UNIVERSIDADE ANHANGUERA DE SÃO PAULO

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

O ENSINO DE RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO A PARTIR DE SITUAÇÕES APLICADAS À FÍSICA: UM ESTUDO BASEADO NAS UNIDADES DE ENSINO POTENCIALMENTE SIGNIFICATIVAS (UEPS)

Tiago Nery Ribeiro

São Paulo

2015

UNIVERSIDADE ANHANGUERA DE SÃO PAULO

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

O ENSINO DE RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO A PARTIR DE SITUAÇÕES APLICADAS À FÍSICA: UM ESTUDO BASEADO NAS UNIDADES DE ENSINO POTENCIALMENTE SIGNIFICATIVAS (UEPS)

Trabalho submetido à banca examinadora da Universidade Anhanguera de São Paulo, como exigência para defesa de tese para obtenção do título de Doutor em Educação Matemática, sob a orientação da Professora Doutora **Divanízia do Nascimento Souza**.

Tiago Nery Ribeiro

São Paulo

2015

R372e Ribeiro, Tiago Nery

O ensino de razões trigonométricas no triângulo retângulo a partir de situações aplicadas à física: um estudo baseado nas Unidades de Ensino Potencialmente Significativas (UEPS). / Tiago Nery Ribeiro. – São Paulo, 2015.
213 f ; 30 cm

Tese (Doutorado em Educação Matemática, Área de concentração: Educação Matemática) – Coordenadoria de Pós-graduação, Universidade Anhanguera de São Paulo, 2015.

Orientadora: Prof.ª Dr.ª. Divanízia do Nascimento Souza

1. Unidade de ensino potencialmente Significativa (UEPS). 2. Aprendizagem significativa. 3. Níveis de conhecimento. 4. Razões trigonométricas. 5. Triângulo retângulo. I. Título. II. Universidade Anhanguera de São Paulo.

CDD 510.77

Anhanguera

UNIVERSIDADE ANHANGUERA DE SÃO PAULO
DIRETORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA

ATA DE DEFESA DA TESE

Pós-graduando Tiago Nery Ribeiro

Às 14h00 do dia vinte e quatro de dois mil e quinze reuni-se na Rua: Maria Cândida, 1813 – 4º andar /Bloco – G, no Campus Maria Cândida, da Universidade Anhanguera de São Paulo, a comissão Examinadora assim constituída: **Profa. Dra. Divanizia do Nascimento Souza**, Doutora em Tecnologia Nuclear; **Prof. Dr. Marcos Antonio Moreira,** Doutor em Science Education; **Profa. Dra. Marlene Alves Dias,** Doutora em Didática da Matemática; **Profa. Dra. Veleida Anahi da Silva,** Doutora em Ciências da Educação; **Profa. Dra. Maria Elisabette Brito Prado,** Doutora em Educação (currículo), para proceder ao julgamento da Banca de Defesa da Tese intitulada ***"O ensino de razões trigonométricas no triângulo retângulo a partir de situações aplicadas à Física: um estudo baseado nas Unidades de Ensino Potencialmente Significativas (UEPS)",*** apresentada pelo pós-graduando **Tiago Nery Ribeiro** para obtenção do título de Doutor em Educação Matemática, desta Universidade. Iniciado os trabalhos, o Presidente da Comissão Examinadora **Profa. Dra. Divanizia do Nascimento Souza** concedeu a palavra ao candidato **Tiago Nery Ribeiro**, para uma breve exposição de seu trabalho. A seguir, a Sra. Presidente concedeu a palavra , pela ordem e sucessivamente, aos Examinadores, os quis passaram a arguir o candidato durante um prazo máximo de 30 minutos, assegurando igual tempo para resposta a cada examinador . Ultimada a arguição, a Comissão , em sessão secreta, passou aos trabalhos de Julgamento, tendo considerado o candidato APROVADO.

Profa. Dra. Divanizia do Nascimento Souza (Presidente)

Divanizia N. Souza

Prof. Dr. Marcos Antonio Moreira - UFRGS (1º Membro Titular Externo)

Moreira

Profa. Dra. Marlene Alves Dias – UNIAN-SP (2º Membro Titular Interno)

Marlene Alves Dias

Profa. Dra. Veleida Anahi da Silva - UFS (3º Membro Titular Externo)

V Silva

Profa. Dra. Maria Elisabette Brito Prado - UNIAN-SP (4º Membro Titular Interno)

MEPrado

Dedico este trabalho:

Aos meus pais Pedro e Nevolanda, pelos exemplos de sabedoria, honestidade e amor.

Aos meus irmãos Iana Edite e Tomás.

Aos meus filhos Ana Patrícia e Pedro Tiago com muito amor e carinho.

E a minha esposa Patrícia, pelo amor, dedicação e compreensão.

Sem eles, não teria conseguido e nem teria valido a pena.

AGRADECIMENTOS

Rendemos louvores a Deus pelo dom que nos concede e pela graça que alcançamos nesse trabalho, ao mesmo tempo que oramos por todas as pessoas e instituições que tornaram possível a sua realização.

Agradeço a minha orientadora, a professora Doutora Divanízia do Nascimento Souza, pela sempre pertinentes apreciações, comentários e sugestões ao longo do trabalho e principalmente, pela simpatia e disponibilidade que sempre manifestou.

À professora Doutora Marlene Alves Dias, pela contribuição decisiva e pela cordialidade e disponibilidade que sempre manifestou.

À professora Doutora Tânia Maria Mendonça Campos, pela contribuição e empenho para que tudo fosse possível.

À professora Doutora Veleida Anahi da Silva, pelo auxílio na construção do trabalho e pela luta para que tudo fosse possível.

Ao professor Doutor Marco Antônio Moreira, pela disponibilidade e colaboração.

A minha querida professora Mestre Djalma Andrade, pelos ensinamentos e amizade e por continuamente me ajudar a (re)descobrir a aprendizagem significativa.

A todos os professores do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Anhanguera de São Paulo, pelo conhecimento que me ajudaram a construir.

Aos colegas de curso de Doutorado Interinstitucional (Dinter) em Educação Matemática pela amizade e companheirismo em todo o processo de formação.

Aos professores Doutor Celso José Viana Barbosa e Doutora Karly Barbosa Alvarenga pelas palavras encorajadoras no início do projeto.

Aos alunos participantes deste estudo pela disposição voluntariosa e simpática que demonstraram em todos os encontros.

A todos os colegas professores do Departamento de Física do Campus Professor Alberto Carvalho da Universidade Federal de Sergipe.

Ao Campus Professor Alberto Carvalho da Universidade Federal de Sergipe e ao Colégio Estadual Atheneu Sergipense, que permitiram a aplicação da UEPS em suas instalações.

À Coordenação de Aperfeiçoamento Pessoal de Nível Superior (Capes), pelo auxílio financeiro durante o período de estágio na UNIAN/SP.

À Universidade Federal de Sergipe e a Universidade Anhanguera de São Paulo pela oportunidade.

A toda minha família, meus pais Pedro e Nevolanda, meus irmãos Iana Edite e Tomás, minhas tias Valdeci, Bernadete, Conceição, Nilvanda, Luiz e José Ribeiro, meu sogro Francisco e minha sogra Neuza, com quem compartilho esse momento de alegria.

Ao meu padrinho José Nery (*in memoriam*) e minha madrinha Silvina Nery *(in memoriam*), os quais os ensinamentos jamais esquecerei.

À minha filha Ana Patrícia e ao meu filho Pedro Tiago, que nasceu durante essa caminhada, prometo que os momentos de ausência serão recompensados com muita brincadeira.

À minha esposa Patrícia, que nos momentos de insegurança e cansaço sempre me acolheu com palavras encorajadoras, com muito carinho e companheirismo.

A todos os amigos, que com carinho sempre me apoiaram e acreditaram na minha capacidade. Muito obrigado a todos.

Por fim, gostaria de agradecer a todos aqueles não citados que direta ou indiretamente contribuíram para a concretização deste estudo.

Quando a atitude de viver
É uma extensão do coração
É muito mais que um prazer
É toda carga da emoção
Que era o encontro com o sonho
Que só pintava no horizonte
E, de repente, diz presente
Sorri e beija a nossa fronte
E abraça e arrebenta a gente
É bom dizer viver, valeu
Ah! já não é nem mais alegria
Já não é nem felicidade
É tudo aquilo num sol riso
É tudo aquilo que é preciso
É tudo aquilo paraíso
Não há palavra que explique
É só dizer viver, valeu
Ah! eu me ofereço esse momento
Que não tem paga e nem tem preço
Essa magia eu reconheço
Aqui está a minha sorte
Me descobrir tão fraco e forte
Me descobrir tão sal e doce
E o que era amargo acabou-se
É bom dizer viver, valeu
É bom dizer amar, valeu.
Amar, valeu.

(Luiz Gonzaga e Gonzaguinha)

RESUMO

Nesta pesquisa foi analisado como evolui a aprendizagem de alunos em situações de ensino desenvolvidas em uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativas (UEPS) sobre conceitos referentes ao conteúdo razões trigonométricas no triângulo retângulo, a partir de conteúdos aplicados à Física. Buscou-se também compreender as dificuldades na aplicação das situações. Utilizou-se como referencial teórico a Teoria da Aprendizagem Significativa de David P. Ausubel e os Níveis de Conhecimento de Aline Robert. A metodologia de investigação se enquadra numa abordagem do tipo qualitativa, utilizando elementos do *design experiment*, fundamentada em uma experimentação em sala de aula. Os quarenta e três alunos participantes da pesquisa integravam três grupos: grupo 01, composto por ingressantes na universidade, que ainda não haviam iniciado o curso de Licenciatura em Física; grupo 02, por licenciandos em Física, e grupo 03, constituído por alunos de uma turma de ensino médio. A coleta dos dados permitiu avaliar inicialmente os conhecimentos prévios dos alunos sobre o conteúdo em questão, a partir de uma análise das respostas dos alunos a um teste inicial e de mapas conceituais confeccionados por eles. Em seguida, foram desenvolvidas as atividades da UEPS e avaliada a evolução conceitual dos alunos por meio de outro mapa conceitual e de um teste final. Da análise dos dados sobre os mapas conceituais, observou-se evolução dos níveis hierárquicos dos mapas conceituais. Essa evolução foi mais significativa entre os alunos do grupo 01 e do grupo 03. A evolução observada entre os mapas construídos inicialmente e os produzidos ao final, seguindo modelo de Novak e Gowin, foi também mais significativa nos grupos 01 e 03. Observou-se uma evolução na representação dos conceitos, nas relações conceituais, nos níveis hierárquicos e na criatividade dos alunos em desenhá-los. Quanto às questões dos testes, que foram classificadas em nível de conhecimento técnico, mobilizável ou disponível, observamos que os integrantes do grupo 01 apresentaram maiores dificuldades de resolução, principalmente para as questões classificadas como de nível disponível. Os resultados da pesquisa nos permitiram concluir que: os conhecimentos prévios relevantes dos alunos influenciaram significativamente no desenvolvimento da UEPS, tornando-a potencialmente significativa, e contribuíram para uma nova postura na ação pedagógica do professor; as atividades norteadas em situações-problema de Física facilitaram a diferenciação progressiva e a reconciliação integrativa, fornecendo ligações entre os novos conhecimentos e os conhecimentos prévios, motivando os alunos à busca do conhecimento de forma ativa e colaborativa; e observamos uma evolução conceitual dos alunos quanto ao conteúdo razões trigonométrica no triângulo retângulo, que foi identificada pelo aprimoramento da linguagem matemática utilizada na resolução das questões propostas.

Palavras-chave: Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS), Aprendizagem Significativa, Níveis de Conhecimento, Razões Trigonométricas, Triângulo Retângulo.

ABSTRACT

This research analyzes how it evolves student learning in teaching situations developed in a Potentially Meaningful Teaching Units (PMTU) about concepts for the content trigonometric ratios in right triangle, from contents applied to physics. It also sought to understand the difficulties in implementing the situations. It was used as a theoretical reference the Theory of David P. Ausubel Meaningful Learning and Knowledge Levels Aline Robert. The research methodology is part of a qualitative type approach, using elements of the design experiment, based on a trial in the classroom. The forty-three students participating in the study were part of three groups: Group 01, composed of freshmen at the university, which had not started the Bachelor's Degree in Physics; group 02, for undergraduates in physics, and 03 group, consisting of students from a high school class. Data collection allowed initially assess students' prior knowledge about the content in question, from an analysis of student responses to an initial test and concept maps made by them. Then, we developed the activities of the PMTU and evaluated the conceptual evolution of the students through another concept map and a final test. The analysis of data on the conceptual maps, it was observed evolution of hierarchical levels of those maps. This evolution was more significant between group 01 and group 03. This one observed between the maps initially constructed and produced at the end, following model of Novak and Gowin, was also more significant in groups 01 and 03. The one was observed the representation of concepts in the conceptual relationships in hierarchical levels and creativity of students in drawing them. The questions of the tests, which were classified as technical knowledge level, mobilized or available, it was noted that members of the group 01 had higher difficulties of resolution in both tests, especially for those classified as available level. The research results allowed us to conclude that the relevant prior knowledge of the students significantly influenced the development of PMTU, making it potentially significant, and contributed to a new position in the teacher's pedagogic action; the guided activities in Physics problem situations facilitated the progressive differentiation and integrative reconciliation, providing links between new knowledge and prior knowledge, motivating students to seek knowledge actively and collaboratively; and there was a conceptual evolution of the students on the content trigonometric ratios in right triangle, which was identified by the improvement of mathematical language used in solving proposals.

Keywords: Potentially Meaningful Teaching Units (PMTU), Meaningful Learning, Knowledge Levels, RatiosTrigonometric, Rectangle Triangle.

RÉSUMÉ

Dans cette étude, nous analysons comment évolue l'apprentissage des élèves dans des situations d'enseignement développées dans une Unité d'Enseignement Potentiellement Significative (UEPS) sur des concepts de rapports trigonométriques dans le triangle rectangle, à partir de contenus appliqués à la physique. Nous cherchons aussi à comprendre les difficultés dans l'application des situations. Le cadre théorique est la Théorie de l'Apprentissage Significatif de David P. Ausubel et celle des Niveaux de Connaissance d'Aline Robert. La méthodologie de recherche fait partie d'une approche de type qualitatif, en utilisant des éléments de *design experiment*, sur la base d'une expérimentation en salle de classe. Les quarante-trois élèves ou étudiants participant à l'étude faisaient partie de trois groupes: Groupe 01, composé d'étudiants de première année à l'université, qui n'avaient pas commencé le cours de Licence en Physique; groupe 02, avec des étudiants de Licence en Physique, et le groupe 03, composé d'élèves d'une classe de lycée. La collecte des données a permis d'abord d'évaluer les connaissances préalables des élèves sur le contenu en question, à partir d'une analyse des réponses des élèves à un test initial et de cartes conceptuelles confectionnées par eux. Puis les activités de l'UEPS ont été développées et l'évolution conceptuelle des étudiants a été évaluée à travers d'une autre carte conceptuelle et d'un test final. L'analyse des données sur les cartes conceptuelles montre l'évolution des niveaux hiérarchiques des cartes. Cette évolution a été plus importante dans le groupe 01 et le groupe 03. L'évolution observée entre les cartes construites d'abord et produites à la fin, d'après le modèle de Novak et Gowin, fut également plus importante dans les groupes 01 et 03. L'évolution a été observée dans la représentation des concepts, dans les relations conceptuelles, dans les niveaux hiérarchiques et dans la créativité des étudiants lors de l'élaboration. Quant aux questions des tests, qui ont été classées en référence au niveau de connaissance technique, mobilisable ou disponible, nous avons observé que les membres du groupe 01 ont montré de plus grandes difficultés de résolution, en particulier pour les questions classées comme de niveau disponibles. Les résultats de recherche nous ont permis de conclure que les connaissances initiales pertinentes des étudiants ont eu une influence significative dans le développement de l'UEPS, la rendant potentiellement significative, et ont contribué à une nouvelle posture dans l'action pédagogique de l'enseignant; les activités guidées dans des situations-problèmes de Physique ont facilité la différenciation progressive et la réconciliation intégrative, en fournissant des connexions entre les nouvelles connaissances et les connaissances préalables, en motivant les élèves à chercher des connaissances de façon active et collaborative; et nous avons observé une évolution conceptuelle des élèves quant au contenu des rapports trigonométriques dans le triangle rectangle, évolution qui a été identifiée par l'amélioration du langage mathématique utilisé dans la résolution des questions proposées.

Mots-clés: Unité d'Enseignement Potentiellement Significative (UEPS), Apprentissage Significatif, Niveaux de Connaissance, Rapports Trigonométrique, Triangle Rectangle.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE SIGLAS

BOLEMA	Boletim de Educação Matemática
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento Pessoal de Nível Superior
DINTER	Doutorado Interinstitucional
EMP	Educação, Matemática, Pesquisa.
EM TEIA	Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana.
ENEM	Exame Nacional de Ensino Médio
JIEEM	Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática.
NOA	Núcleo de Objetos de Aprendizagem
OCEM	Orientações Curriculares para o Ensino Médio
PCN	Parâmetro Curricular Nacional.
PIBID	Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência.
REVEMAT	Revista Eletrônica de Educação Matemática.
SBEM	Sociedade Brasileira de Educação Matemática.
TAS	Teoria da Aprendizagem Significativa
UEPS	Unidade de Ensino Potencialmente Significativa
UFS	Universidade Federal de Sergipe

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO

Neste capítulo expomos a motivação para a construção da pesquisa, o problema da pesquisa, as questões de investigação, a relevância e os objetivos para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática e da Física. Apresentamos também como o trabalho de pesquisa foi estruturado.

1.1 - Motivação

Em nossa vida acadêmica temos nos preocupado com as dificuldades que os alunos afirmam ter em relação às disciplinas da área de ciências exatas. Por formação, nos preocupamos em especial com as questões relacionadas ao ensino de Física. Dentre as dificuldades podemos citar a questão matemática como recorrente no trabalho da Física quando identificamos concepções de alunos e professores afirmando que não se aprende Física porque não se sabe Matemática, concedendo às dificuldades de aprendizado em Matemática a reputação de causadoras do fracasso escolar em Física.

