R\$ 2.000. Perde apenas para o de R\$ 2.500, pois está ganhando o 1.900 e o 1.800. Com dois a favor e um contra, então estou tendo uma tendência do em escolher B. Como em C 1.700 é fixo e menor, então faço a opção pelo B. (Professor I)

Diante do exposto, percebemos que o professor I aprimorou a interpretação das MTC, porém a precedência dos valores dessas medidas em detrimento de seus significados ainda era determinante em sua análise. Acreditamos que esse posicionamento seja reflexo da forte concepção que o participante detinha acerca do cálculo das MTC, assim como evidenciado por Buitrago e Ramírez (2013), cujos estudos apontaram o foco que os professores investigados tinham no procedimento para o cálculo da média, sem que apresentassem uma compreensão de seu significado.

Quanto ao professor K, no Questionário Inicial, ele havia justificado sua escolha tão somente com base no valor mediano. Nessa segunda oportunidade, apesar de em seus registros haver apenas uma explicação mais sucinta de sua escolha, justificada apenas com base na mediana e na moda (Figura 34), percebe-se que ele ampliou sua visão da inter-relação existente entre as MTC, o que podemos observar em seu relato:

Num primeiro momento, o meu maior desafio foi identificar quais dos salários médio, mediano e modal, eu teria que tomar como referência na escolha entre as empresas. Seria o médio o mais interessante? Ou o mediano? Ou o modal? Ou seriam dois deles? Ou três deles? Então meu primeiro desafio foi esse. (Professor K)

Figura 34 – Resolução da Atividade Dissertativa nº 5 realizada pelo Professor K

Eu optaria pela empresa B. Porque os salários Mediano e Modal são maiores.

Fonte: acervo pessoal

Já o professor M havia justificado sua escolha com base no valor da diferença entre a mediana e a moda da empresa B, sem se aprofundar em sua análise. Nesse momento, ele fez uma análise considerando que, por ser um novo funcionário na empresa, seu salário inicial estaria entre os menores e, desta maneira, optaria pela empresa que dentre seus menores salários fosse a que remunerasse melhor.

Ao verificar os registros do professor M (Figura 35), percebemos que ele mantinha a concepção de que a moda representava a maioria dos dados. A visão que o referido professor tinha da vida prática de que a maioria dos empregados de uma empresa recebe os menores salários, aliada ao fato de, na questão estudada, o salário modal de cada uma das empresas ser menor ou igual às respectivas média e mediana, mostrou-se como possível obstáculo para que ele reconhecesse o correto significado da moda.

Figura 35 – Resolução da Atividade Dissertativa nº 5 realizada pelo Professor M

A) Resposta B. menor variação entre média e moda
Pois a C sempre é 1700,00 (fixo)
C a maioria ganha 1500,00

Fonte: acervo pessoal

Ademais, o professor M apresentou uma dúvida que indicava que ele, provavelmente, durante a discussão em grupo, tenha repensado a análise que desenvolvera e que poderia estar equivocado:

Eu posso dizer que o salário de R\$ 1.700 na empresa C é fixo?

Pesquisador 1: Não. Você pode dizer que a maior concentração dos salários está em torno de R\$1.700. É o mesmo que ocorre na curva normal, os valores das três medidas coincidem. (Professor M)

Já o Professor G demonstrou ter aprimorado seu conhecimento frente aos significados da média, ao passo que reconheceu e utilizou uma das propriedades dessa medida, discutida em encontros anteriores, para analisar a situação e tomar uma decisão:

Quando fala da empresa A, é só a gente lembrar a atividade dos doces que nós fizemos, que tiveram aqueles valores discrepantes. Então, esse salário médio do A é o caso do valor discrepante do doce. É um chute alto. É, por exemplo, o salário do diretor da empresa. Na empresa C você fica sem opção, então, mesmo que você não queira fazer uma análise tão profunda, você vai pela lógica. (Professor G)

Além disso, ele demonstrou dominar o significado da mediana, utilizando-se do seu significado na análise da situação-problema, ou seja, uma vez que ela representa a posição que separa o conjunto de dados em duas partes iguais, haveria maior quantidade de salários acima de R\$ 1.800,00, quando comparada com a quantidade de salários abaixo desse valor. Tal posicionamento pode ser observado por meio da seguinte afirmação do professor G: “(...) o salário mediano ser R\$ 1.900,00 significa que tem uma quantidade maior de salários acima de R\$ 1.800,00 e menos salários menores que R\$1.800,00”.