Como motivação pessoal, quando surgiu a oportunidade do Doutorado Interinstitucional (Dinter) entre a Universidade Federal de Sergipe (UFS) e o Programa de Pós Graduação em Educação Matemática da Universidade Anhanguera de São Paulo, vislumbrei a oportunidade de desenvolver um trabalho de pesquisa que envolvesse a relação entre a Matemática e a Física, duas disciplinas que mantém uma relação próxima, mas, como salienta Pietrocola (2002), com posturas didático-pedagógicas diferentes.

Outra motivação para o trabalho de pesquisa teve como referência a busca de novas alternativas para o ensino visando atender os anseios da sociedade por uma educação de qualidade e uma escola que seja capaz de tornar o educando um cidadão com competências para analisar diversos problemas, solucioná-los; ou seja, que possibilite o espírito crítico e o domínio de competências e habilidades.

A educação brasileira vem experimentando modificações na educação básica e no ensino superior, e essas mudanças, principalmente de caráter metodológico, nos levam a refletir sobre dois problemas na aprendizagem que, segundo Brown (1992), são: o conhecimento inerte, no qual os alunos adquirem um conhecimento não acessível e que não podem utilizar de uma forma adequada, e a aprendizagem passiva, na qual os alunos se engajam numa ação autodirigida e intencional (BROWN, 1992, p. 144).

Em outras palavras, a abordagem de conteúdo centrada nas necessidades do professor, predominando a ênfase na linguagem matemática desprovida de um embasamento experimental, desvincula os conteúdos matemáticos de suas possíveis relações com os fatos do cotidiano, deixando de lado os aspectos fenomenológicos. Moreira (2011(a)) coloca que essa forma clássica de ensinar e aprender, baseada na narrativa do professor e na aprendizagem mecânica do aluno, torna-se, na prática, uma grande perda de tempo.

Para Ausubel (2000), aulas expositivas baseadas somente na exposição verbal são encaradas como mal sucedidas. Para o autor:

> (...) aulas expositivas a partir de um discurso puramente verbal com alunos imaturos em termos cognitivos, apresentação arbitrárias de fatos e conceitos sem quaisquer princípios de organização ou de explicação, pouca ou nenhuma interação das tarefas de aprendizagem com materiais anteriormente apresentados e uma avaliação que tem como objetivo observar somente a capacidade de se reconhecerem fatos discretos, ou de se reproduzirem ideias pelas mesmas palavras ou no contexto idêntico ao encontrado originalmente. (AUSUBEL, 2000, p. 7).

Evidencia-se também uma considerável distância entre teoria e prática educacional nas escolas. Sobre isso, compartilhamos da concepção de Novak (1981), quando afirma que as inovações educacionais funcionam segundo uma espécie de “movimento Browniano”, quando de certa maneira essas inovações são detectadas e visíveis, mas em muitos casos não modificam em nada o processo cotidiano de ensino e aprendizagem na escola.

Novak (1984, p. 24), relatando uma concepção de um dos seus alunos, cita que uma educação modificadora demoraria talvez anos para ser compreendida e incorporada pelos alunos em sala de aula no que se refere ao ensino de matemática e ao pensar sobre. Porém, o autor conseguiu visualizar no discurso do aluno elementos que demonstram modificações em seu pensamento referente ao ensino da Matemática, conforme a transcrição a seguir:

> Qualquer parte da matemática é tida como válida se for significativa, útil e consistente. É significativa na medida em que expanda o universo da nossa experiência; é útil se ajudar a resolver um problema; e deve ter consistência interna e ser coerente com o sistema matemático mais amplo de que faz parte. Se estes critérios são satisfeitos ou não é uma questão de acordo entre um matemático e outro, ou entre o professor e o aluno. (JOHN VOLMINK, apud NOVAK e GOWIN, 1984, p. 24).

Robert (1997, p. 193-194) aponta como problemas e insatisfações gerais no ensino os fracassos dos sistemas de ensino, a falta de curiosidade, dificuldades em chegar a uma abordagem científica, a gestão de classes cada vez mais heterogêneas, alterações dos programas (na maioria das vezes reducionista) e a introdução de novas tecnologias (com as interrogações sobre o conteúdo a qual ela está associada).

Enquanto para Pozo (1998), o que dificulta a construção do conhecimento científico em sala de aula são as atitudes e crenças inadequadas mantidas por alunos e professores no cotidiano da sala a respeito da natureza de sua aprendizagem, pois, para eles, aprender é um ato de repetição daquilo que veem em sala de aula; o conhecimento científico baseia-se naquilo que o professor fala e no livro texto, sendo para a academia e não para o cotidiano das pessoas e o conhecimento científico adquirido em sala de aula substituirá todas as outras formas de saber (POZO, 1998, p. 21).

Embora essas afirmações sejam bastante conclusivas, ainda questionamos como Novak (1981) no prefácio de sua obra "Uma teoria de educação": por que os alunos têm pouca motivação para aprender e por que alguns professores são tão ineficientes? Em sua obra, Novak (1981) evidencia que a resposta está no material didático que não está em concordância com uma teoria de educação preocupada apenas com a aprendizagem de conceitos, e não com a aprendizagem humana.

Na nossa realidade, o processo de ensino e aprendizagem está voltado para os sistemas de avaliação, como os vestibulares, o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e as provas de diagnósticos para ranqueamento de alunos e escolas. Esse tipo de processo de ensino poda a criatividade dos alunos, pois nele o interesse é a classificação e o controle de alunos e escolas; além disso, dá margem para a produção de materiais didáticos sem significado.

Entendemos que qualquer sistema educacional deve estar alicerçado no estímulo constante para o desenvolvimento de motivações e de interesses através de um processo de ensino e aprendizagem por excelência provocativo, significativo e apropriado à construção do conhecimento pelo indivíduo.

Para tanto, o processo de ensino aprendizagem deve ser visto como uma negociação de significados, cujo objetivo é compartilhar ideias a respeito dos materiais do currículo, através de uma experiência educacional que, Segundo Novak e Gowin (1984), é um acontecimento complexo que envolve o professor, o aluno, o currículo e o meio.

Para D'Ambrosio (2012), a educação deve servir como uma estratégia de estímulo ao desenvolvimento individual e coletivo gerada pelos grupos culturais, que tenha como objetivo respeitar as suas raízes culturais e avançarem na satisfação de necessidades de sobrevivência e de transcendência. Relacioná-la e integrá-la com a diversidade do conhecimento e com outras disciplinas em uma nova estruturação disciplinar é uma necessidade didática, que passa por uma evolução na discussão da organização do seu conteúdo, do currículo e de uma nova ação formativa na busca de um cidadão crítico.

Para Novak e Gowin (1984), os acontecimentos nas salas de aula são influenciados pelos estudantes, pelos materiais educativos, pelos professores, pelo clima social da escola e da comunidade e por um grande número de interações entre eles, que são variáveis com o tempo.

Assim, esse trabalho de pesquisa propõe a modificação de uma realidade na qual, pensar em matemática significa atestar que os alunos a veem como uma disciplina cheia de códigos e fórmulas a serem memorizadas e de estudos de situações que, na maioria das vezes, estão totalmente alheias as suas experiências cotidianas. Essa modificação é proposta através da elaboração e aplicação de uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS) sobre o tema *razões trigonométricas no triângulo retângulo.*

1.2 – Problema e questões da investigação

Em nossa trajetória acadêmica e profissional foi possível perceber algumas lacunas no contexto da formação dos professores, não apenas relacionadas com a necessidade de determinados perfis educacionais para atender às novas demandas postas pelas transformações da sociedade contemporânea, mas, também, com respeito a implicações da abordagem de novas tecnologias de ensino. Para Rodrigues (2005), necessitamos de uma construção do conhecimento científico no ambiente escolar, de modo a condicionar não apenas o *fazer para, mas o fazer com*, em um processo construtivista que envolve a aprendizagem e seus agentes formadores: aprendiz, professor, conhecimento, pensamento crítico e criativo e ação instrumental.

Para D'Ambrosio tornam-se necessárias novas formas de ensinar e aprender o conhecimento matemático, porque

> a típica aula de matemática a nível de primeiro, segundo ou terceiro graus ainda é uma aula expositiva, em que o professor passa para o quadro negro aquilo que ele julga importante. O aluno, por sua vez, cópia da lousa para o seu caderno e em seguida procura fazer exercícios de aplicação, que nada mais são do que uma repetição na aplicação de um modelo de solução apresentado pelo professor. Essa prática revela a concepção de que é possível aprender matemática através de um processo de transmissão de conhecimento. Mais ainda, de que a resolução de problemas reduz-se a procedimentos determinados pelo professor. (D'AMBRÓSIO, 1989, p.15).

Essa questão remete-nos que, sendo os procedimentos determinados pelo professor, o aluno perde a ação ativa no processo de aprendizagem; ou seja, tais procedimentos não oportunizam a ação do aluno como sujeito da sua formação. Por isso, a memorização pode garantir aprendizagem, mas em um ambiente pelo qual a aprendizagem da matemática se cristaliza em um espaço de repetição e reprodução que não poderá se tornar significativa para o aluno.

A esse ambiente de aprendizagem no qual o professor prevalece em um discurso verbal vazio e sem significado, no qual a oportunidade de aprender reside na autonomia do aluno, a partir do que escuta ou a partir das próprias experiências e a resolução de exercícios, reproduzir de forma literal e arbitrária, Ausubel chamou de Aprendizagem Mecânica.

Para Ausubel (2003, p. 51) as características de uma aprendizagem mecânica são: utilização de técnicas verbais direcionada a alunos imaturos em termos cognitivos; apresentação de forma arbitrária de fatos sem relação com princípios de organização ou de explicitação do tema; ausência de tarefas que relacionem novas tarefas com materiais anteriormente apresentados e a utilização de procedimentos de avaliação que apenas reproduzem ideias ou um contexto idêntico apresentado pelo professor.

Assim, podemos dizer que temos um sistema de ensino que insistentemente busca uma aprendizagem mecânica, que geralmente implica uma durabilidade pequena do conhecimento, muitas das vezes durando até o dia da prova, e de utilidade transitória e limitada, já que o importante é "passar de ano". A aprendizagem mecânica se mostra intencionalmente de forma fragmentada e sem significado, sendo conduzido como uma prática educacional que tem como característica poupar tempo e esforço e buscar sempre resultados em avaliações que também não tem nada de significativo.

Para modificar a realidade do processo de ensino e aprendizagem escolhemos a experiência de ensino a partir da aprendizagem significativa por ser, segundo Ausubel (2003, p.15), subjetivamente agradável e familiar, aguçando a curiosidade intelectual e a perspectiva de se adquirirem novos conhecimentos, em vez de provocar uma reação como se fosse uma tarefa não recompensada e desagradável da aprendizagem que envolve esforço cognitivo indevido.

E na busca de uma aprendizagem que seja significativa, faz-se necessário a busca por novas estratégias de ensino que facilitem o processo de ensino e aprendizagem, para que os temas abordados em sala de aula sejam para os alunos úteis e significativos.

Para alcançarmos um novo modelo de ensino e aprendizagem acreditamos ser necessária uma nova mentalidade do profissional da educação. Há necessidade de mais ações reflexivas sobre a prática pedagógica que possa orientar esse profissional para uma metodologia ativa, criativa e participativa.

Nesse contexto, optamos pela Teoria de Aprendizagem Significativa (TAS) por se tratar de um referencial teórico que proporciona o embasamento teórico para o processo de ensino e aprendizagem que está sendo proposto aqui.

Para Ausubel (2003, p. 81), a aprendizagem significativa é importante no processo de educação por ser um mecanismo humano por excelência, que possibilita a aquisição e o armazenamento da vasta quantidade de ideias e de informações representadas por qualquer área de conhecimento.

Uma aprendizagem que tenha um potencial para ser significativa pode influenciar a estrutura cognitiva do aluno da seguinte maneira:

> (1) de forma substantiva, através do caráter inclusivo, do poder de explicação e das propriedades integradoras dos conceitos e princípios específicos e unificadores apresentados ao aprendiz; e (2) de forma sistemática, através de métodos apropriados de apresentação, disposição e avaliação da aquisição significativa da matéria, através da utilização adequada de material de instrução e organizado e pré-testado e através da manipulação adequada das variáveis quer cognitivas, quer sociais de motivação da personalidade. (AUSUBEL, 2003, p. 05).

Assim, a discussão sobre a utilização de Unidades de Ensino Potencialmente Significativas envolve as mesmas questões encontradas quando se discute o uso de qualquer outra estratégia empregada para auxiliar o processo ensino e de aprendizagem.

Partindo da hipótese que a simples disponibilidade das Unidades de Ensino Potencialmente Significativas (UEPS) a partir de situações aplicadas à Física pode incentivar a curiosidade e a imaginação dos estudantes, neste trabalho procurou-se discutir um modelo de ensino e aprendizagem que atenda às novas demandas da sociedade do conhecimento, levando em consideração o aprendiz, e que propicie à escola se (re)inserir como principal fomentador da construção do conhecimento.

As nossas inquietudes nos levaram aos seguintes questionamentos: como evolui a aprendizagem de alunos em situações de ensino desenvolvidas em uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativas (UEPS) sobre conceitos referentes ao conteúdo *razões trigonométricas no triângulo retângulo*, a partir de conteúdos aplicados à Física? Quais as dificuldades que podemos identificar na aplicação das situações?

1.3 – Relevância e objetivos da pesquisa

A percepção de um fenômeno físico, por exemplo, a partir da ação do indivíduo sobre a abordagem matemática, seja de forma direta num experimento real de laboratório ou através da manipulação de modelos que simulam o fenômeno em questão, tem um significado bem mais profundo do que uma mera resposta mecânica a um dado conjunto de estímulos.

Razões trigonométricas no triângulo retângulo é um conteúdo da Matemática abrangente quando nos referimos a aplicações práticas nas várias áreas de atividades do ser humano, que quando levadas em consideração podem enriquecer a ação do professor em sala de aula.

Em Física, por exemplo, são inúmeros os temas que se relacionam com *razões trigonométricas no triângulo retângulo*. Assim no desenvolvimento desse conteúdo matemático, podemos destacar: lançamento de projéteis, vetores, plano inclinado, movimento circular, ondas e corrente alternada, entre outros. Essa articulação sinaliza tratamentos metodológicos e de interdisciplinarização dos conteúdos educacionais como possibilidade de organização do trabalho pedagógico, que permite uma apreensão dos saberes, não mais marcada pela fragmentação, mas pela inter-relação entre os saberes das áreas do conhecimento.

Nesta perspectiva, o **objetivo** central da pesquisa foi investigar o desenvolvimento da aprendizagem de alunos em situações de ensino desenvolvidas em uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS) sobre conceitos referentes ao conteúdo *razões trigonométricas no triângulo retângulo*, a partir de conteúdos aplicados à Física.

A partir das questões desta pesquisa os objetivos específicos são:

✓ Identificar os conhecimentos prévios dos alunos participantes da pesquisa sobre o tema, visando nortear o desenvolvimento de uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa;

✓ Investigar a evolução conceitual sobre *razões trigonométricas no triângulo retângulo* em situações aplicadas à Física;

✓ Analisar as estratégias e procedimentos de ensino que nortearam uma aprendizagem significativa ao se utilizar uma UEPS.

Este o trabalho de pesquisa está organizado nos seis capítulos apresentados brevemente a seguir:

No primeiro capítulo apresentamos a motivação, o problema e as questões da pesquisa e a relevância e os objetivos do estudo.

No segundo capítulo enquadramos o tema da pesquisa realizando uma discussão sobre algumas relações gerais sobre o tema *razões trigonométricas no triângulo retângulo* e a Física, uma breve revisão de literatura acerca de pesquisas correlatas ao tema e uma discussão sobre o tema e os documentos oficiais.

No terceiro capítulo expomos o referencial teórico utilizado na pesquisa.

No quarto capítulo apresentamos e justificamos os procedimentos metodológicos escolhidos e descrevemos os procedimentos e técnicas para coleta e análise de dados.

No capítulo quinto, relatamos a experiência de ensino utilizando a UEPS em sala de aula e analisamos os resultados decorrentes da sua aplicação.

No capítulo seis, constam as considerações finais sobre o trabalho de pesquisa, com suas principais conclusões.

CAPÍTULO 2 – ENQUADRAMENTO DO TEMA DA PESQUISA

Neste capítulo discutimos, de forma breve, relações históricas sobre o tema *razões trigonométricas no triângulo retângulo* e a Física, com o intuito de identificar a importância da Matemática para o desenvolvimento e a evolução de conceitos da Física e da Astronomia. E também realizamos um levantamento sobre a situação das *razões trigonométricas no triângulo retângulo* nos currículos, buscando identificar o papel desse conteúdo no desenvolvimento do ensino e aprendizagem da Matemática na Educação Básica.

2.1 – Relações históricas sobre o tema *razões trigonométricas no triângulo retângulo* e a Física

Na antiguidade a busca por explicar fenômenos que se repetem com regularidade impulsionaram o desenvolvimento da astronomia, cosmologia, geometria e engenharias de construção e máquinas, que por sua vez fez surgir a necessidade de se resolver problemas materiais e concretos, impulsionando as primeiras ideias da matemática nas primeiras civilizações.

Segundo Rocha *et al.* (2002, p. 29), a geometria é o ramo mais antigo da Matemática, e a sua origem está situada provavelmente no período neolítico. No antigo Egito e na Mesopotâmia a geometria teve o seu maior desenvolvimento, impulsionada pela necessidade de se medir distâncias, áreas e ângulos, inicialmente na demarcação de terrenos e territórios e posteriormente em problemas da astronomia. Vale citar que também nessa época surgem as primeiras máquinas simples como alavancas, cunhas e planos inclinados, com o objetivo de deslocar grandes massas para a construção de templos, palácios e sepulcros.

Assim, também a evolução histórica da trigonometria do triângulo retângulo acontece a partir das respostas a perguntas contextualizadas em elementos práticos e vinculados a outras ciências, e essas interações motivaram os principais teoremas que constituem a Trigonometria. Por isso, realizamos uma breve investigação sobre acontecimentos históricos da trigonometria no triângulo retângulo, com o objetivo de fornecer alguns elementos históricos que fomentem a relação da Física com a Matemática.