Entretanto, ao se referir à moda, percebe-se, assim como em relação ao Professor M, que o professor G mantinha a visão de que tal medida representava a maioria dos dados: “Você tem o salário modal de R\$1.800, ou seja, muita gente tem esse valor”.

Essa concepção também pode ser evidenciada em seus protocolos, os quais foram realizados em conjunto com o professor C (Figura 36).

Figura 36 – Resolução da Atividade Dissertativa nº 5 realizada pelos Professores C e G

A empresa B é a mais interessante pois o salário modal significa que mais pessoas ganham esse valor.
Se fosse a média, poderia ter acontecido de apenas 1 salário ser muito baixo e o outro muito alto..

Fonte: acervo pessoal

Nos registros apresentados acima, percebe-se, ainda, que os professores C e G analisaram o significado da média, provavelmente em relação à empresa B, quanto aos dados discrepantes, mas no sentido de que um valor muito acima da média seria compensado por outro valor muito abaixo dessa medida.

Assim como os professores G e M, o professor E demonstrou que ainda detinha a concepção de que a moda representava a maior quantidade de dados do conjunto analisado, conforme o relato a seguir:

A empresa A foi excluída porque no salário modal (...) é a maior quantidade de salários, o valor modal seria a maior quantidade de funcionários moda, modal, o valor modal. (...) Então, automaticamente, analisamos os salários [modais] de B e C, que poderia estar caindo entre 1.700 e 1.800. Quer dizer, em vez de ganhar R\$ 1.500,00, poderia estar ganhando entre R\$ 1.700,00 e R\$ 1.800,00. Por causa disso eliminamos a empresa A. (Professor E)

O Professor N, em seus registros (Figura 37), apontou que seu grupo optou pela empresa B pelos seguintes motivos: nela a variação dos salários é menor, não havendo grandes distorções dos salários; na empresa A, devido a sua média discrepante em relação à mediana e à moda, há valores discrepantes de salários; e na empresa C, não há perspectiva de crescimento.

Figura 37 – Resolução da Atividade Dissertativa nº 5 realizada pelo Professor N

Escolheria a empresa B por conta de ser mais regular a distribuição de salários, sem ocorrer muitas distorções. Diferente da Empresa A que apresenta uma média muito alta em relação as outras medidas, ou seja, pode haver funcionários que recebe um salário muito elevado, ou muito baixo quando a média. Ao passo que na empresa C, não há uma grande perspectiva de crescimento.

Fonte: acervo pessoal

Quanto à reflexão do professor N na discussão em grupo, verificamos a retomada da propriedade da média ser afetada por valores extremos:

No momento de fazer a escolha, uma das pessoas do meu grupo escolheu justamente a empresa A por conta da média dos salários ser 2.500. Eu e mais um do meu grupo escolhemos o B por conta da média ser 2.000 e o salário mediano 1.900. Porém, o terceiro integrante do grupo foi irredutível no sentido de que o salário médio de A era 2.500. Então a gente fez a seguinte colocação: o salário médio é 2.500, mas você tem que levar em consideração que ali naquele 2.500 pode ter o diretor da empresa que está lá no topo, enquanto tem um cara ganhando 500 reais. (Professor N)

Além disso, como na Atividade Prática nº 1 o professor A havia demonstrado, a partir de suas reflexões, que a moda significava a maioria dos dados do conjunto analisado e, novamente, tal aspecto pôde ser observado nas concepções de professores E, G e M na discussão desta quinta questão dissertativa, o Pesquisador 1 apresentou a todos os participantes o seguinte questionamento: “Considerando que na empresa A eu tenho uma moda de 1.500, é possível afirmar em torno de quantos salários são de R\$1.500?”.

Então os professores participantes da investigação disseram que isso não seria possível. A fim de reafirmar tal característica da moda, foi apresentado o seguinte contexto aos participantes:

Nós podemos apenas afirmar que são, no mínimo, dois salários de R\$ 1.500,00, mas não é possível determinar quantos. Por exemplo, poderia se tratar de uma empresa com 100 funcionários e nessa empresa o salário de R\$ 1.500,00 se repetir apenas uma vez e os outros salários serem todos diferentes entre si. Moda é o valor de maior frequência absoluta, não é uma medida para representar a maioria dos dados. (Pesquisador 1)

Objetivando favorecer novas reflexões entre os professores participantes dessa investigação, foi-lhes proposta a seguinte situação:

Pessoal, e se eu me considerasse uma funcionária bem qualificada, eu poderia de repente optar pela empresa A, porque nela eu tenho a opção de me sair bem [se referindo aos valores discrepantes que puxam a média para cima]. Ou seja, é possível analisar essa situação com base no perfil profissional do candidato ao emprego. Como nós somos muito ligados à Matemática, a gente foca muito nos valores. De repente, em sala de aula, seria interessante estimular os alunos a pensarem num determinado perfil, no outro perfil, em outro perfil... Se estiver extremamente qualificado, seria uma empresa, e se acho que eu ainda não estou bem preparada, seria outra empresa. É olhar sob outro ponto de vista. (Pesquisador 3)

A partir disso, dois professores apresentaram contribuições interessantes: o professor G refletindo acerca de sua prática de ensino, reconheceu a possibilidade de aprimorar suas aulas e o professor I percebeu que as discussões ali ocorridas estavam relacionadas ao contexto que vivenciara naquela semana.

Professor G: Nossa! Não tinha pensado nisso! Eu pensei em quase tudo que todo mundo falou, mas nisso eu não tinha pensado. A gente ouve dos alunos: ah professor, lá a gente não passa disso! Então é uma coisa que pode ser levada para a sala.

Professor I: Queria comentar um negócio que aconteceu numa sala de aula, eu não tinha pensado nesse problema com o que aconteceu. Mas agora que vocês estão falando, eu tô ligando uma coisa com a outra. Nessa semana, teve um aluno que

comentou o seguinte: eu preciso passar agora no 3º ano, porque onde eu estou trabalhando, se eu já tiver o ensino médio, o meu salário vai subir. Então, agora que vocês tão comentando, eu realmente acho que ele pensou exatamente nesses casos aí [referindo-se ao aspecto da qualificação profissional para progredir em uma empresa].

Essa discussão nos remete aos estudos de Zeichner (1993), pois, segundo o autor, quando os professores criticam e desenvolvem suas teorias práticas por meio de reflexão acerca de sua prática de ensino, levando em consideração as condições sociais que os envolvem, estes estão vivenciando um ensino reflexivo.

Diante do contexto apresentado, considerando todas as reflexões e discussões promovidas entre os professores e que emergiram durante a análise das resoluções da Atividade Dissertativa nº 5, ocorrida no último encontro formativo, constatou-se que alguns professores antes da discussão em grupo possuíam dúvidas acerca dos significados das MTC. Muito provavelmente, essas limitações conceituais, se não tivessem sido detectadas e discutidas naquele momento e por se enquadrarem no Conhecimento Comum do Conteúdo, comprometeriam o desenvolvimento de outros domínios docentes dos participantes de nossa investigação. Dentre as categorias propostas por Ball, Thames e Phelps (2008), podemos citar dois domínios que seriam prejudicados: o Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes, relacionado aos conhecimentos docentes de quais são as possíveis dificuldades que os alunos enfrentam na interpretação e análise das MTC, e o Conhecimento do Conteúdo e do Ensino, cujo domínio possibilita ao professor saber diferentes maneiras de abordar e tratar as MTC com seus alunos, favorecendo-lhes a compreensão do conteúdo estudado.

Ainda em relação aos conhecimentos aprimorados pelos participantes, acreditamos, apoiados em Dewey (1959), que os professores tenham vivenciado uma experiência significativa por apresentarem várias reflexões em grupo reconhecendo a aplicabilidade das MTC e as limitações que, mesmo sendo o último encontro, ainda não tinham superado totalmente.

Finalmente, com base nos estudos de Gal (2004), constatamos uma evolução no nível de letramento estatístico dos docentes, sobretudo por se familiarizarem com termos e conceitos básicos da média, da mediana e da moda – como, por exemplo, que a moda não representa a maioria dos dados e que as MTC serem de mesmo valor não implica todos os dados do conjunto analisado serem idênticos – e corrigirem as percepções que pudessem comprometer o desenvolvimento do conhecimento profissional docente.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nestas considerações finais, apresentamos uma síntese do trabalho realizado, com especial atenção aos resultados alcançados e uma sugestão para investigação futura.

A presente pesquisa foi desenvolvida no âmbito do Observatório da Educação, financiado pelas CAPES, contando com a participação de quatro investigadores, que foram os mediadores do curso, e de quatorze professores da rede pública de ensino paulista. Apesar de todos lecionarem na Educação Básica, não havia uma correlação entre a idade dos docentes e o tempo deles de atuação no ensino, portanto, o grupo investigado era bem diversificado.