A etimologia da palavra Trigonometria é de origem grega e significa trigōnon "triângulo" + metron "medida", ou seja, medida de triângulos. É a parte da geometria que estuda as relações existentes entre os ângulos e os lados de um triângulo. Os primeiros indícios de estudos relacionados à Trigonometria surgem associados à Astronomia ainda na antiguidade dos povos egípcios e babilônicos. Segundo Boyer (1996):

> A trigonometria, como os outros ramos da matemática, não foi obra de um só homem - ou nação. Teoremas sobre as razões entre lados de triângulos semelhantes tinham sido usados pelos antigos egípcios e babilônios. Dada a falta, no período pré-helênico, do conceito de medida de ângulo, tal estudo seria melhor chamado "trilaterometria", ou medida de polígonos de três lados (triláteros). (BOYER, 1996, p.108).

Junior (2006, apud Miranda 2010) afirma que os egípcios já relacionavam a sombra projetada de uma vareta com a propagação dos raios solares para medir altura, permitindo a construção do relógio solar. Esse é um caso clássico do princípio de propagação retilínea da luz aplicada à semelhança de triângulos. Outro fato que exprime o desenvolvimento do povo egípcio na Matemática refere-se à questão da partilha da terra, para tal os egípcios utilizavam uma regra chamada de 3-4-5, que significava dividir a terra a partir do traçado de triângulos retângulos com lados proporcionais a 3, 4 e 5 unidades.

Os povos babilônicos desenvolveram consideravelmente a astronomia e já conheciam cinco planetas e fenômenos como os eclipses lunares. Segundo Rocha *et al.* (2002, p. 44), esses povos conheciam o número π com grande precisão, sabiam resolver equações do primeiro e segundo graus e, provavelmente, conheciam o teorema de Pitágoras antes do sábio grego.

Na Grécia antiga, Tales de Mileto também utilizava o princípio de propagação retilínea da luz para resolver problemas cotidianos; segundo Souza, Victer e Lopes (2011), ele utilizou a semelhança entre triângulos para identificar a altura de pirâmides no Egito a pedido de um faraó e também calculou a distância compreendida entre um navio e o continente. Assim, foi atribuída a Tales de Mileto a demonstração do teorema: "se dois triângulos têm dois ângulos e um lado respectivamente iguais então eles são iguais". (SOUZA *et al*., 2011, p. 16).

Tales de Mileto e Pitágoras de Samos são tidos como os responsáveis pelos primeiros avanços da matemática na Grécia antiga. Pitágoras foi o responsável pelo teorema que leva o seu nome, chamado de Teorema de Pitágoras, que expõe: a soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa. Pitágoras também foi responsável por importantes estudos astronômicos para época, como por exemplo, a esfericidade do planeta Terra e a sua suspensão no espaço. A Pitágoras também recai a responsabilidade pela descoberta da raiz quadrada do número dois, tendo grande importância para o desenvolvimento das ciências exatas, sendo uma das revoluções científicas da antiguidade.

A Astronomia é uma das áreas do conhecimento na qual encontramos aplicações da trigonometria de estudiosos da época antiga. Segundo Souza, Victer e Lopes (2011), a Astronomia surgiu na escola de Alexandria, evoluindo através dos estudos de Aristarco, Hiparco, Menelau e Ptolomeu sobre as trajetórias e posições dos corpos celestes.

Outro povo que contribuiu significativamente com a trigonometria foi o chinês. Existem evidências de tentativas de medição de ângulos e de relações trigonométricas no triângulo retângulo, que é frequentemente utilizado para cálculo de distâncias, profundidades e comprimentos.

Ainda na Astronomia, vale citar o grego Hiparco de Niceia, que é considerado um dos mais celebres astrônomos da antiguidade e tido como o "pai da Trigonometria",. Segundo Souza, Victer e Lopes. (2011),

> (...) não se sabe exatamente quando se tornou comum dividir a circunferência em 360 partes, mas isso parece dever-se a Hiparco, assim como a atribuição do nome Arco de 1 grau a cada parte em que a circunferência ficou dividida. Ele dividiu cada arco de 1 grau em 60 partes obtendo o arco de 1 minuto. (SOUZA *et al*, 2011, p. 52).

Hiparco também foi importante pelos seus trabalhos que serviram para uma transição entre a astronomia babilônica e o trabalho de Claudio Ptolomeu, responsável pelo modelo geocêntrico do sistema solar. Para Souza *et al.*,

> A obra de Ptolomeu é essencialmente astronômica, mas os matemáticos têm interesse devido às identidades trigonométricas que ele utilizou a fim de reunir dados para a sua tábua de corda (que é aproximadamente uma tábua de senos). A circunferência foi dividida em 360 partes (agora chamadas graus), o diâmetro dividido em 120 porções e cada uma dessas foi dividida em 60 partes, de acordo com a primeira versão latina do Almagesto de 1155 d.C. (SOUZA *et al.*, 2011, p. 55).

O povo que historicamente sucedeu os gregos na aplicação da trigonometria à Astronomia foram os hindus. Souza, Victer e Lopes (2011) afirmam que a trigonometria hindu era aritmética enquanto a trigonometria grega era geométrica.

Apesar de importantes contribuições dos povos antigos, somente no Século XVII, a partir do matemático Leonhard Euler, é que a trigonometria alcança a sua forma atual. Segundo Souza, Victer e Lopes (2011, p. 63), a transição das razões trigonométricas para as funções periódicas começou com Viète no século XVI, teve novo impulso com o aparecimento do Cálculo Infinitesimal no século XVII e culminou com a figura de Euler.

Na geometria, álgebra, trigonometria e análise, encontramos simbologia, terminologia e ideias criadas por Euler. Por exemplo, a utilização da letra π, a utilização das letras minúsculas a, b, c para os lados de um triângulo e das maiúsculas A,B,C para os ângulos opostos vem também de Euler. Sobre as funções, ele introduziu as expressões sen x, tan x (...) e usou as abreviações sen, cos, tang, cot, sec e cosec (…). (SOUZA *et al*., 2011, p. 63 e 64).

A partir de Euler, muitos fenômenos físicos que exprimem comportamentos cíclicos, como ondulatória, movimentos harmônicos simples, ondas eletromagnéticas, passaram a poder ser estudados a partir das funções trigonométricas.

Neste trabalho de pesquisa sobre as *razões trigonométricas no triângulo retângulo*, concentramos o tema na matemática ensinada no ensino fundamental, norteada nos trabalhos de Aristarco, Tales de Mileto, Hiparco, Pitágoras e Ptolomeu, acerca dos conteúdos: conceituação e caracterização de um triângulo retângulo, congruência, proporcionalidade, teorema de Pitágoras e razões entre os ângulos de um triângulo retângulo.

2.2 – Análise de pesquisas correlatas ao tema

Nesse momento da pesquisa realizamos uma revisão de literatura buscando considerações e resultados que possam contribuir com o objetivo de investigar os conhecimentos prévios dos alunos e os conteúdos de Física que podem gerar um conjunto de situações que sirvam de aporte para o desenvolvimento da UEPS para o tema *razões trigonométricas no triângulo retângulo*.

Utilizamos como instrumento de coleta artigos de periódicos nacionais da Educação Matemática, como: Boletim de Educação Matemática - BOLEMA; Educação, Matemática, Pesquisa – EMP; Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana - EM TEIA; Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática - JIEEM – que é um jornal científico do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da Universidade Anhanguera de São Paulo; Revista Eletrônica de Educação Matemática - REVEMAT; Revista de Educação Matemática - Zetétike; Educação Matemática em Revista – SBEM; Revista de Produção Discente em Educação Matemática; como também teses e dissertações no banco de periódicos da Capes.

Optamos por trabalhos de pesquisa que estivessem relacionadas ao tema razões trigonométricas no triângulo retângulo e, por se tratar de um termo correlato, também utilizamos Trigonometria de forma a nos aproximarmos do objeto da pesquisa.

2.2.1 – Análise de artigos sobre o tema *razões trigonométricas no triângulo retângulo*

Nunes *et al.* (2010) realizou pesquisa sobre O *contexto da História da Matemática como Organizador Prévio* no estudo da Geometria, do qual destacamos as situações referentes ao triângulo retângulo e ao Teorema de Pitágoras. Os autores propõem um conjunto de atividades matemáticas elaboradas a partir de informações históricas, contextualizadas socioculturalmente, como organizador prévio na busca de uma aprendizagem significativa. Segundo eles, as atividades revelaram-se organizadores claros, relevantes e inclusivos no processo de aprendizagem dos temas sugeridos.

Klein e Costa (2011) investigaram sobre *concepções prévias dos alunos do segundo ano do ensino médio e seus desempenhos em alguns conceitos do Campo Conceitual da Trigonometria*. Para o planejamento e construção de atividades dos aspectos conceituais sobre o tema, as autoras realizaram uma pesquisa com um grupo de vinte e oito alunos de uma turma da segunda série do Ensino Médio, no qual foram propostas situações de ensino e a partir dos resultados concluiu que a experiência de ensino foi significativa em todo o processo de aprendizagem. Para identificar as concepções prévias dos alunos em relação ao tema triângulo retângulo, sua construção e seus elementos, foi utilizado um questionário. Destacamos as categorias que se referem *às razões trigonométricas no triângulo retângulo*:

- ✓ Em relação ao conceito de triângulo retângulo, sua construção e seus elementos, 61% identificaram-no como um triângulo de 90º; 18% como a divisão de um retângulo; 14% apresentaram concepções difusas; 11% ao fato de ter lados diferentes, 7% à divisão de um triângulo e 3% não responderam;
- ✓ Em relação aos catetos e à hipotenusa do triângulo retângulo, 53% identificam a hipotenusa como o maior lado; 25% como os catetos sendo os lados que formam o ângulo de 90^0; 14% tinham uma concepção relacionada ao teorema de Pitágoras e 4% não responderam;
- ✓ Em relação à identificação dos catetos oposto e adjacente e à hipotenusa em um triângulo retângulo, 25% dos alunos identificaram corretamente;
- ✓ Em relação ao domínio sobre a representação das medidas angulares, da medida da hipotenusa e sobre a habilidade em utilizar o transferidor para construir as figuras planas, 35% dos alunos conseguiram resolver a atividade corretamente;

Vargas (2013), utilizando recursos computacionais, propôs atividades que motivassem uma turma da 8ª série (9º ano) de uma escola de Ensino Fundamental do

Município de Sapucaia do Sul, no Rio Grande do Sul, composta por 19 alunos, para a aprendizagem de relações métricas. A autora concluiu que, a partir da utilização do *software GeoGebra* para discussão das relações trigonométricas no triângulo retângulo, os alunos participantes tiveram dificuldades de aprendizagem na resolução de questões do tipo situação-problema no próprio *software*.

Oliveira e Fernandes (2010) realizaram uma pesquisa na qual investigaram a eficiência de estratégias pedagógicas utilizando TIC na construção de uma aprendizagem significativa do conhecimento sobre conceitos iniciais de trigonometria no ciclo trigonométrico e em gráficos de funções trigonométricas, especificamente os gráficos da função y = sen x e y = cos x. Os autores utilizaram duas atividades, uma empregando lápis, régua, papel e transferidor e a outra o *software GeoGebra*. No primeiro conjunto de atividades os autores concluíram que, dos doze alunos participantes da pesquisa, quatro deles preencheram corretamente o ciclo e tabela trigonométrica, quatro preencheram com poucos erros e quatro erraram completamente. Os autores identificaram que, apesar de alguns alunos terem preenchido o ciclo trigonométrico, nenhum deles conseguiu realizar a transposição da tabela para um gráfico. Esse mesmo grupo de alunos, dividido em equipes de três componentes, realizando as atividades com o auxílio do *software GeoGebra*, conseguiu desenvolver todas as tarefas corretamente, tendo a oportunidade de rever erros cometidos nas construções anteriores.

Em outro trabalho de geometria dinâmica com a utilização de *softwares*, Oliveira e Gonçalves (2013) apresentaram um artigo sobre o estudo das relações métricas no triângulo retângulo, a partir da realização de atividades e da análise dos esquemas. O autor utilizou como referencial teórico a teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud e a pesquisa foi realizada em duas turmas do 9° ano do Ensino Fundamental de uma escola da cidade de Guarulhos em São Paulo. O autor concluiu que os alunos mobilizam diferentes esquemas para resolver as atividades e a análise desses esquemas permitiu identificar a natureza de erros e dificuldades na resolução das atividades, dentre os quais foi citado a resistência dos alunos em desenvolver cálculos extensos e um pouco mais elaborados.

2.2.2 – Análise de teses e dissertações sobre o tema *razões trigonométricas no triângulo retângulo*

Sobre a utilização da História da Matemática em situações de ensino para o tema *razões trigonométricas no triângulo retângulo* no período investigado foi encontrado dois trabalhos. No primeiro, Gomes (2011) utilizou um caderno de atividades para o ensino de Trigonometria que foi elaborado e aplicado a professores que participaram de eventos e congressos da área de pesquisa da Educação Matemática. Segundo o autor, as principais dificuldades enfrentadas pelos professores no desenvolvimento das atividades foram: não familiaridade com instrumentos nas construções geométricas, conhecimento geométrico insuficiente, domínio insuficiente de técnicas algébricas e a utilização da geometria e álgebra na trigonometria.

No segundo trabalho sobre História da Matemática, Souza (2012) fez um estudo de caso sobre a utilização da história da trigonometria como elemento facilitador da aprendizagem das funções seno e cosseno**.** A experiência pedagógica envolveu 21 alunos do primeiro ano do ensino médio de uma escola pública federal, localizada no município de Nilópolis/RJ. As atividades realizadas na pesquisa foram divididas em quatro fases: pré-teste, aplicação de material didático nomeado pelo autor como Ensaio, pós-teste e um questionário identificando a concepção dos alunos de como a história da trigonometria pode auxiliar na compreensão e aprendizagem das funções seno e cosseno. O autor identificou as concepções iniciais dos alunos a partir de um questionário objetivo aplicado na turma, obtendo as seguintes conclusões: 47,6% dos alunos indicam o significado da palavra trigonometria como sendo a parte da Matemática que estuda os ângulos; 57,1% assinalaram que a trigonometria surgiu na idade antiga; nenhum alunou creditou a previsão de um eclipse a um dos feitos do filósofo e matemático Tales de Mileto o que, segundo o autor, demonstra desconhecimento histórico sobre o mesmo; 47,6% dos alunos assinalaram corretamente a questão sobre o tema semelhança entre triângulos; 28,6% dos alunos assinalaram corretamente a questão que abordava o teorema de Pitágoras e 57,1% dos alunos acertaram a alternativa da questão sobre o tema relações métrica no triângulo retângulo. Após a experiência pedagógica, o autor aplicou um pós-teste composto pelas mesmas questões do pré-teste, e através de um teste t significativo, identificou que a diferença entre as médias obtidas em favor do pós-teste foi significativamente superior, concluindo em seu trabalho que a história da Matemática é um elemento facilitador ao ensino das funções trigonométricas.

Ribeiro (2011) pesquisou sobre as possibilidades e dificuldades na utilização e desenvolvimento de situações de aprendizagem envolvendo o material didático sobre funções trigonométricas distribuídas a alunos de escolas públicas do estado de São Paulo. Foram observadas ações de um grupo de três alunos do segundo ano do ensino médio de uma escola pública estadual, durante a realização de atividades propostas e contidas no material. Na caracterização dos conhecimentos prévios dos alunos participantes da pesquisa a autora identificou aqueles mais relacionados a conteúdos de fatos e conceitos no desenvolvimento da aprendizagem, e são: competência leitora dos gêneros textuais, relação entre grandezas, plano cartesiano, tipos de gráficos, periodicidade das estações do ano, números decimais e medidas de comprimento, conceito de período e imagem de função periódica, adoção de escalas no gráfico, representação de intervalos numéricos por meio de conjuntos, uso de símbolos matemáticos, razões trigonométricas de ângulos notáveis, quadrante e sistema cartesiano, circunferência e círculo, ângulo, função (ideia de continuidade), localização de pontos no plano cartesiano e equação. Neste trabalho de pesquisa a autora destaca dificuldades de aprendizagem relacionadas aos conteúdos, procedimentos e atitudes, os quais citamos: construção de gráficos, compreensão de textos narrativos, emprego do símbolo de desigualdade, compreensão da fração como divisão em partes, comparação de números fracionários, escolha de escala adequada para os eixos, construção de ângulos com o uso de transferidor, construção de circunferência, compreensão de texto como imagem e compreensão de medida de arco, radiano.

Na dissertação de Oliveira (2010), intitulada *Trigonometria: a mudança da prática docente mediante novos conhecimentos*, foi investigada uma abordagem da Trigonometria em experiências de ensino para escolas de Ensino Médio da rede particular, desde o triângulo retângulo até sua forma analítica no ciclo trigonométrico. Foram aplicadas quatro sequências didáticas utilizando o *software GeoGebra* fundamentado no ciclo e funções trigonométricas. Para análise dos dados foi coletado as impressões dos alunos sobre as atividades. A autora concluiu que o *software* é uma ferramenta inovadora, e que em conjunto com as atividades elaboradas pela professora/pesquisadora modifica a aula, tornando-a mais dinâmica e motivadora.

Fortes (2012) realizou um trabalho de pesquisa baseado na análise de erros cometidos por estudantes do Ensino Médio quando desenvolvem atividades sobre o conteúdo razões trigonométricas no triângulo retângulo. A investigação foi realizada com estudantes da 2ª série do Ensino Médio de uma escola pública do município de Quevedos, no Rio Grande do Sul. Na descrição e classificação dos erros cometidos pelos alunos durante a utilização de razões trigonométricas para resolução de problemas no triângulo retângulo, a autora observou que os alunos não conseguiram identificar hipotenusa, cateto oposto e cateto adjacente ou não conheciam as relações trigonométricas no triângulo retângulo; não distinguiam medidas de ângulos e medidas de lados de um triângulo; apresentavam dificuldades de cálculo matemático; não tinham estratégias definidas para iniciar as soluções dos problemas; demonstravam dificuldades na utilização de fórmulas trigonométricas para resolução dos problemas propostos e dificuldades na interpretação de problemas contextualizados. Segundo a autora, para sanar tais dificuldades, não bastaria que o professor apontasse a solução para os erros, mas sim, que reconhecesse as lacunas existentes na aprendizagem desses alunos, para tentar resgatar conceitos básicos sem insistir em estratégias que efetivamente não funcionaram (FONTES, 2012, p. 84).