O objetivo traçado neste estudo foi investigar a ampliação da base de conhecimentos para o ensino de MTC de um grupo de professores participantes de uma formação continuada.

A seguinte questão de pesquisa foi utilizada para conduzir o desenvolvimento dos trabalhos: *Quais conhecimentos profissionais são ampliados por um grupo de professores sobre o ensino da MTC durante sua participação em um processo formativo?*

Assim sendo, identificamos quais as concepções iniciais que os professores de Matemática participantes desse processo formativo apresentavam em relação às MTC. Recorrendo a estudos já realizados com base nessa temática, os quais chamavam a atenção quanto a limitações tanto entre professores como entre alunos, elaboramos dois instrumentos de pesquisa: o Questionário de Identificação de Perfil e o Questionário Inicial. Eles foram utilizados no primeiro encontro do curso proposto e possibilitaram ter uma noção inicial do perfil profissional e dos conhecimentos que o grupo de docentes detinha naquele momento. De um modo geral, os resultados apontaram haver necessidade em ampliar o conhecimento dos professores investigados acerca dos significados, características e propriedades das MTC e isso foi considerado, em conjunto com as pesquisas realizadas, no planejamento das sessões formativas.

Em relação à metodologia de pesquisa, apoiamo-nos em características de pesquisa qualitativa e em princípios do *Design Experiments*, propostos por Cobb et al. (2003), a saber: previsão e reflexão do *design*, natureza altamente intervencionista e *design* interativo (ciclos de invenção e revisão). A partir disso, pudemos usufruir os conhecimentos que os participantes demonstraram, tanto na percepção que tiveram por meios das discussões e reflexões, como nas experiências que detinham em suas práticas de ensino.

No segundo encontro formativo, houve o desenvolvimento de duas atividades práticas. Nos outros dois encontros, foram propostas as Atividades Dissertativas, as quais

aprofundaram os conhecimentos acerca das características e propriedades das MTC. Nessa fase, reforçamos, por meio das discussões e reflexões, a perspectiva da prática docente de ensino e as possíveis dificuldades que os alunos poderiam vivenciar durante o aprendizado de média, mediana e moda.

De modo geral, verificou-se a ampliação nos conhecimentos profissionais docentes dos participantes da investigação acerca dos conceitos e significados das MTC, possibilitando que eles desenvolvessem análises mais bem estruturadas de situações que tivessem como informação a média, a mediana e a moda dos elementos estudados.

Mais especificamente, alguns aspectos podem ser destacados nessa trajetória. Dentre eles, a superação por parte dos professores acerca da ideia de que a média geralmente é a mais adequada para indicar a tendência central de um conjunto de dados. Assim, a partir das atividades desenvolvidas, os docentes reconheceram que, em certos casos, a mediana e a moda podem ser as mais adequadas para esse fim. Já em outros momentos, estas medidas podem também não ser suficientes para se obter um retrato fiel do contexto observado, sendo necessário o uso de outras ferramentas, como a análise da dispersão de dados.

Outro fato que merece destaque foi a necessidade de o significado da moda, ao longo do curso, ter sido retomado, pois havia professores que a consideravam como uma medida que representava a maioria dos elementos do conjunto estudado. As reflexões e discussões possibilitaram que tais docentes corrigissem essa concepção, ou seja, que tal medida, na verdade, representa o dado de maior frequência absoluta.

Um terceiro aspecto propiciado nesta investigação foi os participantes desenvolverem o conhecimento de quais são as dificuldades mais comuns entre os estudantes em relação à temática MTC. Com base nisso, esses profissionais poderão aprimorar o planejamento de suas práticas de ensino antevendo tais limitações de seus alunos.

Além disso, muitos dos professores, que inicialmente tinham como foco os procedimentos de cálculo das MTC, por terem ampliado seus conhecimentos em relação às propriedades e aos significados dessas medidas, desenvolveram seu nível de letramento estatístico em relação a poderem inter-relacioná-las para uma tomada de decisão mais precisa.

Temos convicção de que os resultados obtidos, tanto pelos professores participantes dessa investigação, quanto para o desenvolvimento da pesquisa para a Educação Matemática, foram possíveis de se alcançar devido à maneira como o curso de formação continuada foi desenvolvido. Nele, os professores eram motivados a discutir e refletir em grupo e verificamos que, isso sendo de modo natural, eles se sentiam à vontade para expor suas concepções e questionamentos. Mesmo quando alguns participantes pudessem se sentir

desconfortáveis para apresentar suas limitações, outros professores poderiam ter a mesma percepção e a apresentava em discussão. Além disso, não determinamos teorias iniciais a serem provadas, mas sim investigamos as perspectivas dos professores ao analisarem o conteúdo das MTC para seu ensino.