Borges (2009) utilizou uma sequência de ensino com o objetivo de contribuir ao ensino de trigonometria a partir da transição das razões trigonométricas do triângulo retângulo para o círculo trigonométrico, tendo como referencial teórico a Teoria das Situações Didáticas e por metodologia alguns pressupostos da Engenharia Didática. A sequência didática foi composta de 12 atividades e aplicadas a oito alunos da 2ª série do Ensino Médio da Escola Estadual Professor Rogério Levorin do município de Francisco Morato/SP, utilizando por ferramenta o *software GeoGebra*. Dentre as conclusões da pesquisa, o autor destacou as seguintes dificuldades: ausência de conhecimentos prévios relevantes na estrutura cognitiva de alguns dos alunos referentes a temas semelhança de triângulos, coordenadas cartesianas e os conceitos de perpendicularidade; dificuldades para construções geométricas na instrumentalização de lápis, papel, transferidor e régua. A partir das análises realizadas, o autor identificou evidências que as atividades aplicadas com o *software GeoGebra* favoreceram a aprendizagem dos alunos na transição das razões trigonométricas no triângulo retângulo para o círculo trigonométrico.

Também utilizando *estratégias pedagógicas com o uso de tecnologias para o ensino de trigonometria na circunferência*, Fernandes (2010) empregou como referencial teórico a Teoria da Aprendizagem Significativa e como aporte metodológico elementos da Engenharia Didática. Utilizando o *software GeoGebra* e instrumentos como régua e transferidor, aplicou atividades de ensino a doze alunos da 2ª série do ensino médio de uma escola estadual de Guaratinguetá, em São Paulo. Segundo o autor os alunos apresentaram dificuldades em utilizar instrumentos como transferidor, compasso e régua. O autor sugere que não conseguiu identificar se as dificuldades eram conceituais sobre o tema ou somente relacionadas à utilização dos instrumentos. O autor também concluiu que a experiência de ensino desenvolvida foi significativa.

Fonseca (2011) utilizou como aporte teórico a Teoria das Situações Didáticas e a Teoria da Aprendizagem Significativa e como metodologia elementos da Engenharia Didática para uma pesquisa sobre *a aprendizagem das funções trigonométricas na perspectiva da Teoria das Situações Didáticas*, aplicando uma sequência de atividades, que relacionava a Física Ondulatória e a Trigonometria, com 38 alunos do Instituto Federal de Sergipe (IFS).

Ele empregou como ferramentas o vídeo, os *softwares* do *Phet* e *Graphmatica.* Na identificação das concepções dos alunos foram utilizados protocolos dissertativos sobre as experiências de ensino. A análise do registro dos alunos apontou: que esses percebiam a existência de relações entre os movimentos ondulatórios e as funções trigonométricas, aprimoramento na formulação de hipóteses e melhor *feedback* dos alunos ante as atividades.

Na pesquisa sobre *Construção e aplicação de uma sequência didática para o ensino de trigonometria usando o software GeoGebra,* Lopes (2010) investigou algumas potencialidades e limitações do *software* no ensino e na aprendizagem de trigonometria. A autora aplicou uma sequência de atividades em uma turma de 42 alunos da 2ª série do ensino médio de uma escola pública estadual no Rio Grande do Norte. A partir de entrevistas realizadas com os alunos, identificou as seguintes concepções sobre as atividades: problemas na manipulação do *software GeoGebra*; dificuldades em identificar a semelhança entre triângulos, dificuldades em identificar os catetos e os ângulos nos triângulos. Segundo a autora, a pesquisa indicou que a utilização de sequência didática com uso do *GeoGebra* pode auxiliar na resolução de problemas de trigonometria, especialmente em atividades investigativas, de forma que os estudantes possam interagir com as figuras construídas no *software*.

Oliveira (2013) apresenta uma proposta para o ensino dos conteúdos básicos de Trigonometria na Educação Básica com foco na evolução histórica e aplicações contemporâneas desses conteúdos através de atividades práticas e utilização de recursos de multimídia. A autora construiu uma sequência de atividades nas quais; a partir do desenvolvimento histórico do tema, utilizando recursos das tecnologias da informação e comunicação (TIC) e atividades práticas, tivesse a capacidade de enriquecer as aulas e permitir despertar o interesse dos alunos. Como a autora não aplicou nenhuma das atividades elaboradas, ela conclui que sua proposta não tem garantias de bons resultados, mas pode servir para que os professores possam refletir sobre as suas práticas.

Barbosa (2009) construiu sequências didáticas para o ensino médio tomando com aporte referencial a noção de Trajetórias Hipotéticas de Aprendizagem (THA), definidas por Simon (1995) como parte do “modelo” de ciclo de ensino e de aprendizagem de Matemática. A pesquisa foi desenvolvida de forma qualitativa, utilizando para coleta de dados relatórios de observação das aulas de três turmas da 2ª série do ensino médio da rede pública estadual do estado de São Paulo. Sobre as aplicações das sequências, o autor cita algumas das dificuldades encontradas pelos alunos: desenvolver operações com números racionais, aplicar conceito de semelhança e proporcionalidade, aplicar o Teorema de Pitágoras, racionalizar denominadores, desenvolver cálculo matemático em problemas, esboçar figuras a partir de conceitos geométricos e utilizar instrumentos de medidas como esquadro, transferidor e compasso. A partir das atividades desenvolvidas, o autor considerou satisfatória a sequência desenvolvida.

A revisão de literatura realizada sobre o tema *razões trigonométricas no triângulo retângulo* contribuiu de forma significativa com o objetivo de investigar os conhecimentos prévios dos alunos e os conteúdos de Física que podem gerar um conjunto de situações que sirvam de aporte para o desenvolvimento da UEPS, favorecendo o desenvolvimento de atividades e procedimentos matemáticos que possibilitem a construção de um material que seja potencialmente significativo.

Então, essa revisão serviu como um ponto de partida para o trabalho de pesquisa que desenvolvemos, uma vez que antes do início da construção de cada atividade da UEPS procedíamos a revisão do material recolhido, identificando aspectos relevantes e tentando compreender possíveis dificuldades na sua aplicação, gerando um material com uma diversidade de estratégias de ensino. Isso, buscando não somente avaliar o material em si próprio, mas a evolução conceitual dos alunos participantes da pesquisa após a sua aplicação, tendo como base a experiência em sala de aula.

Assim, uma das preocupações desse trabalho de pesquisa foi a investigação de como ocorreria a evolução conceitual dos alunos sobre o tema, buscando uma progressão no nível de complexidade dos conhecimentos matemáticos dos alunos. Para isso, a revisão de literatura foi imprescindível para a concepção de um plano de aprendizagem guiado antecipadamente, levando-se em conta o desempenho dos alunos antes e durante a aplicação da UEPS. Esse aperfeiçoamento foi feito observando-se os procedimentos e estratégias utilizadas pelos alunos bem como a dificuldades manifestadas por eles. Com isso, procurou-se alcançar um novo material de aprendizagem.

2.3 – Razões trigonométricas no triângulo retângulo e as propostas curriculares

Se tivermos a pretensão de melhorar o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, é necessário aprimorar a prática pedagógica de um modo que essa permeie situações de ensino que possam gerar na Matemática significados ao que se ensina. Porém, romper com as concepções de ensino e aprendizagem que ainda perduram nas nossas escolas é uma tarefa complexa. Isso porque se faz necessário um referencial teórico para nortear as ações docentes, que contribua para um ensino que torne os saberes matemáticos significativos para o aluno. Saberes acompanhados de informações que possibilitem o desenvolvimento crítico dos alunos e ações de cidadania nas relações de trabalho e da sociedade.

Mas, historicamente a escola adota um modelo educacional fundamentado na transmissão do conhecimento, no qual o aluno é concebido como ser passivo, sem capacidade criativa, crítica e reflexiva. Esse modelo é pautado na repetição e mecanização do conhecimento. Além disso, a escola não considera o papel fundamental da Matemática em seus currículos. Os conteúdos elencados nos currículos deveriam estar norteados por eixos de significados aplicáveis que oportunizassem situações significativas para o aprendizado dos alunos.

Segundo Araújo (2004),

> As atuais exigências sociais têm desencadeado a necessidade de uma visão de mundo construída a partir de uma nova concepção de educação. Essa nova forma de ver a educação deve aproximar a prática pedagógica, processo de construção do conhecimento e formação de personalidades à acepção de ambiente como espaço geográfico, acervo natural do ecossistema e acervo construído ao longo da história humana através das relações culturais, sociais, políticas e ecológicas (ARAÚJO, 2004, p.92).

No contexto da educação brasileira, as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Básica tratam de construir uma visão, segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998), voltada para a formação de um cidadão contemporâneo, atuante e solidário, com instrumentos para compreender, intervir e participar na realidade. Principalmente em relação àqueles jovens que após a conclusão do Ensino Médio não venham a ter mais qualquer contato acadêmico com o conteúdo das três áreas do conhecimento em instâncias profissionais ou universitárias. Ainda assim, esses jovens terão adquirido a formação necessária para compreender e participar do mundo em que vivem (BRASIL, 2004), de forma a

> (...) questionar a realidade formulando-se problemas e tratando de resolvê-los, utilizando para isso o pensamento lógico, a criatividade, a intuição, a capacidade de análise crítica, selecionando procedimentos e verificando sua adequação (BRASIL, 1998, p. 8).

O aprendizado na educação básica, além de contribuir para o conhecimento técnico, deve possibilitar uma cultura mais ampla, que permita ao aluno desenvolver meios para interpretar fatos naturais, para compreender procedimentos e equipamentos do seu cotidiano, como também para articular uma visão do mundo natural e social. Para isso, é preciso que essa aprendizagem seja desenvolvida numa efetiva implementação de atividades que envolvam o aluno na contextualização dos saberes.

Ainda conforme os PCN, a tendência é que, embora a realidade do trabalho escolar seja disciplinar, fragmentada e descontextualizada nos diversos níveis de ensino, a compreensão é que cada vez mais se desenvolva o conhecimento numa perspectiva interdisciplinar e contextualizada.

Consta das Orientações Curriculares para o Ensino Médio, OCEM (BRASIL, 2006) que:

> a contextualização como recurso didático serve para problematizar a realidade vivida pelo aluno, extraí-la do seu contexto e projetá-la para a análise. Ou seja, consiste em elaborar uma representação do mundo para melhor compreendê-lo. Essa é uma competência crítico-analítica e não se reduz à mera utilização pragmática do conhecimento científico. (BRASIL, 2006, p. 51).

Embora ainda que de forma descontextualizada, é inegável que os conteúdos tratados na Matemática estão relacionados entre si, e são pontes importantes para as disciplinas de outras áreas, a partir, por exemplo, de problemáticas socioambientais, questões econômicas, informações científico-tecnológicas.

Entendemos que a contextualização pode proporcionar uma aproximação entre a Matemática e o entorno histórico-social no qual o aluno está inserido. Por isso, o ensino do conteúdo *razões trigonométricas no triângulo retângulo* pode se tornar mais significativo quando utilizado em situações e problemas que estejam ligados a fenômenos físicos, uma vez que, como dito nos PCN:

> um conceito matemático se constrói articulado com outros conceitos, por meio de uma série de retificações e generalizações. Assim, pode-se afirmar que o aluno constrói um campo de conceitos que toma sentido num campo de problemas, e não um conceito isolado em resposta a um problema particular (BRASIL, 1998, p. 41).

A contextualização pode, assim, possibilitar o conhecimento da realidade do aluno a partir de contextos que expliquem com relevância e de modo significativo tal conteúdo a partir de fenômenos físicos, criando condições para que o aluno venha a experimentar com curiosidade a construção do próprio conhecimento. Um exemplo prático disso está nos próprios PCN, quando sugerem a utilização de situações de ensino da própria Física no aprendizado dos conteúdos do bloco de Espaço e Forma, que devem ser ensinados no quarto ciclo do ensino fundamental, quando citam que:

> A construção de figuras a partir da reflexão, por translação, por rotação de uma outra figura, os alunos vão percebendo que as medidas dos lados e dos ângulos, da figura dada e da figura transformada são as mesmas. As atividades de transformação são fundamentais para que o aluno desenvolva habilidades de percepção espacial e podem favorecer a construção da noção de congruência de figuras planas (isometrias). De forma análoga, o trabalho de ampliação e redução de figuras permite a construção da noção de semelhança de figuras planas (homotetias) (BRASIL, 1998, p. 86).

No âmbito do ensino médio, quanto à Trigonometria e a sua relação com a Física, os Parâmetros Curriculares Nacionais também colaboram com uma interação na busca de um processo de ensino e aprendizagem potencialmente significativo, para os PCN, em sua publicação para o Ensino Médio (PCNEM):

> (...) um tema que exemplifica a relação da aprendizagem de Matemática com o desenvolvimento de habilidades e competências é a Trigonometria, desde que seu estudo esteja ligado às aplicações, evitando-se o investimento excessivo no cálculo algébrico das identidades e equações para enfatizar os aspectos importantes das funções trigonométricas e da análise de seus gráficos. Especialmente para o indivíduo que não prosseguirá seus estudos nas carreiras ditas exatas, o que deve ser assegurado são as aplicações da Trigonometria na resolução de problemas que envolvem medições, em especial o cálculo de distâncias inacessíveis, e na construção de modelos que correspondem a fenômenos periódicos. Nesse sentido, um projeto envolvendo também a Física pode ser uma grande oportunidade de aprendizagem significativa. (BRASIL, 1999, p. 44).

Então, acreditamos que aprender Matemática em situações de ensino a partir da Física pode desenvolver competências e habilidades e auxiliar na apropriação não só da linguagem matemática, mas oportunizar a discussão e o conhecimento sobre outras áreas necessárias à formação do cidadão.

O tema *razões trigonométricas no triângulo retângulo* constitui um elemento importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, segundo o PCN (BRASIL, 1998), por meio desse conteúdo o aluno desenvolve um pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar de forma organizada o mundo em que vive, além de permitir estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento. A partir desse entendimento, a UEPS empregada nesta pesquisa foi elaborada tendo como eixo norteador os conhecimentos prévios dos alunos sobre o tema em questão, na busca da evolução de tais conhecimentos e do desenvolvimento de um pensamento que permita aos alunos compreender, descrever e representar de forma organizada o mundo em que vivem, além de permitir que estabeleçam conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento.

CAPÍTULO 3 – REFERECIAL TEÓRICO

Este capítulo tem por finalidade apresentar os princípios teóricos que norteiam a Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS), bem como tornar explícito o que se pretende dizer sobre o significado de aprendizagem significativa, a sua diferença em relação à aprendizagem por memorização e as condições para que ela ocorra. Como também, buscaremos identificar na TAS os elementos teóricos necessários que caracterizem um material de ensino potencialmente significativo.

3.1 – A Teoria da Aprendizagem Significativa

A Teoria da Aprendizagem Significativa tem como princípio o fato de que novas ideias expressas de forma simbólica se relacionam com aquilo que o aprendiz já sabe de forma não arbitrária e não literal, e que o produto desta interação ativa e integradora é o surgimento de um novo significado, que reflete a natureza substantiva e denotativa deste produto interativo (AUSUBEL, 2003, p. 72). A TAS é uma teoria cognitiva desenvolvida inicialmente pelo psicólogo David Paul Ausubel (1978, 2003), mas que atualmente sofre importante influência de autores como: Joseph Donald Novak (1981, 1984), D. Bob Gowin (1984) e Marco Antônio Moreira (1983, 2011).

Embora o princípio da TAS pareça simples, algumas questões relevantes são levantadas por Novak (1981) no que diz respeito a determinação do que o aluno já sabe. Para o autor, significa identificar os elementos relevantes ao que esperamos ensinar, ou, em termos do próprio Ausubel, identificar os conceitos de subsunções[1] relevantes já existentes na estrutura cognitiva do aluno[2] (Novak, 1981, p. 9).

Por isso,

> à medida que nova experiência é adquirida e novo conhecimento é relacionado a conceitos já existentes na mente das pessoas, estes conceitos tornam-se elaborados ou modificados e, por isto, podem ser relacionados a um conjunto mais amplo de novas informações em uma aprendizagem subsequente. (NOVAK, 1981, p.10).

Isso significa que a TAS é uma teoria que reflete um processo cognitivo significativo e ativo da aprendizagem, no qual o novo conhecimento age no conhecimento especificamente relevante da estrutura cognitiva do aluno. Por isso, a construção do conhecimento na

---

[1] Ao conhecimento especificamente relevante à nova aprendizagem, o qual pode ser, por exemplo, um símbolo já significativo, um conceito, uma proposição, um modelo mental, uma imagem, Ausubel chamava de *subsunçor* ou *ideia-âncora* (MOREIRA, 2011(a), p. 14).

[2] Utilizaremos a palavra aluno para os diferentes gêneros.

aprendizagem significativa se dá a partir das relações do novo conhecimento com o conhecimento prévio que os aprendizes trazem ao decorrer da vida, com suas experiências vividas desde a infância.

Em suma, o conhecimento prévio que o aluno possui unido com aspectos afetivos, emoções e desejo de aprender são aspectos imprescindíveis na construção do conhecimento do sujeito.

Para Ausubel (2003), o tipo e o grau de significação desse conhecimento dependem de um processo integrador entre o material de instrução e as ideias relevantes existentes na estrutura cognitiva do aprendiz, que dependem de fatores como:

> (1) as relações particulares hierárquicas e substantivas entre as ideias novas e as existentes (ancoradas) no processo de interação; (2) o grau de relevância particular das ideias ancoradas na estrutura cognitiva do aprendiz para com as novas ideias no material de instrução com as quais estão relacionadas; (3) o fato de um novo material de instrução estar ou não relacionado com ideias ancoradas relativamente específicas (particulares) no processo de aprendizagem significativa ou a conhecimentos anteriores mais gerais e difusos no armazém de memória relevante do aprendiz; e (4) variáveis da estrutura cognitiva tais como disponibilidade, estabilidade, longevidade e clareza das ideias ancoradas e respectiva capacidade de discriminação quer de ideias novas do material de aprendizagem, quer de ideias ancoradas relevantes na estrutura cognitiva. (AUSUBEL, 2003, p. 93)

Portanto, a aprendizagem significativa evidencia-se por um processo de interação entre conhecimentos prévios relevantes da estrutura cognitiva do aluno e os novos conhecimentos, em busca de um novo significado. Essa interação se faz de forma não arbitrária e não literal. Na forma não arbitrária o próprio material relaciona as ideias relevantes da estrutura cognitiva do aluno. Na forma não literal a tarefa de aprendizagem pode se relacionar com símbolos ou grupos de símbolos equivalentes em termos ideários à estrutura cognitiva do aluno, sem alterar o significado de forma significativa (AUSUBEL, 2003, p.75). Ou seja, a nova informação tende a interagir com uma estrutura específica do conhecimento do aluno, com o subsunçor existente na estrutura cognitiva do mesmo.

Para Moreira (2011, p. 24), duas condições são necessárias para que ocorra a aprendizagem significativa, a primeira delas é o emprego de um material de aprendizagem que deve ser potencialmente significativo, que segundo o autor é um material que seja relacionável de maneira não arbitrária e não literal a uma estrutura cognitiva apropriada e relevante. A relação de não arbitrariedade e o caráter não literal de um material de ensino são o que tornam potencialmente significativo o conhecimento prévio relevante na estrutura cognitiva dos alunos, oportunizando explorar de maneira eficaz e organizada a relação entre o subsunçor e o conjunto de novas ideias.

A segunda condição refere-se à vontade que deve ter o aluno para aprender, de querer relacionar os novos conhecimentos, de forma não arbitrária e não literal, ao seu conhecimento prévio. Segundo Ausubel (2003, p. 36), significa assumir uma responsabilidade adequada pela própria aprendizagem, e para que isso ocorra é necessário que o aluno:

> aceite a tarefa de aprender ativamente, procurando compreender o material de instrução que lhe ensinam; tentar, de forma genuína, integrar os novos conhecimentos com os que já possui; não evitar o esforço ou a batalha por novas aprendizagens difíceis e não exigir que o professor "lhe faça a papa toda" e decidir fazer perguntas necessárias sobre o que não compreende. (AUSUBEL, 2003, p. 36).

Assim, desde que o aluno decida aprender, toda experiência de aprendizagem vivida por ele pode exercer algum tipo de efeito, positivo ou negativo, sobre a nova aprendizagem, impactando em sua estrutura cognitiva. Dessa forma, para Ausubel (2003, p. 10), é virtualmente impossível conceber-se qualquer aspecto de tal aprendizagem que não seja afetado de alguma forma pela estrutura cognitiva existente. Por sua vez, esta experiência de aprendizagem resulta numa nova transferência, através da alteração da estrutura cognitiva.

Porém, e se o aluno não tiver o subsunçor necessário para a aprendizagem? Se os conhecimentos prévios que os alunos possuem não forem relevantes o bastante para exercer o papel de ideia ancora? O que ocorre é que os conhecimentos prévios dos alunos nem sempre são relevantes o suficiente para servirem de ideias âncoras eficientes para uma aprendizagem que possa ser significativa.

Para isso, Ausubel propôs o que chamou de organizadores prévios, que são materiais introdutórios, apresentados antes do material a ser aprendido, porém em um nível mais alto de abstração, generalidade e inclusividade do que o próprio material (MOREIRA, 1983, p 30).

Os organizadores prévios serão subsunçores adequados, introduzidos anteriormente à tarefa de aprendizagem de forma a serem utilizados com a finalidade de buscar clareza, estabilidade ou a capacidade de discriminar o conhecimento prévio relevante ancorado na estrutura cognitiva do aluno.

O organizador prévio deve ter potencial suficiente para facilitar a aprendizagem. Para Ausubel (2003), a fundamentação lógica para a utilização dos organizadores baseia-se essencialmente em:

> 1. a importância de se possuírem ideias relevantes, ou apropriadas, estabelecidas, já disponíveis na estrutura cognitiva, para fazer com que as novas ideias logicamente significativas se tornem potencialmente significativas e as novas ideias potencialmente significativas se tornem realmente significativas (isto é, possuírem novos significados), bem como fornecer-lhes uma ancoragem estável.
>
> 2. as vantagens de se utilizarem as ideias mais gerais e inclusivas de uma disciplina na estrutura cognitiva como ideias ancoradas ou subsunçores, alteradas de forma adequada para uma maior particularidade de relevância para o material de instrução.

> Devido a maior aptidão e especificidade de relevância das mesmas, também usufruem de uma maior estabilidade, poder de explicação e capacidade integradora.
>
> 3. o fato de os próprios organizadores tentarem identificar um conteúdo relevante já existente na estrutura cognitiva (e estarem explicitamente relacionados com esta) e indicar, de modo explícito, a relevância quer do conteúdo existente, quer deles próprios para o novo material de aprendizagem. (AUSUBEL, 2003, p. 12).

Esses organizadores vão servir de ideias iniciais ou provisórias, cujo objetivo é tornar o subsunçor parte integrante da estrutura cognitiva do aluno, favorecendo o surgimento de conhecimentos prévios relevantes que possam interagir com o novo conhecimento. Os organizadores podem ocorrer de diversas formas, como: uma situação-problema, uma TIC, um vídeo, uma experimentação, uma demonstração, atividades lúdicas, enfim, como instrumentos que possam despertar no aluno disposição para aprender.

3.2 – Tipos e formas de aprendizagem significativa

Ausubel (1978, 2003) definiu três tipos de aprendizagem significativa: representacional, conceitual e proposicional, e três formas de aprendizagem significativa: subordinação, superordenação e combinatória.

A *aprendizagem representacional* é chamada por Ausubel como o tipo mais fundamental de aprendizagem significativa, do qual depende todos os outros tipos de aprendizagem. É a aprendizagem dos significados de símbolos individuais ou o que estes representam (AUSUBEL, 2003, p. 83). Moreira (2011(a), p. 38) refere-se a símbolos arbitrários que passam a representar, em significado, determinados objetos ou eventos em uma relação unívoca, tornando-se importante adquirir o conhecimento do significado das palavras, símbolos, o que é um problema cognitivo para quem está aprendendo significados que se tornam imediatamente e facilmente apreensíveis em situações subsequentes.

Na *aprendizagem proposicional*, diferentemente da representacional, a aprendizagem se dá através de proposições. Para Ausubel (2003, p. 84) essa aprendizagem é motivada por um conjunto de ideias expressas por grupo de palavras combinados em proposições ou frases, de forma a expressar ideias em proposições verbais.

Novak (1984, p. 20) define conceito como uma regularidade nos acontecimentos ou nos objetos que se designa por certo termo. Dessa forma temos a *aprendizagem conceitual*, que se faculta à representação de símbolos particulares, que Ausubel chamou de conceitos, uma vez que são definidos como objetos, acontecimentos, situações ou propriedades que possuem atributos de critérios comuns e se designam pelo mesmo signo ou símbolo (AUSUBEL, 2003, p. 94).

Buscamos uma aprendizagem proposicional nas atividades da unidade de ensino proposta nessa pesquisa, ressaltando que as aprendizagens representacional e conceitual constituem a base, ou um pré-requisito para a proposicional, uma vez que é necessário que os alunos assimilem o significado de símbolos, palavras e conceitos de forma individualizada para que um novo conhecimento resulte da somatória desses significados na estrutura cognitiva deles.

Com relação às formas de aprendizagem significativa, elas representam diferentes formatos hierárquicos para relacionar o novo conhecimento com as ideias prévias relevantes na estrutura cognitiva, independentemente do tipo de aprendizagem significativa, através de *subsunçores*.

Para Ausubel (2003), o processo de relacionamento de novas informações com segmentos subordinantes relevantes e preexistentes na estrutura cognitiva ocorre como uma aprendizagem por *subsunção*.

> Uma vez que a própria estrutura cognitiva tem tendência a ser organizada, em termos hierárquicos, no que toca ao nível de abstração, generalidade e inclusão de ideias, a emergência de novos significados proposicionais reflete, de modo geral, uma relação subordinada do novo material a ideias mais subordinantes existentes na estrutura cognitiva. (AUSUBEL, 2003, p. 93).

Essa forma de aprendizagem, chamada de *subordinada*, realiza-se quando os novos conhecimentos potencialmente significativos relacionam-se, de forma subordinada, com os conhecimentos prévios relevantes existentes na estrutura cognitiva do aluno.

A aprendizagem subordinada pode ser *derivativa* e *correlativa*. A primeira ocorre quando o novo material de aprendizagem se apresenta como um exemplar específico de um conceito ou proposição estabelecida na estrutura cognitiva, ou como auxiliar ilustrativo de um conceito ou proposição geral. Na segunda, o novo material de aprendizagem é uma extensão, elaboração, modificação ou qualificação de conceitos ou proposições anteriormente apreendidas. (AUSUBEL, 2003, p. 94).

Na aprendizagem *subordinante* (ou *superordenada*) ocorre no decurso do raciocínio indutivo, quando se organiza o material apresentado de forma indutiva e se dá a síntese de ideias componentes, e na aprendizagem de abstrações de ordem superior (AUSUBEL, 2003, p. 94). Para Moreira (2011(a), p. 37), essa forma de aprendizagem envolve processos de abstração, síntese, que levam a novos conhecimentos que passam a subordinar aqueles que lhe deram origem. Podemos concluir que, além das ações dos subsunçores relevantes na estrutura cognitiva do aluno, à medida que a aprendizagem vai evoluindo os novos conceitos também vão se relacionando para dar origem a outros mais amplos.

Quando a aprendizagem não é subordinada ou superordenada, mas se relaciona com as ideias relevantes, dá origem à forma de aprendizagem combinatória. Para Ausubel (2003, p. 95), essa aprendizagem consiste em novas combinações sensíveis de ideias anteriormente apreendidas, que se podem relacionar, de forma não arbitrária, a um vasto conjunto anterior de conteúdo geralmente relevante na estrutura cognitiva, em virtude da congruência geral das mesmas em relação a tal conteúdo como um todo.

Assim, à medida que a aprendizagem significativa vai acontecendo, os conceitos e os subsunçores vão se tornando mais elaborados. Do ponto de vista de Ausubel, os conceitos vão se desenvolvendo à medida que partimos de elementos que sejam mais gerais, mais inclusivos, para elementos mais específicos, em busca de uma aprendizagem mais eficiente, de forma que haja uma explicação dos conceitos e uma relação hierárquica entre eles que, progressivamente, vão se tornando mais relevantes.

Segundo Moreira (2011(a), p. 20), a estrutura cognitiva, considerada como uma estrutura de subsunçores inter-relacionados e hierarquicamente organizados é uma estrutura dinâmica que se caracteriza por dois processos: *a diferenciação progressiva e a reconciliação integrativa*.

A *diferenciação progressiva* é o processo de atribuição de novos significados a um dado *subsunçor* (um conceito ou uma proposição, por exemplo) resultante da sucessiva utilização desse *subsunçor* para dar significado a novos conhecimentos (MOREIRA, 2011(a), p. 20). Como já discutimos em aprendizagem subordinada, quando um novo conceito ou determinada proposição interage com o *subsunçor*, esse se modifica criando uma diferenciação progressiva e adquirindo novos significados, se tornando assim mais refinado, abrangente, eficaz e capaz de servir como novo conhecimento prévio para outras aprendizagens.

Na aprendizagem superordenada ou na combinatória o conhecimento relevante estabelecido na estrutura cognitiva do aluno pode se reorganizar e adquirir novos significados, assim a reconciliação integrativa, ou integradora, na programação de um material instrucional vai criar um processo dinâmico para a estrutura cognitiva, que de forma simultânea com a diferenciação progressiva, tentará eliminar diferenças aparentes, resolver inconsistências, integrar significados e fazer superordenações (MOREIRA, 2011(a), p. 22).

Toda a aprendizagem que resultar em uma reconciliação integrativa resultará também em uma diferenciação progressiva, de forma a criar um “sobe-desce” na hierarquização conceitual à medida que novas informações são apresentadas (NOVAK, 1981, p. 70).

Podemos então identificar que a aprendizagem significativa pode sugerir diferentes estratégias de ensino e aprendizagem, em que o tipo de atividade pode ser definido, segundo Ausubel, através de: aprendizagem significativa versus aprendizagem mecânica e aprendizagem receptiva versus aprendizagem por descoberta.

A *aprendizagem receptiva* é apresentada aos alunos sob a forma de uma proposição substantiva ou não causadora de problemas que apenas necessitam compreender e lembrar (AUSUBEL, 2003, p. 96). Para Moreira,

> Aprendizagem receptiva é aquela em que o aprendiz "recebe" a informação, o conhecimento, a ser aprendido em sua forma final. Mas isso não significa que essa aprendizagem seja passiva, nem que esteja associada ao ensino expositivo tradicional. A "recepção" do novo conhecimento pode ser, por exemplo, através de um livro, de uma aula, de uma experiência de laboratório, de um filme, de uma simulação computacional, de uma modelagem computacional, etc. Aprender receptivamente significa que o aprendiz não precisa descobrir para aprender. Mas isso não implica passividade. Ao contrário, a aprendizagem significativa receptiva requer muita atividade cognitiva para relacionar, interativamente, os novos conhecimentos com aqueles já existentes na estrutura cognitiva, envolvendo processos de captação de significados, ancoragem, diferenciação progressiva e reconciliação integrativa. (MOREIRA, 2011(a), p. 33-34).

Contrariamente, na aprendizagem por descoberta o aluno deve descobrir o que vai aprender. Para Ausubel (2003, p. 96), o aprendiz deve aprender por ele próprio, criando proposições que representem soluções para os problemas colocados ou passos sucessivos com vista à resolução dos mesmos.

Os tipos de aprendizagem, por descoberta ou por recepção, não determinam necessariamente que a aprendizagem seja significativa. Uma vez que para aprender significativamente o que é importante é o relacionamento entre o conhecimento relevante da estrutura cognitiva e os novos conhecimentos.

3.3 – Da aprendizagem mecânica à aprendizagem significativa: uma evolução contínua

Tradicionalmente, numa sala de aula, os alunos são tratados como receptores passivos do conhecimento científico repassado pelo professor, pelo livro didático e por outros meios de comunicação, sem um relacionamento direto com a estrutura cognitiva dos mesmos. A esse tipo de aprendizagem, no qual o conhecimento é puramente memorizado sem interações significativas, Ausubel chamou de aprendizagem mecânica, uma vez que se adquire nova informação sem ligações específicas a elementos existentes na estrutura cognitiva (NOVAK, 1981, p. 10).

Algumas das práticas que caracterizam essa forma de ensino, para Ausubel, são:

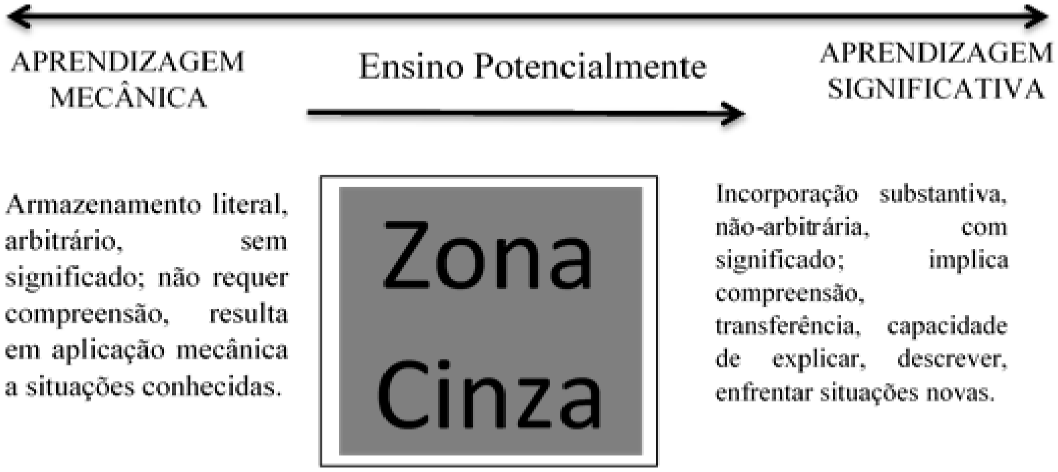
> (1) uso prematuro de técnicas verbais em alunos imaturos em termos cognitivos; (2) apresentação arbitrária de fatos não relacionados sem quaisquer princípios de organização ou de explicação; (3) fracasso na integração de novas tarefas de aprendizagem com materiais anteriormente apresentados; (4) uso de procedimentos de avaliação que apenas avaliam a capacidade de se reconhecerem fatos diretos, ou de se reproduzirem ideias pelas mesmas palavras ou no contexto idêntico ao originalmente encontrado. (AUSUBEL, 1961 apud AUSUBEL, 2003, p. 51).

Ou seja, a aprendizagem mecânica, diferentemente da significativa, ocorre de uma forma que o novo conhecimento terá pouca ou nenhuma interação com o conhecimento prévio do aluno ou com o conhecimento já armazenado em sua estrutura cognitiva. Os elementos aprendidos a partir da aprendizagem mecânica ficam armazenados e distribuídos de maneira arbitrária na estrutura cognitiva do aluno.

Quando os subsunçores não existem podemos utilizar os chamados organizadores prévios. Outra alternativa seria o aprendizado de novas informações de forma mecânica. Segundo Novak (1977, apud MORERIRA, 1983, p. 29), a aprendizagem mecânica será necessária quando um indivíduo adquire novas informações em uma área de conhecimento completamente nova para ele. Ainda que pouco elaboradas, as informações aprendidas de forma mecânica servirão de *subsunçores*. Assim, não podemos desprezar, em determinadas situações, a importância que tem a aprendizagem mecânica, desde que venha servir como assimilação significativa de determinados conceitos para serem utilizados como subsunçores na busca de uma aprendizagem significativa.

Para Moreira (2011(a)), a aprendizagem significativa e a aprendizagem mecânica não constituem uma dicotomia. Elas estão em um mesmo contínuo, no qual o aluno deve buscar a evolução da aprendizagem mecânica para a significativa. Moreira (2011) utiliza a figura 01 como uma visão esquemática de um espaço, que ele chamou de “zona cinza”, na qual o contínuo entre as aprendizagens se estabelece.

FIGURA 01: UMA VISÃO ESQUEMÁTICA DO CONTÍNUO ENTRE APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA E APRENDIZAGEM MECÂNICA.