Acreditamos que as características do mencionado curso e as propriedades e os significados das MTC tratados em todos os encontros formativos podem ser utilizados em cursos de formação inicial e continuada, possibilitando a outros professores ampliarem suas visões dessa temática voltada para o ensino.

Por fim, propomos a ampliação da pesquisa aqui apresentada, de tal maneira que, com base nos moldes aqui adotados, sejam acrescentados dois momentos na pesquisa de campo: o primeiro deverá ocorrer anteriormente ao curso de formação continuada, cabendo aos pesquisadores ir à sala de aula a fim de observar os docentes atuando ao lecionarem o conteúdo; já o outro momento, o qual ocorrerá após a realização do curso, refere-se a retornar às salas de aulas dos respectivos professores para analisar e refletir com esse profissional sobre o resultado prático obtido.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BALDERAS, P.; BATANERO, C.; COBO, B.; MAYÉN, S. Comprensión de las medidas de posición central en estudiantes mexicanos de bachillerato. **Revista Iberoamericana de Educación Matemática – UNIÓN**, v.9, p. 187-201, mar. 2007.

BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content knowledge for teaching: what makes it special? In: **Journal of Teacher Education**. V. 59, n. 5, p. 389-407, nov. 2008.

BATANERO, C. Significado y comprensión de las medidas de posición central. **Revista de Didáctica de las Matemáticas – UNO**, v. 25, p. 41-58, 2000. Disponível em: <http://www.researchgate.net/profile/Carmen_Batanero/publication/39145594_Significado_y_comprehension_de_las_medidas_de_posicion_central/links/00b7d52073715746b5000000.pdf>. Acesso em: 20 set. 2015.

BATANERO, C.; DÍAZ, C.; CONTRERAS, J. M.; ROA, R. El sentido estadístico y su desarrollo. **Revista de Didáctica de las Matemáticas – NÚMEROS**, v. 83, p. 7-18, jul. 2013. Disponível em: <http://www.sinewton.org/numeros/numeros/83/Monografico_01.pdf>. Acesso em: 15 jan. 2014.

BRASIL. Ministério da Educação. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio: Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias**. Brasília, 2006. Vol.2. 135p.

_____. _____. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais – Primeiro e Segundo Ciclos do Ensino Fundamental**: Matemática. Brasília, 1997. 142p.

_____. _____. **Parâmetros Curriculares Nacionais – Terceiro e Quarto Ciclos do Ensino Fundamental**: Matemática. Brasília, 1998. 148p.

_____. _____. **Guia de livros didáticos PNLD 2015 – Ensino Médio**: Matemática. Brasília, 2014. 108p.

BUITRAGO, J. O; RAMÍREZ, J. S. Conocimiento de contenido estadístico de los maestros. **Probabilidad Condicionada: Revista de didáctica de la Estadística**, n. 2, p. 157-164, 2013.

COSTA, A. **A Educação Estatística na Formação do Professor de Matemática**. 2007. 153p. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade São Francisco, Itatiba, 2007.

COBB, P.; CONFREY, J.; diSESSA, A.; LEHRER, R.; SCHAUBLE, L. Design experiments in educational research. **Educational Researcher**, v. 32, n. 1, pp. 9-13, jan. 2003. Disponível em: <http://www.aera.net/uploadedFiles/Journals_and_Publications/Journals/Educational_Researcher/3201/3201_Cobb.pdf>. Acesso em: 25 mar. 2015.

DEWEY, J. **Democracia e educação**: introdução à filosofia da educação. 3^a Ed. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1959. 416p.

GAL, I. Statistical Literacy: Meanings, Components, Responsibilities. In: BEM-ZIV, D., GARFIELD, J. **The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning and**

Thinking. Kluwer Academic Publishers: Dordrecht, 2004. p. 47-78.

HEALY, L.; HOYLES, C. **Data Handling in the Primary Classroom:** teachers and pupils as research designers. Advisory Unit Enterprises Ltda., Hatfield, 1993.

PIMENTA, S. G. (2005) Professor Reflexivo: construindo uma crítica. In: PIMENTA, S. G.; GHEDIN, E. (Orgs). **Professor Reflexivo no Brasil:** gênese e crítica de um conceito. 3^a Ed., São Paulo: Cortez, p.17-57.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação do Estado. **Curriculo do Estado de São Paulo:** Matemática e suas tecnologias (Ensino Fundamental – Ciclo II e Ensino Médio). São Paulo, 2012. 72p.