FONTE: (MOREIRA, 2011(a), p. 32).

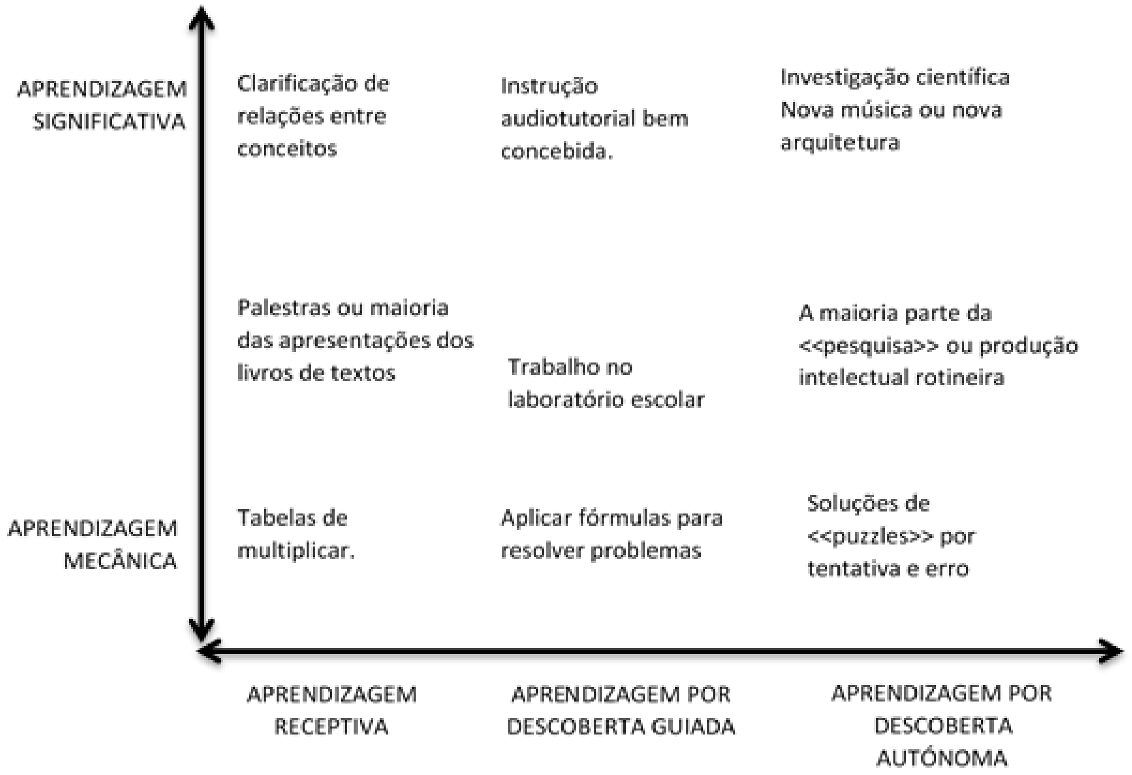
Vale ressaltar que a existência desse contínuo entre aprendizagem mecânica e significativa, segundo Moreira (2011(a)), necessita de pontos a serem esclarecidos, tais como:

> (1) a passagem da aprendizagem mecânica para a aprendizagem significativa não é natural, ou automática, (...) ela depende da existência de subsunçores adequados, da predisposição do aluno para aprender, de materiais potencialmente significativos e da mediação do professor;
>
> (2) a aprendizagem significativa é progressiva, a construção de um subsunçor é um processo de captação, internalização, diferenciação e reconciliação de significados que não é imediato;
>
> (3) aprendizagem significativa depende da captação de significados (Gowin, 1981), um processo que envolve uma negociação de significados entre discente e docente e que pode ser longo (MOREIRA, 2011(a), p. 32-33).

Sobre o contínuo entre aprendizagem mecânica-significativa, Ausubel (2003, p. 85) afirma, referindo-se aos tipos de aprendizagem significativa, que a aprendizagem representacional estaria mais próxima da extremidade de memorização do contínuo e as aprendizagens conceitual e proposicional apresentariam uma forma mais elevada de aprendizagem significativa.

Na figura 02 podemos visualizar um esquema da aprendizagem por recepção e por descoberta no contínuo que é composto pela aprendizagem mecânica e significativa, mostrando como se encaixam diferentes atividades representativas nos respectivos tipos de aprendizagem.

FIGURA 02: FIGURA QUE MOSTRA O CONTÍNUO ENTRE A APRENDIZAGEM MECÂNICA E SIGNIFICATIVA NAS APRENDIZAGENS RECEPTIVA E POR DESCOBERTA



FONTE: Adaptado de NOVAK E GOWIN, 1984, p. 24.

O objetivo do processo de ensino é a busca de uma aprendizagem significativa, e Ausubel (2003) expõe os motivos:

> (1) durante o intervalo de retenção, os significados acabados de surgir, como resultado da interação entre as novas ideias do material de aprendizagem e as ideias relevantes (ancoradas) da estrutura cognitiva, ligam-se e armazenam-se a estas ideias ancoradas, protegendo assim os novos significados das interferências arbitrárias e literais que rodeiam, de forma ativa e retroativa, as associações memorizadas, (2) em virtude da não arbitrariedade e da não literalidade do conteúdo do material de aprendizagem e dos processos de aprendizagem e de retenção da mesma, pode-se apreender-se e reter-se por longos período de tempo (3) a experiência de aprendizagem na aprendizagem significativa é subjetivamente agradável e familiar e aguça, também, a curiosidade intelectual e a perspectiva de se adquirirem novos conhecimentos, em vez de provocar uma reação como se fosse uma tarefa não recompensada e desagradável da aprendizagem por memorização que envolve esforço cognitivo indevido (AUSUBEL, 2003, p. 15)

3.4 – O processo de assimilação na aquisição, retenção e organização do conhecimento na aprendizagem significativa

Os materiais de aprendizagem utilizados em sala de aula representam conceitos e proposições que podem passar por um processo de esquecimento pelos alunos. Como reter os conceitos por mais tempo?

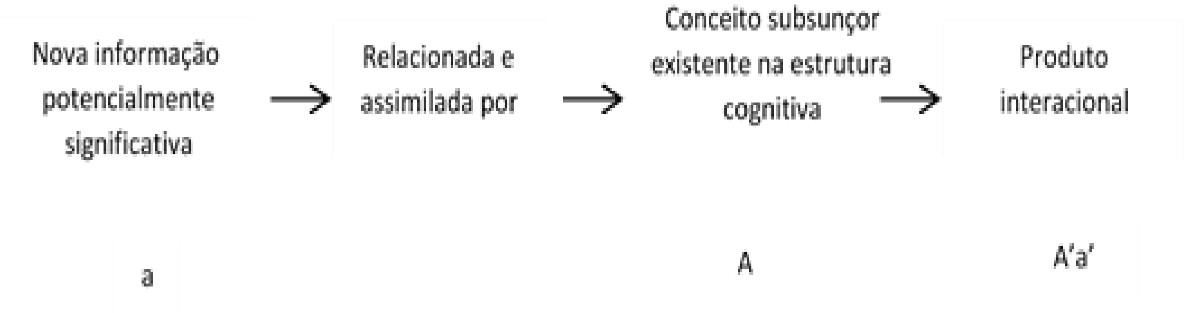
No processo de memorização do conhecimento os conteúdos são aprendidos de forma discreta, isolada, relacionados de forma arbitrária e literal com a estrutura cognitiva do aluno, sem relações necessárias com os conhecimentos prévios relevantes; sendo assim mais dispostos ao esquecimento. No processo da aprendizagem significativa, Ausubel (2003) coloca que, embora exista o esquecimento do conhecimento adquirido, esse conhecimento está ancorado nos conhecimentos prévios relevantes dos alunos, facilitando a retenção de significados. Para o autor:

> as ideias apreendidas significativamente, que estão “ancoradas” a ideias relevantes da estrutura cognitiva e, logo, são parte dos sistemas ideários estáveis, seriam muito menos vulneráveis a interferências proativas e retroativas do que as tarefas discretas apreendidas por memorização e que também seriam protegidas de tal interferência pela estabilidade das ideias ancoradas, nas quais estão implantadas. (AUSUBEL, 2003, p. 60).

Também é inerente a aprendizagem significativa, tornando-a mais eficaz, a capacidade de relação não arbitrária e não literal dos conhecimentos prévios relevantes com os novos conhecimentos estabelecidos na estrutura cognitiva. Por isso, a assimilação do conhecimento na estrutura cognitiva do aluno por intermédio de um material potencialmente significativo poderá melhorar a retenção, aquisição e organização do conhecimento da seguinte forma: o conhecimento permanecendo ancorado a uma forma modificada de uma ideia relevante na estrutura cognitiva do aluno e essa ancoragem permitindo uma relação não arbitrária e substantiva entre a nova ideia e as já estabelecidas (AUSUBEL, 2003, p. 107).

De forma a descrever melhor o princípio de assimilação cognitiva através da TAS, Ausubel se utiliza de símbolos representativos. Para o autor, quando se aprende uma nova ideia *a*, através da relação e da interação com a ideia relevante *A* estabelecida na estrutura cognitiva, alteram-se ambas as ideias e *a assimila-se* à ideia estabelecida *A* (AUSUBEL, 2003, p. 105). Como podemos observar na figura 03, a nova informação potencialmente significativa relaciona-se com o conhecimento prévio relevante na estrutura cognitiva do aluno, gerando um produto interacional que seria a nova informação e o conhecimento prévio modificado.

FIGURA 03: ESQUEMA REPRESENTATIVO DO PRINCÍPIO DE ASSIMILAÇÃO DA TAS DEFINIDO POR AUSUBEL

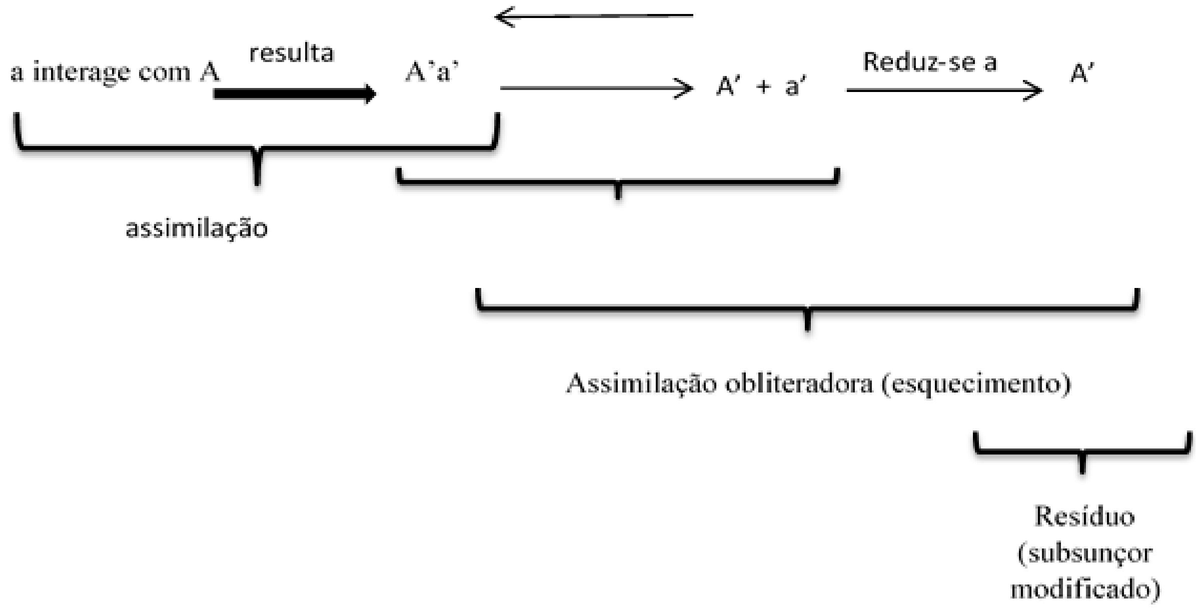


FONTE: MOREIRA, 1983, p. 37.

Ou seja, tanto a nova informação (a) como o conceito subsunçor (A) são modificados (A' e a'), gerando um novo conceito subsunçor e um novo conhecimento na estrutura cognitiva, havendo aqui um processo de retenção do conhecimento a partir de um processo interacional que caracteriza a aprendizagem significativa.

Durante um período de tempo variável, o produto interacional passa por um processo de dissociação da ideia ancorada com o novo conhecimento adquirido, o que significa uma dissociação de A' e a'. O conhecimento, portanto, passará por um processo de esquecimento, porém os conceitos e proposições adquiridos podem ser recuperados a partir dos subsunçores modificados (A'), processo que Ausubel chama de *assimilação obliterante.* Seria um tipo de esquecimento significativo, que nada mais é que a assimilação relativamente completa da especificidade do novo significado faz com este já não seja dissociável da generalidade da ideia mais inclusiva ancorada na estrutura cognitiva (devido a subsunção obliterante). (AUSUBEL, 2003, p. 106). Esquematicamente esse processo pode ser representado na figura 04.

FIGURA 04: ESQUEMA REPRESENTATIVO DO PRINCÍPIO DE ASSIMILAÇÃO DA TAS DEFINIDO POR AUSUBEL, INCLUINDO A FASE DE ASSIMILAÇÃO OBLITERADORA.



Fonte: MOREIRA, 1983, p. 40.

Na fase de assimilação obliteradora o subsunçor não retorna a sua forma original, tornando-se o membro mais estável desse produto e sendo responsável por um esquecimento apenas residual, ou como coloca Moreira (2011), quem aprende significativamente tem a sensação, mesmo após o esquecimento, que pode aprender novamente sem dificuldades e em um tempo relativamente curto.

Por isso, corroboramos com Ausubel quando cita que a aprendizagem a partir da TAS é mais eficaz, em termos daquilo que se aprende e se lembra, uma vez que oportuniza ao aluno tirar vantagens do esquecimento pela própria experiência do subsunçor modificado e a facilitação na aprendizagem e retenção de novas tarefas relacionadas a ele. Sendo assim, o esquecimento torna-se apenas uma continuação temporal natural do processo de assimilação pelo qual o aluno passa, oportunizando, de certa forma, facilitar a sua aprendizagem e retenção do conhecimento.

3.5 – O material de ensino potencialmente significativo

A ideia central da teoria de Ausubel alicerça-se no fato que toda a retenção e aquisição de conhecimentos se dão através de um processo interativo que ocorre entre o material instrucional e as concepções relevantes sobre o conteúdo que estão na estrutura cognitiva daquele que aprende, levando-o a criar novos significados relevantes sobre aquilo que está aprendendo.

Portanto, os novos conhecimentos são uma consequência da interação ativa que ocorre entre o material de instrução e as ideias relevantes da estrutura cognitiva do aluno. Para Ausubel (2003) isso ocorrerá quando forem respeitadas duas condições: a existência de uma situação de aprendizagem significativa no aprendiz, o qual deve estar disposto a aprender, e de materiais de aprendizagem potencialmente significativos. Sobre o material potencialmente significativo é necessário:

> (1) tarefas de aprendizagem suficientemente não aleatórias, sensíveis e plausíveis para se relacionarem, de forma não arbitrária e substancial, a alguns componentes relevantes de um conjunto de conhecimentos existente em, pelo menos, alguns aprendizes e (2) a existência desta última componente na estrutura cognitiva de determinado aprendiz (AUSUBEL, 2003, p. 43).

Assim, a aprendizagem significativa pressupõe um processo pelo qual, segundo Ausubel (2003), se faz necessário que o aluno empregue em sua aprendizagem um material que seja potencialmente significativo para o mesmo.

Buscamos, então, elementos que possam nos guiar a um material de ensino que seja potencialmente significativo à estrutura cognitiva do aluno, ancorados nos conhecimentos prévios relevantes existentes em tal estrutura, de forma que o aluno passe a ter um sistema de ideias ou conhecimentos organizados e significativos. Ausubel (2003) afirma para que o material seja potencialmente capaz de conceber uma nova aprendizagem e seja significativo é necessário que atenda a dois importantes critérios:

> Capacidade de relação não arbitrária e não literal para com ideias particulares relevantes na estrutura cognitiva do aprendiz e capacidade de relação com a estrutura cognitiva particular de um aprendiz em particular. (AUSUBEL, 2003, p. 58).

A UEPS, discutida nesse trabalho de pesquisa, tem a função de contribuir para a melhoria de uma aprendizagem ativa, que necessita ser estruturada com base nos princípios da diferenciação progressiva e da reconciliação integrativa, visando possibilitar a aprendizagem, a retenção e a organização do conteúdo na estrutura cognitiva do aprendiz, conforme o que sugere Ausubel (2003):

> (1) uma análise cognitiva necessária para se averiguar quais são os aspectos da estrutura cognitiva existente mais relevantes para o novo material potencialmente significativo;
>
> (2) algum grau de reconciliação com as ideias existentes na estrutura cognitiva, ou seja, apreensão de semelhanças e de diferenças e resolução de contradições reais ou aparentes entre conceitos e proposições novos e já enraizados;

> (3) reformulação do material de aprendizagem em termos dos antecedentes intelectuais idiossincráticos e do vocabulário do aprendiz em particular. (AUSUBEL, 2003, p. 6).

Para Ausubel, a estabilidade e a clareza das ideias ancoradas são determinadas, em grande parte, pelo fato de terem sido bem aprendidas ou consolidadas através da repetição e/ou ensaio, quer em contextos diferentes, quer nos mesmos contextos. A estabilidade e a clareza são influenciadas positivamente se o aluno dominar o material instrucional, dentro de um contexto homogêneo, antes de entrar em âmbitos mais heterogêneos, e se utilizar conteúdos de aprendizagem organizadas de forma sequencial e hierárquica (AUSUBEL, 2003, p. 11).

Lemos (2011), por exemplo, tenta criar o que chama de “uma receita para o que não tem receita...”, reunindo uma série de princípios que acredita serem fundamentais no momento em que o professor decide sobre a estratégia de ensino e de avaliação que irá realizar. Os princípios são:

> a) O ensino é apenas um meio pelo qual a aprendizagem significativa do aluno é favorecida;
>
> b) O ato de ensinar deve ser compreendido como um processo que envolve o planejamento, a situação de ensino propriamente dita e avaliação;
>
> c) A natureza do conhecimento prévio do aluno é determinante do tipo de ensino a ser realizado;
>
> d) A organização de um material de ensino potencialmente significativo requer que a relação entre a natureza do conhecimento do aluno e do conhecimento a ser ensinado seja considerada;
>
> e) O conteúdo a ser ensinado deve ser selecionado e organizado a partir das suas ideias centrais, seja na aprendizagem dos seus significados ou na evolução conceitual dos mesmos;
>
> f) A natureza do conhecimento a ser ensinado deve ser considerada e enfocar suas ideias centrais;
>
> g) Favorecer a aprendizagem significativa implica possibilitar a interação do aluno com um mesmo conhecimento em diferentes momentos do processo educativo;
>
> h) O objetivo do evento educativo é garantir que os significados sejam compartilhados e, portanto, garantir a ocorrência de situações que oportunizem ao aluno apresentar e negociar suas ideias;
>
> i) A avaliação, voltada para a identificação de evidências de aprendizagem significativa, permeia todo o ensino;
>
> j) O aluno deve ter oportunidade de se perceber como construtor do próprio conhecimento. (LEMOS, 2011, p. 34-35).

Assim, a partir do material e das condições de interação com a estrutura cognitiva do aluno na aprendizagem significativa, o resultado será, possivelmente, uma retenção da informação a ser interiorizada de uma forma mais estável e significativa.

3.6 - A Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS)

A Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS), foi a maneira utilizada por Moreira (2011(b)) para denominar uma sequência didática adequada para a implementação dos princípios teóricos da Teoria da Aprendizagem Significativa.

As unidades de ensino estão alicerçadas ao processo e às circunstâncias que se propõe a aprendizagem, que é distinta fundamentalmente das características e natureza do material de ensino. Dessa forma, as unidades de ensino só poderão ser potencialmente significativas, porque, conforme Ausubel (2003, p. 78), se o material já fosse significativo, o objetivo da aprendizagem significativa que é a aquisição de novos significados já estaria completado antes mesmo de haver a aprendizagem. Para Moreira (2011, p. 25), não existe livro significativo, nem aula significativa, nem problema significativo, já que o significado está nas pessoas e não no material.

Uma UEPS tem por finalidade relacionar e interagir de forma substantiva e não arbitrária os novos conhecimentos com o conhecimento prévio existente na estrutura cognitiva do aluno. No desenvolvimento de uma UEPS busca-se um material de ensino não aleatório, plausível e sensível ao conhecimento prévio que o aluno tem, oportunizando situações nas quais ele seja capaz de aprender. A unidade de ensino está inserida em um processo de ensino ativo, pois com ela, como expõe Ausubel, pretende-se exigir no mínimo:

> (1) uma análise cognitiva necessária para se averiguar quais são os aspectos da estrutura cognitiva existente mais relevantes para o novo material potencialmente significativo; (2) algum grau de reconciliação com as ideias existentes na estrutura cognitiva, ou seja, apreensão de semelhanças e de diferenças e resolução de contradições reais ou aparentes entre conceitos e proposições novos e já enraizados; (3) reformulação do material de aprendizagem em termos dos antecedentes intelectuais idiossincráticos e do vocabulário do aprendiz em particular. (AUSUBEL, 2003, pág. 6).

Logicamente que a UEPS desenvolvida, estando inserida nos princípios teóricos da Teoria da Aprendizagem Significativa, necessita ser estruturada e atrelada aos fundamentos da diferenciação progressiva e da reconciliação integrativa, de forma a proporcionar aprendizagem, a retenção e a organização do tema proposto na estrutura cognitiva do aluno.

Para que a UEPS seja classificada como potencialmente significativa Ausubel coloca algumas condições:

> (1) a capacidade de relação não arbitrária e não literal para com ideias particulares relevantes na estrutura cognitiva do aprendiz; (2) a capacidade de relação com a estrutura cognitiva particular de um aprendiz em particular – é mais propriamente uma característica do aprendiz do que o próprio material. (AUSUBEL, 2003, p. 58).

Isso significa também que ela deve também fundamentar-se em preocupações com fatores particulares individuais dos alunos, como a idade, a vivência cultural, o nível de cognição e a capacidade que o aluno individualmente demonstra na utilização do subsunçor na sua estrutura cognitiva em relação ao novo conhecimento a ser adquirido.

A partir dessas considerações, no decurso da aprendizagem com UEPS o aluno deve relacionar os novos conceitos e proposições com a própria estrutura cognitiva idiossincrática. Para que isso ocorra, é necessário que o material apresente alguns aspectos importantes: ele deve ser diversificado em termos de estratégias e ferramentas de ensino; prever atividades diversificadas sobre um mesmo conceito, para atacar as semelhanças e diferenças que possam confundir as novas ideias adquiridas com as já existentes na estrutura cognitiva dos aprendizes; apresentar clareza e estabilidade nos subsunçores utilizados; buscar desenvolver a aprendizagem a partir da motivação de questionamentos, evitando respostas prontas durante a evolução dos temas, estimulando o diálogo e a criticidade em sala de aula; incentivar que os próprios alunos construam situações-problema nas unidades; privilegiar atividades colaborativas entre os alunos; e possibilitar avaliações sistemáticas.

Na construção da UEPS seguimos a sequência já utilizada por Moreira (2011(b), p. 45-46), a partir dos seguintes passos:

(1) definir o tema a ser trabalhado na UEPS, identificando aspectos procedimentais, tais como os aceitos no contexto da disciplina;

(2) criar e/ou propor situações que possam oportunizar a identificação dos conhecimentos prévios relevantes da estrutura cognitiva dos alunos, tópico importante para obtenção de uma aprendizagem significativa;

(3) levando-se em conta o conhecimento prévio relevante identificado anteriormente, propor situações-problema que tenham o potencial de preparar o terreno para a introdução do material de ensino sobre o tema escolhido;

(4) apresentar o conhecimento a ser ensinado/aprendido, levando em consideração a diferenciação progressiva;

(5) retomar aspectos mais gerais sobre o tema, de forma a propor o conhecimento em um maior nível de complexidade, colocando novos exemplos e destacando semelhanças e diferenças em relação à primeira apresentação;

(6) concluir a unidade retomando as características mais relevantes do conteúdo em questão buscando a reconciliação integrativa;

(7) por último, realizar a avaliação da aprendizagem através da UEPS.

Segundo Moreira (2011(b), p. 46), a UEPS será considerada eficiente quando, durante a avaliação de desempenho dos alunos, proporcionar uma aprendizagem significativa, caracterizada por elementos como: melhor captação de significados, compreensão de conceitos, melhor capacidade de explicação, relacionar conceitos, aplicar o conhecimento adquirido para resolver situações-problema.

A maior utilidade da UEPS está fundamentada no fato que se trata de uma sequência didática que tem como maior potencial a facilitação da aprendizagem significativa, a utilização de distintas estratégias de ensino e a participação ativa do aluno.

3.7 - A utilização de mapas conceituais na busca de uma aprendizagem significativa

O mapa conceitual é uma ferramenta utilizada para auxiliar estudantes na reflexão sobre a estrutura de conhecimento e em todo o processo de construção do mesmo. Tal ferramenta foi desenvolvida pelo educador americano Joseph Donald Novak e tem por objetivo:

> representar relações significativas entre conceitos na forma de proposições. Uma proposição consiste em dois ou mais termos conceituais ligados por palavras de modo a formar uma unidade semântica. Na sua forma mais simples, um mapa de conceitos consta apenas de dois conceitos unidos por uma palavra de ligação de modo a formar uma proposição. (NOVAK, 1984. p. 31).

Trata-se de uma ferramenta para auxiliar os estudantes e também os professores na busca de ideias chave que representem um conjunto de significados numa estrutura de proposições no qual se inclui o conceito a ser adquirido.

A construção do conhecimento se verifica com a observação dos acontecimentos e objetos que existem ao nosso redor, estes por sua vez não são descobertos e sim construídos pela natureza ou pelo ser humano, como o conhecimento. Por isso, Novak (1984) define o conceito como uma regularidade nos acontecimentos ou nos objetos que se designa por certos termos, utilizado como palavra-chave no mapa conceitual.

Os mapas conceituais podem ser utilizados de diversas formas no processo de ensino e aprendizagem, dentre eles podemos citar: instrumento didático de ensino e aprendizagem, planejamento curricular, avaliação, organizador prévio dos conteúdos, diagnóstico prévio, resumo de determinado tema e como forma de melhorar a recordação.

Em nossa pesquisa utilizamos o mapa conceitual para um diagnóstico prévio e avaliação da evolução conceitual do tema. Como diagnóstico, o utilizamos, antes da aplicação da UEPS, para identificar os conhecimentos prévios dos alunos e como avaliação ao final da aplicação da UEPS, para identificar a evolução conceitual dos mesmos.

Ausubel coloca que:

> A função de avaliação consiste em determinar o grau em que objetivos de importância educativa estão sendo, de fato, alcançados e avaliar é fazer um juízo de valor ou de mérito para apreciar os resultados educativos em relação ao cumprimento ou não de um conjunto específico de metas educativas. (AUSUBEL, NOVAK, HANESIAN, 1989, apud PEÑA, 2005, p. 123).

Para Moreira (2011), os mapas conceituais construídos pelos alunos como forma de avaliação têm componentes idiossincráticos, o que significa que não deve existir um mapa conceitual que seja considerado como o “mapa”, e de maneira análoga o importante não é se o mapa está correto ou errado, mas sim proporcionar evidências de evolução conceitual dos alunos a partir da aplicação da UEPS.

3.8 – Os Níveis de Conhecimento

Para a construção das questões das análises prévia e final e das atividades da UEPS, utilizamos como referencial teórico os Níveis de Conhecimento esperados dos alunos, de acordo como definidos pela pesquisadora francesa Aline Robert (ROBERT, 1997), em seu artigo “Quelques outils d’analyse epistemologique et didactique de connaissances mathématiques à enseigner au lycée et à l’université”. Nesse artigo a autora apresenta algumas ferramentas de análise epistemológica e didática dos conhecimentos matemáticos que devem ser ensinados no ensino médio e na universidade, levando-se em consideração o trabalho do educador em se adaptar à cada nível de especificidade da Matemática escolhida, os pressupostos cognitivos e didáticos adotados que possibilitarão implementar o conteúdo específico e os tipos de atividades esperadas dos estudantes para o desenvolvimento do conteúdo (ROBERT, 1997, p. 192).

Segundo Robert (1997), trata-se de rotular um determinado campo do conhecimento matemático (campo conceitual) correspondente a uma organização que seja coerente a este mesmo campo ou a uma parte dela, caracterizada por objetos matemáticos apresentados de certa maneira, teoremas sobre esses objetos, métodos associados a estes teoremas e problemas que os alunos podem resolver utilizando o nível de interesse ou método escolhido (ROBERT, 1997, p.205).

Robert (1997) classifica os níveis de conhecimento esperados dos alunos em:

(1) Técnico: Corresponde a um conjunto de operações isoladas, locais, corretas – diz respeito a uma ferramenta (incluindo definições) (ROBERT, 1997, p. 206). Refere-se às questões de uma forma direta e imediata, de teoremas, das definições, dos conceitos e das fórmulas, mais preocupado com o funcionamento das questões do que com a sua compreensão.

(2) Mobilizável: mais amplo, porque compreende uma justaposição dos princípios de conhecimento em determinado campo ou domínio. Os vários métodos são mobilizados, as ferramentas e os objetos de estudo também são considerados. O que está em jogo realmente está explícito. Se o conhecimento é identificado, ele será mobilizável se estiver acessível, se o aluno o utiliza corretamente (ROBERT, 1997, p. 206). Neste nível as atividades se apresentam de uma forma mais abrangente que no nível técnico, não sendo somente uma simples aplicação de um teorema, definição, conceito ou fórmula, uma vez que, como cita a autora, acontece uma justaposição de saberes de certo domínio, oportunizando que vários métodos possam ser utilizados.

(3) Disponível: o aluno deve saber resolver o que é proposto sem indicações, por exemplo, podendo fornecer contraexemplos (como encontrar ou inventar), mudar de quadros, aplicar métodos não previstos. Esse nível de conhecimento está relacionado com a familiaridade, o conhecimento em situações de referência variadas, na qual o aluno sabe que as conhece (que serve como um campo de experimentação), o fato de ter sistemas de referência, questionamentos, de uma organização... Pode-se ir até a possibilidade de propor um problema ou realizar resumos (ROBERT, 1997, p. 206). Ou seja, propor questões nas quais seja necessário provocar os alunos de forma a mobilizar os seus conhecimentos aprendidos e estimular a busca da estratégia mais adequada para as suas soluções.

Para que o aluno vivencie uma aprendizagem significativa, Ausubel evidencia que é necessário que os novos conhecimentos venham a interagir com os conhecimentos prévios relevantes na estrutura cognitiva, para isso são necessárias atividades que possam, segundo Robert (1997), referir-se a uma definição (nível técnico) ou constatar e estruturar o conhecimento (nível mobilizável) para utilizar essas atividades como subsunçores ou organizadores prévios da aprendizagem. Assim, por exemplo, sendo capaz de associar os conhecimentos da Matemática com os da Física, ou seja, oportunizando a criação e aplicação de novas associações e métodos de atividades para as *razões trigonométricas no triângulo retângulo* (nível disponível).

Considerando-se os níveis de conhecimento definidos por Aline Robert, qual deles pode ser buscado nas atividades da UEPS a fim de oportunizar uma aprendizagem significativa? Acreditamos que em tais atividades não seja possível à observação de um conjunto de conhecimentos que possam ser classificados segundo os Níveis de Conhecimento definidos por Aline Robert, de forma que possamos atestar uma aprendizagem significativa dos conteúdos ensinados nessas atividades. Porém, a classificação desses níveis de conhecimento pode contribuir na construção e escolha de estratégias de ensino que podem permitir o desenvolvimento de um material potencialmente significativo para as atividades.

Entendemos também que estruturar as análises prévia e final e as atividades da UEPS segundo os Níveis de Conhecimento será eficaz na definição do grau de dificuldade de determinada questão e para a análise da evolução conceitual dos alunos participantes da pesquisa, definindo de forma eficaz o grau de dificuldades das atividades, oportunizando a avaliação do material didático anteriormente utilizado.

A classificação dos Níveis de Conhecimento nos auxiliou na escolha das questões necessárias e relevantes que proporcionaram aos alunos a assimilação de um material potencialmente significativo e ferramentas de avaliação da sua evolução conceitual. Para isso, definiu-se inicialmente o nível de conhecimento a ser alcançado a partir da solução da atividade e a finalidade a qual ela se posiciona referente aos princípios da Teoria da Aprendizagem Significativa.

CAPÍTULO 4 – METODOLOGIA

Neste capítulo apresentamos a metodologia utilizada na pesquisa. Inicialmente realizamos uma discussão sobre os aspectos teóricos relacionados à metodologia investigativa utilizada no percurso da pesquisa, dando ênfase à abordagem qualitativa, a alguns elementos de *Design Experiment* utilizados em seu desenvolvimento e aos aspectos que norteiam a figura do investigador no trabalho em sala de aula.

A seguir descrevemos como foi a construção das UEPS, a construção das análises dos conhecimentos prévios dos alunos sobre o tema e como ocorreu a evolução conceitual após a nossa intervenção utilizando a UEPS, fundamentadas no referencial teórico dos capítulos anteriores. E, por último, expomos os procedimentos e técnicas para a coleta e análise dos dados da pesquisa.

4.1 - Metodologia de investigação

Tendo por base que esta pesquisa tem por objetivo investigar os conhecimentos prévios e a evolução conceitual dos alunos sobre o conteúdo *razões trigonométricas no triângulo retângulo* utilizando os princípios das Unidades de Ensino Potencialmente Significativas (UEPS) em situações aplicadas à Física, procuramos também analisar as estratégias e procedimentos de ensino que norteiam uma aprendizagem significativa ao se utilizar as UEPS na sala de aula.

A partir dos objetivos expostos, e tomando as UEPS como uma ação educativa que não pode ser um sinônimo de transferência do conhecimento e sim uma ação ativa e permanente no desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem, esta pesquisa se enquadra numa abordagem do tipo qualitativa, que utiliza elementos do *Design Experiment*.

Adotamos essa metodologia na investigação por nos fornecer uma relação direta entre a teoria e a prática educacional, de forma integrada com a realidade da sala de aula, nos fornecendo a oportunidade de observar como os acontecimentos são influenciados por variantes como os próprios alunos, as suas culturas, suas interações com outros alunos, com o professor e o material educativo.

Acreditamos que a abordagem qualitativa conseguiu responder as questões particulares, criando um espaço mais efetivo das relações, dos processos e dos fenômenos que não podem ser reduzidos à operacionalização de variáveis, geralmente utilizadas em pesquisas quantitativas. Segundo Minayo, “a abordagem qualitativa aprofunda-se no mundo dos significados das ações e relações humanas, um lado não perceptível e não captável em equações, médias e estatísticas” (MINAYO, apud Araújo, 2004, p. 112). Respondendo, assim, a questões que não podem necessariamente ser quantificadas e sim discutidas de forma interpretativa e argumentativa. Ainda para Minayo:

> a pesquisa qualitativa trabalha com o universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes, o que corresponde a um espaço mais profundo das relações, dos processos e dos fenômenos que não podem ser reduzidos à operacionalização de variáveis. Aplicada inicialmente em estudos de Antropologia e Sociologia, como contraponto à pesquisa quantitativa dominante, tem alargado seu campo de atuação a áreas como a Psicologia e a Educação. (MINAYO, 2001, p. 14).

Segundo essa abordagem, o pesquisador é o principal instrumento de investigação, sendo, inclusive, uma das principais características, pois é por meio da interação com o sujeito, de suas leituras e reflexões que são realizadas a coleta e a significação dos dados.

Essa pesquisa também é uma experiência de *Design Experiment* por se tratar de um contexto educacional que pode ser discutido e modificado ativamente pelos seus personagens. Isto porque, a UEPS foi construída a partir de situações que estavam relacionadas com os conhecimentos prévios dos alunos sobre o tema e com sucessivas interações e alterações a partir da vivência em sala de aula, o que possibilitou adequar o *design* das UEPS para a promoção da aprendizagem significativa dos alunos.