_____. _____. **Relatório do Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo.** São Paulo, 2010. 240p.

_____. _____. **Relatório do Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo.** São Paulo, 2011. 245p.

_____. _____. **Relatório do Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo.** São Paulo, 2012. 206p.

SCHÖN, D. Formar professores como profissionais reflexivos. **Os professores e a sua formação**, v. 3, p. 77-91, 1992.

SCHÖN, D. Formar professores como profissionais reflexivos; In: NÓVOA, A. **Os Professores e a sua formação**. Lisboa: Dom Quixote, 1992, p. 77-92.

SERA, E. K. **Conhecimentos de Professores para o Ensino da Leitura e Construção de Gráficos Estatísticos na Educação Básica.** 2016. 204p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2016.

SHULMAN, Lee S. **Those who understand:** Knowledge growth in teaching. In: Educational Researcher, 15, 1986, p. 4-14.

STELLA, Cristiane Aparecida. O Conceito de Média: problemas de construção X problemas tradicionais. In: VIII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA , 2004, Recife. **Educação Matemática:** um compromisso social. Disponível em: <<http://www.sbembrasil.org.br/files/viii/pdf/03/CC27002082850.pdf>>. Acesso em: 25 jul. 2015.

STRAUSS, S.; BICHLER, E. The development of children's concepts of the arithmetic average. **Journal for Research in Mathematics Education**, p. 64-80, 1988. Disponível em: <http://www.jstor.org/stable/749111?seq=1#page_scan_tab_contents>. Acesso em: 04 fev. 2015.

ZEICHNER, K. M. **A formação reflexiva de professores: ideias e práticas.** Educa, 1993.

ZEICHNER, K. M. Uma análise crítica sobre a “reflexão” como conceito estruturante na formação docente. **Educação & Sociedade**, v. 29, n. 103, p. 535-554, 2008.

APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO DE IDENTIFICAÇÃO DE PERFIL DO GRUPO DE PROFESSORES



PROJETO DE EDUCAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA PROGRAMA OBSERVATÓRIO DA EDUCAÇÃO

QUESTIONÁRIO DE IDENTIFICAÇÃO DE PERFIL DO GRUPO DE PROFESSORES

1. Você é licenciado em Matemática? Em caso negativo, indique sua formação.

2. Em qual instituição de ensino superior concluiu o curso de licenciatura?

3. Em quais turmas leciona?

- () Ensino Fundamental
() Ensino Médio

4. Há quanto tempo leciona?

5. Qual sua idade?

- () 20 a 25 anos
- () 26 a 30 anos
- () 31 a 35 anos
- () 36 a 40 anos
- () 41 a 45 anos
- () 46 a 50 anos
- () mais de 50 anos

6. A qual diretoria de ensino você pertence?

APÊNDICE B – QUESTIONÁRIO INICIAL



**PROJETO DE EDUCAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES
DE MATEMÁTICA
PROGRAMA OBSERVATÓRIO DA EDUCAÇÃO**

QUESTIONÁRIO INICIAL

Nome: _____

e-mail: _____

- 1) Quais conhecimentos você acredita que são necessários ao professor para que ele ensine, na educação básica, medidas de tendência central, ou seja, média, mediana e moda?
- 2) Você ensina (ou já ensinou) o tópico medidas de tendência central? Em caso afirmativo, em qual série? Quais são (foram) as dificuldades que você enfrenta (enfrentou)?
- 3) Devido à tarefa dos professores em ensinar uma grande quantidade de conteúdo, indicada pelos currículos, durante um pequeno espaço de tempo, por vezes, alguns assuntos não são abordados em sala de aula, ou apenas tratados superficialmente. Você enfrenta essa dificuldade em relação ao conteúdo medidas de tendência central? Explique.
- 4) Calcule a média, a mediana e a moda dos seguintes valores: 2, 9, 9, 16 e 19.
- 5) O quadro a seguir apresenta o desempenho de alunos em uma prova de Matemática. Calcule a média, a mediana e a moda das notas desses alunos.

Nota na Prova	Quantidade de alunos
0	1
2	1
9	4
6	8
7	6

- 6) A professora Maria fez o levantamento de quantos livros seus alunos haviam lido nas férias, conforme apresentado abaixo:

Aluno (a)	Quantidade de livros lidos
Luana	4
Thaís	3
Gefferson	1
Carlos	1
Paula	1

A partir disso, ela comentou com seus alunos: muito bem, pessoal! Em média, vocês leram dois livros nas férias!

Luana, inconformada, questionou a professora: Como pode ser uma média de dois livros, sendo que ninguém leu dois livros?

Diante da situação apresentada, como você responderia ao questionamento de Luana?

- 7) Carolina viu a seguinte informação enquanto navegava na internet: “Em 1970, a mulher brasileira tinha, em média, 5,8 filhos. Trinta anos depois, esta média era de 2,3 filhos.” Ela julgou duvidosa essa informação, pois os valores dessas médias não são números inteiros.

Você concorda com a avaliação de Carolina? Caso discorde, que explicação você utilizaria para convencê-la de sua opinião?

- 8) Você está à procura de um emprego e buscou informações acerca da remuneração dos funcionários de três empresas. A seguir, encontram-se os salários, em reais, das empresas pesquisadas.

Empresa	A	B	C
Salário Médio	2.500,00	2.000,00	1.700,00
Salário Mediano	1.600,00	1.900,00	1.700,00
Salário Modal	1.500,00	1.800,00	1.700,00

Considerando-se as informações apresentadas, qual dessas empresas você optaria? Justifique sua escolha.

APÊNDICE C – ATIVIDADES DO PROCESSO FORMATIVO



PROJETO DE EDUCAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA PROGRAMA OBSERVATÓRIO DA EDUCAÇÃO

MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL

ATIVIDADE 1

Foram coletadas 150 observações da variável X representando o número de vestibulares FUVEST que os estudantes prestaram. Os dados estão na tabela abaixo:

X	Fi
1	75
2	52
3	21
4	2

Calcular:

- a) média,
- b) mediana e
- c) moda.

ATIVIDADE 2

Os conjuntos A e B indicam o número de acertos de cada atirador de tiro ao alvo de duas equipes.

$$A = \{8, 9, 10, 8, 7, 11, 8, 11\} \text{ e } B = \{7, 3, 10, 6, 5, 13, 18, 10\}$$

- a) Para você, qual dessas duas equipes é mais “estável”? Explique.
- b) Como você indicaria o grau de dispersão dos acertos em torno da média?

ATIVIDADE 3

Determine a média, a mediana e a moda de cada um dos conjuntos de escores e, depois, responda às questões abaixo. Conjunto A: 5, 6, 6, 7, 8, 9, 10, 10. Conjunto B: 5, 6, 6, 7, 8, 9, 10, 95.

- a) Para qual dos conjuntos você considera que a média “reflete” melhor a realidade dos dados? Justifique.
- b) A moda é uma “boa” medida para indicar a tendência central dos dados desses dois conjuntos? E a mediana? Explique.
- c) Calcular o desvio médio dos dados do conjunto A.

ATIVIDADE 4

A tabela a seguir mostra os salários de um setor de uma empresa e o número de funcionários para cada um dos salários.

Salário (R\$)	Frequência
1.500,00	5
3.000,00	3
10.000,00	2

Um novo funcionário será contratado para esse setor. Para que a média salarial não se altere, quanto deverá ser o salário desse novo funcionário?

ATIVIDADE 5

Você está à procura de um emprego e buscou informações acerca da remuneração dos funcionários de três empresas. A seguir, encontram-se os salários, em reais, das empresas pesquisadas.

Empresa	A	B	C
Salário Médio	2.500,00	2.000,00	1.700,00
Salário Mediano	1.600,00	1.900,00	1.700,00
Salário Modal	1.500,00	1.800,00	1.700,00

Considerando-se as informações apresentadas e que todos os candidatos ao emprego executarão a mesma função, qual dessas empresas você optaria? Justifique sua escolha.

APÊNDICE D – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO



UNIVERSIDADE ANHANGUERA DE SÃO PAULO

CAMPUS MARIA CÂNDIDA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Título da Pesquisa: Uma Investigação da Formação Continuada de Professores de Matemática da Educação Básica acerca dos Processos de Ensino e de Aprendizagem de Medidas de Tendência Central.

Nome da Orientadora da Pesquisa: Prof^a. Dra. Angélica da Fontoura Garcia Silva

Pesquisador: Tiago Augusto dos Santos Alves

O(A) senhor(a) está sendo convidado(a) a participar do Projeto de Pesquisa do Programa Observatório da Educação, CNPq/INEP/SECAD, nº 19378, edital 49/2012, por ser professor de Matemática da Educação Básica. As informações a seguir são fornecidas para sua participação no projeto de formação e pesquisas que tem por objetivo: desenvolver e analisar o processo de construção de um núcleo investigativo com e sobre o trabalho docente do professor de Matemática, com vistas à reconstrução da prática pedagógica e, consequentemente, a melhoria dos processos de ensino e de aprendizagem de conteúdos estruturantes do Ensino Básico. Consideramos sua contribuição fundamental para a produção de conhecimento da área de Educação Matemática.

Eu, Prof^a. Dra. Angélica da Fontoura Garcia Silva, orientadora desse Projeto de Pesquisa e Formação, vinculado ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Anhanguera de São Paulo, Campus Maria Cândida, sou responsável pela equipe de pesquisa que nele atua. Em qualquer momento do estudo, o(a) Sr.(a) terá acesso para esclarecimento de eventuais dúvidas. Os contatos poderão ser feitos por telefone (11)2967-9119 ou via e-mail angelicafontoura@gmail.com.

O material coletado durante o projeto, as atividades realizadas, as gravações de áudio e vídeo, as transcrições, os registros escritos, são estritamente confidenciais. Somente os pesquisadores terão conhecimento dos dados. Os participantes terão seus nomes trocados por pseudônimos a fim de preservar o sigilo sobre suas identidades.

Os resultados dessa pesquisa poderão ser utilizados para publicações em periódicos, livros, eventos científicos, cursos e outras divulgações acadêmico-científicas. A veiculação de imagem de sujeitos em divulgações científicas só será realizada com o consentimento dos envolvidos.

A qualquer participante é garantida a liberdade de se recusar a participar e a continuar participando em qualquer fase da pesquisa, sem qualquer prejuízo. A participação no projeto de pesquisa não traz complicações legais aos participantes. Ressaltamos que, de acordo com a

Resolução nº 466/2012 do Conselho Nacional de Saúde, toda pesquisa envolvendo seres humanos apresenta riscos, entretanto neste projeto os riscos são mínimos, por exemplo, pode haver desconforto ao responder questões ou algum constrangimento pessoal ao participar das discussões sobre os aspectos didáticos dos conteúdos matemáticos que estão sendo tratados. Nenhum dos procedimentos usados oferece riscos à dignidade e os procedimentos adotados obedecem aos Critérios da Ética em Pesquisa com Seres Humanos, conforme a Resolução supracitada. Não há despesas pessoais para o participante em qualquer fase do estudo, assim como não há compensação financeira relacionada a sua participação.

A participação nesta pesquisa e nas reuniões quinzenais do projeto, assim como as aplicações de atividades em sala de aula, não trará nenhum benefício. Entretanto, esperamos que, como retorno, os participantes tenham a oportunidade vivenciar momentos de reflexão sobre o processo de ensino e aprendizagem matemática, sobretudo os valores de tendência central, e de troca de experiências com professores dos diferentes níveis de escolaridade da Educação Básica, ampliando/aprofundando seu conhecimento profissional e suas práticas pedagógicas.

Caso necessite, entre em contato com o Comitê de Ética em Pesquisa: Rua Maria Cândida, 1813, Bloco G (6º andar), Vila Guilherme, São Paulo/SP; CEP: 02.071-013; telefone: (11) 2967-9015; e-mail: comissao.cep@ig.com.br.

Após estes esclarecimentos, solicitamos o seu consentimento de forma livre para participar desta pesquisa. Portanto, preencha, por favor, os itens que se seguem.

Eu, _____,
RG _____, de forma livre e esclarecida, manifesto meu
consentimento em participar da pesquisa e autorizo a veiculação dos resultados para os usos
mencionados e de minha imagem para fins de divulgação científica, assinando as duas vias e
ficando com a posse de uma delas.

Observação: caso persista alguma dúvida a respeito do presente Termo de Consentimento
Livre e Esclarecido, não o assine.

São Paulo, ____ de _____ de 2015.

Assinatura do participante da pesquisa

Tiago Augusto dos Santos Alves
Pesquisador

Profª. Dra. Angélica da Fontoura Garcia Silva
Orientadora da Pesquisa

Pesquisador: Tiago Augusto dos Santos Alves.

Telefone para contato: (11) 96617-4986

e-mail: intalves@hotmail.com

Orientadora da Pesquisa: Profª. Dra. Angélica da Fontoura Garcia Silva.

Telefone para contato: (11) 99544-1814

e-mail: angelicafontoura@gmail.com