Para Cobb,

> *Design Experiment* resulta idealmente em uma maior compreensão de uma ecologia da aprendizagem — um complexo, sistema de interação, envolvendo vários elementos de diferentes tipos e níveis — através da concepção de seus elementos e por antecipar como estes elementos funcionam juntos para apoiar a aprendizagem. (COBB *et al.*, 2003, p.9).

Acreditamos que elementos do *Design Experiment*, uma metodologia da Educação Matemática, que tem por finalidade a análise de situações didáticas, favorece o estudo por estar fundamentada na sala de aula, uma vez que:

> O *Design Experiment* enfatiza a criação e o desenvolvimento de teorias de aprendizagem como seu objetivo preliminar, com a melhoria do processo de aprendizagem em uma sala de aula, vista como o objetivo principal (COBB *et al*., 2003, p. 10).

Para Molina *et al*. (2007), a pesquisa em *Design Experiment* pode ser definida como um conjunto de abordagens metodológicas no qual o *design* instrucional e a pesquisa são interdependentes. Isto significa que as situações de aprendizagem da UEPS serviram como contexto para a própria investigação. Considerando que a característica do *Design Experiment* que nos garante uma melhor organização dos procedimentos metodológicos é o seu caráter intervencionista e inovador, partindo de uma investigação prévia e buscando resultados que tenham como fim o aprimoramento educacional (COBB *et al*., 2003).

Com o *Design Experiment*, por exemplo, podemos ter vários níveis de análise, uma vez que a UEPS foi avaliada durante a sua execução em situações de ensino em sala de aula para experimentarmos todo o potencial e as características das tarefas que foram realizadas, como a análise das respostas dos alunos geradas e testadas, ocasionando uma investigação sobre o registro das análises.

Assim, a sala de aula tornou-se um ambiente de pesquisa, no qual tanto o pesquisador como os alunos puderam gerar situações de análise e avaliação da UEPS. No *Design Experiment* o professor torna-se o pesquisador da sua própria prática pedagógica, para isto, segundo Coob *et al*. (2003), ele deve estar apto a criar o contexto inicial das atividades a serem desenvolvidas, conduzi-las adequadamente e ter a neutralidade suficiente para realizar uma análise sistemática de toda a situação.

Estes princípios nos fizeram organizar melhor os procedimentos metodológicos, tanto na dimensão teórica como também na experimental, aliando o plano teórico desenvolvido a partir da aprendizagem significativa até toda a experimentação das UEPS na prática educativa.

Como salienta Coob *et al.* (2003), a questão crucial a ser abordada quando se realiza o estudo do design é o de esclarecer uma intenção teórica sobre o plano de estudo. Em nossa pesquisa, a tal intenção foi o que torna uma unidade de ensino potencialmente significativa. Para isso, foi necessária uma metodologia que possibilitasse vislumbrar o comportamento das UEPS em situações típicas de sala de aula, ou seja, uma investigação que buscasse analisar elementos em sala de aula que afetem ou melhorem a aprendizagem dos alunos, por possibilitar uma transformação científica nas práticas de ensino dos professores. Para isso, Drisostes (2005, p. 39) relacionou uma série de características apontadas por vários autores (HAREL, 1991; KAFAI, 1996; RESNICK, 1996) que podem tornar a atividade de design interessante para educação, e são elas:

> ✓ O aprendiz torna-se um praticante ativo no processo de aprendizagem, tendo controle e responsabilidade sobre o mesmo;
> ✓ A reflexão e discussão são estimuladas pela presença do artefato que está sendo desenvolvido;
> ✓ A tarefa de design pode ser abordada de diferentes formas, satisfazendo estilo e preferências do aprendiz. Uma vez que a dicotomia certo/errado é evitada, múltiplas estratégias e soluções são possíveis;
> ✓ As atividades de design geralmente são interdisciplinares;
> ✓ A relação aprendiz-artefato é facilitada e fortalecida pelo fato do aprendiz ser o agente criador do artefato;
> ✓ O aprendiz é estimulado a considerar a reação de outras pessoas perante o artefato que criou. (DRISOSTES, 2005, p. 39).

Nesta pesquisa procuramos organizar um conjunto de conhecimentos de forma que venham a facilitar a aprendizagem durante uma experiência de ensino em sala de aula, com base no que está estabelecido na literatura e com os sujeitos da pesquisa em relação ao conhecimento prévio, elaboração de mapas conceituais e demais atividades desenvolvidas na UEPS.

Na fase de experimentação propriamente dita, foram aplicadas as atividades da UEPS, durante quatro encontros presenciais, totalizando 8 horas-aula, nas quais, professor/pesquisador e alunos desenvolveram as sequências de atividades propostas visando a identificar a potencialidade da UEPS.

Após a aplicação das sequências de atividades propostas e das adequações realizadas, aplicamos um novo teste e construímos um mapa conceitual visando verificar a validade da potencialidade das UEPS no aprimoramento do conhecimento.

A partir dos dados e os registros dos discursos dos alunos, discutiu-se a teoria que fundamenta a experiência de ensino, os objetivos do estudo e responderam-se as questões da pesquisa.

Com essa metodologia conseguiu-se identificar e compreender as experiências significativas, as dificuldades que podem ser enfrentadas pelos professores, as limitações que o processo de ensino apresenta, as concepções e práticas das sequências didáticas quando da inserção das UEPS e o entendimento sobre fenômenos físicos no aprendizado de *razões trigonométricas no triângulo retângulo*.

4.2 - Procedimentos e técnicas para coleta de dados

Como objetivo dessa pesquisa foi investigar o desenvolvimento da aprendizagem de alunos sobre *razões trigonométricas no triângulo retângulo* em situações aplicadas à Física, segundo os princípios das Unidades de Ensino Potencialmente Significativas, foi utilizada uma pluralidade de procedimentos e técnicas para coletar os dados tendo como meta proporcionar os meios necessários para responder com eficiência às questões da pesquisa.

Para investigar o desenvolvimento da aprendizagem dos alunos utilizando a UEPS foi necessário observar parâmetros importantes visando à identificação da evolução cognitiva dos alunos. Para isso, utilizamos para a coleta dos dados numa abordagem qualitativa os seguintes métodos: análise prévia, atividades na UEPS e análise final. No quadro 01 expomos de maneira sucinta o método de coleta dos dados e como foram registrados.

QUADRO 01 – MÉTODO E FORMA DE COLETA DOS DADOS

Método de coleta dos dados	Forma de registro dos dados
Análise prévia	- Teste inicial para análise do conhecimento prévio dos alunos; - Mapa conceitual para análise dos conhecimentos prévios dos alunos.
Atividades na UEPS	- Registro das respostas dos alunos às atividades contidas na UEPS.
Análise final	- Mapa conceitual para análise da evolução conceitual; - Teste final e mapa conceitual fechado para análise da evolução conceitual;

FONTE: O Autor (2015)

O teste inicial, primeira fase do nosso estudo, teve como objetivo identificar conhecimentos prévios dos alunos e os conteúdos de Física que poderiam gerar um conjunto de situações que servissem de aporte para o desenvolvimento de uma UEPS para o tema *razões trigonométricas no triângulo retângulo*. Essa análise fez-se necessária, pois a partir dela podemos identificar os *subsunçores* necessários para a aprendizagem significativa. Segundo Moreira,

> a clareza, a estabilidade e a organização do conhecimento prévio em um dado corpo de conhecimentos, em um certo momento, é o que mais influencia a aquisição significativa de novos conhecimentos nessa área, em um processo interativo no qual o novo ganha significados, se integra e se diferencia em relação ao já existente que, por sua vez, adquire novos significados fica mais estável, mais diferenciado, mais rico, mais capaz de ancorar novos conhecimentos. (MOREIRA, 2011(a), p. 26).

Utilizamos o mapa conceitual para identificar conceitos prévios relevantes que os alunos possuíam, mas que não conseguiram externar nas questões do teste inicial de análise prévia. Para Moreira e Buchweitz,

> o mapeamento conceitual é uma técnica muito flexível e em razão disso pode ser usado em diversas situações, para diferentes finalidades: instrumento de análise do currículo, técnica didática, recursos de aprendizagem, meio de avaliação (MOREIRA E BUCHWEITZ, 1993, apud MOREIRA, 2011(a), p. 127).

Partindo das concepções identificadas nas análises prévias elaboramos as UEPS, a resolução, pelos alunos, das atividades contidas nas UEPS nos possibilitou avaliar sobre evidências de aprendizagem significativa.

E por fim, com o objetivo de identificar a evolução conceitual dos alunos após aplicação da UEPS, foi realizada uma análise final a partir de um segundo mapa conceitual e de um teste final.

4.3. Procedimentos e técnicas para análise dos dados

4.3.1. - Da análise prévia

A análise prévia da pesquisa teve como objetivo a investigação de conhecimentos prévios dos alunos referentes ao tema *razões trigonométricas no triangulo retângulo,* de forma que identificassem e incorporassem as relações entre os conhecimentos prévios e a construção da UEPS.

Elaboramos um teste inicial a partir dos trabalhos pesquisados na literatura. Os alunos participantes da pesquisa já concluíram o ensino fundamental e, portanto, poderiam ter algum conhecimento sobre o tema abordado na UEPS, por isso resolvemos utilizar questões a partir dos níveis de conhecimento mobilizável e disponível.

A partir de análise de literatura, foram selecionados os seguintes temas para confecção das questões da análise prévia: conceituação e caracterização do triângulo retângulo, semelhança entre triângulos retângulos, Teorema de Pitágoras e relações trigonométricas no triângulo retângulo.

Também utilizamos o mapa conceitual para investigarmos se, a partir do conhecimento prévio, os alunos conseguiam identificar conceitos e relações hierárquicas entre esses temas.

Segundo Novak e Gowin (1984, p. 57), o mapa conceitual utilizado como um instrumento prévio à instrução implica em: buscar conceitos relevantes na estrutura cognitiva; eleger de forma cuidadosa os conceitos chave; construir proposições a partir dos conceitos; escolher palavras adequadas para ligação dos conceitos; reconhecer conceitos mais gerais e mais específicos que se enquadrem na organização hierárquica do mapa. Ainda para esses autores,

> (...) o produto final desta atividade de elaboração de mapas antes da instrução é um bom ponto de referência conceitual a partir do qual os estudantes podem construir significados mais ricos. Tal elaboração tem também a função de ilustrar o desenvolvimento conceitual. (NOVAK e GOWIN, 1984. p. 57-58).

Portanto, acreditamos que a análise prévia, utilizando-se a elaboração dos mapas conceituais, assim como os testes iniciais, se caracteriza como ferramenta eficaz para construção e análise do conhecimento prévio dos alunos.

4.3.2 - Da análise dos questionários na UEPS.

Em relação às atividades e às situações-problema respondidas pelos alunos na UEPS, essas se tornaram um documento importante para análise do material. Para Varlotta (2002), esse material pelo qual o sujeito se inscreve no texto corresponde as diferentes representações que tem de si mesmo como sujeito e do controle que tem dos processos discursivos textuais com que está lidando quando fala ou escreve (VARLOTTA, 2002, apud FRANCO, 2008 p. 19).

Para discutirmos a evolução do tema a partir das respostas dos alunos, buscando identificar vestígios de uma aprendizagem potencialmente significativa na UEPS, se fez necessário um procedimento de pesquisa que se situasse na teoria da comunicação. Utilizamos para investigação dos dados a Análise Textual Discursiva de Moraes e Galiazzi (2013), na qual tivemos por objetivo identificar, a partir dos textos dos alunos, informações que oportunizasse a compreensão do seu discurso.

Para Moraes e Galiazzi (2013), a análise textual discursiva é uma metodologia que se insere entre os extremos da análise de conteúdo tradicional e a análise de discurso que representa um movimento interpretativo de caráter hermenêutico. Ela também nos possibilita deduzir sobre qualquer uma das concepções conceituais que o aluno escreveu, uma vez que toda mensagem escrita está repleta de informações sobre a evolução conceitual do tema e as concepções do aluno.

Segundo Moraes e Galiazzi,

> a análise textual discursiva parte de um conjunto de pressupostos em relação à leitura dos textos que examinamos. Os materiais analisados constituem um conjunto de significantes. O pesquisador atribui a eles significados a partir de seus conhecimentos, intenções e teorias. A emergência e comunicação desses novos sentidos e significados são os objetos da análise. (MORAES e GALIAZZI, 2013, p. 16).

Neste trabalho, a análise do discurso dos alunos na aplicação da UEPS buscou identificar e interpretar aquilo que o texto pode suscitar com o referencial teórico inserido em sua construção. Com base em Moraes e Galiazzi (2013, p. 14), partiu-se do pressuposto que toda a leitura já é uma interpretação e que não existe uma leitura única e objetiva, construindo, assim, múltiplos significados.

Para isso, analisamos os dados obtidos a partir de alguns sentidos e significados que nos possibilitaram observar na UEPS o olhar do autor dos textos e do pesquisador, de forma a encaminhar descrições e interpretações capazes de apresentarem novos modos de compreender os fenômenos investigados (MORAES e GALIAZZI, 2013, p. 89).

A análise dos dados coletados a partir da aplicação da UEPS em sala de aula se deu a partir dos documentos textuais construídos pelos alunos, especialmente para essa pesquisa, através das respostas às atividades e exercícios problemas, depoimentos produzidos e da construção de mapas conceituais. Corroborando com Moraes e Galiazzi (2013), a análise foi realizada da seguinte forma:

(1) Desmontagem dos textos: os textos foram fragmentados individualmente realizando-se um processo denominado de desconstrução e unitarização dos mesmos, de modo a buscarmos um melhor foco sobre as questões mais individuais da UEPS. A desmontagem do texto foi realizada da seguinte forma:

(a) fragmentação do texto por encontro presencial de aplicação da UEPS em sala de aula:

- ✓ Primeiro encontro: conceituação e caracterização de um triângulo retângulo;
- ✓ Segundo encontro: o Teorema de Pitágoras;
- ✓ Terceiro encontro: razões Trigonométricas no Triângulo Retângulo;
- ✓ Quarto encontro: aplicações sobre Razões Trigonométricas no Triângulo Retângulo;

(b) reescrevemos cada unidade do encontro de modo que a análise dos dados tornasse os fenômenos investigados os mais significativos e fiéis ao que os alunos discutiram, facilitando a própria categorização.

(2) Estabelecimento de relações: processo de categorização na qual buscou-se reunir elementos próximos a teoria para a compreensão dos fenômenos investigados, um processo de auto-organização e reunião daquilo que é semelhante.

Para Moraes e Galiazzi,

> A categorização é o momento de síntese e organização de um conjunto de informações relativas aos fenômenos investigados. Essas sínteses são as teorizações do pesquisador, produzidas a partir de perspectivas teóricas implícitas dos sujeitos da pesquisa e do próprio pesquisador, sempre em interlocução com outros teóricos. Requerem contínuo aperfeiçoamento, adequação e refinamento no decorrer do processo de análise e produção escrita. O processo da categorização constitui estratégia de movimento da pesquisa que vai do empírico ao abstrato, dos dados

> coletados para as teorias construídas ou reconstruídas pelo pesquisador. (MORAES e GALIAZZI, 2013, p. 88).

As categorias não foram definidas a priori, foram escolhidas a partir da análise dos dados coletados, de forma que foi se classificando aquilo que foi investigado, escolhendo as categorias pertinentes com os objetivos e o referencial teórico do trabalho. Para Franco (2008, p.62), o conteúdo que emerge do discurso, é comparado com algum tipo de teoria. Infere-se, pois, das diferentes "falas", diferentes concepções de mundo, de sociedade, de escola e do indivíduo. Para Moraes e Galiazzi,

> As categorias emergentes não são previstas de antemão, mas construídas a partir dos dados e informações obtidos das pesquisas. O processo de construção desse tipo de categoria implica a organização de estruturas de vários níveis, indo o movimento das categorias mais específicas e de menor amplitude para as mais gerais e amplas. (MORAES e GALIAZZI, 2013, p. 88).

Adotar a categoria emergente, também chamada de modo aberto ou metodologia aberta, se deu pelo favorecimento na emergência das categorias em todo o processo de análise do texto discursivo, impedindo que dados significativos fossem esquecidos durante o tratamento dos dados e obrigando a sua retomada constante para a sua qualificação, clareza e validade.

(3) Captando o novo emergente: investigação acerca daquilo que foi construído nos eventos anteriores buscando uma compreensão em relação aos objetivos da pesquisa, a sua crítica e validação. É a produção de um texto argumentativo, no qual comunicamos e fundamentamos a interpretação da análise realizada a partir dos dados coletados, também é um momento de aprendizagem acerca dos fenômenos investigados.

(4) Um processo auto organizado: um esforço para que os resultados do novo emergente possam ser concretizados.

Assim, ao escolher a Análise Textual Discursiva estamos utilizando uma metodologia que foi importante na compreensão dos múltiplos fenômenos em sala de aula, tendo como ponto de partida o discurso dos alunos participantes da pesquisa. Para isso, como cita Moraes e Galiazzi (2013), comparamos com a formação de uma tempestade, uma vez que, o nosso trabalho como pesquisador foi gerar, pela unitarização, as condições necessárias para a formação da tempestade, e pela categorização, usufruir dos resultados alcançados.

Por isso, acreditamos que a Análise Textual Discursiva foi adequada à investigação dos resultados dessa pesquisa, por ser dinâmica e fornecer a liberdade esperada para o pesquisador criar e se expressar acerca dos dados coletados.

4.3.3 – Dos Mapas Conceituais

O objetivo da pesquisa com a construção dos mapas conceituais pelos alunos participantes foi identificar conhecimentos prévios relevantes na estrutura cognitiva e a evolução na utilização dos conceitos do tema *razões trigonométricas no triângulo retângulo*, bem como a relação estabelecida entre esses conceitos, o grau de ramificação dos mapas e a sua hierarquia.

Destacamos que o mapa conceitual foi um mecanismo de investigação da evolução conceitual do tema a partir da utilização da UEPS e analisar as suas características significou ter uma forma mais objetiva e confiável de medir o avanço do conhecimento adquirido, que permitiu uma reflexão acerca daquilo que foi aprendido.

Para utilizarmos a estratégia do Mapa Conceitual nas análises prévia e final da UEPS, os alunos foram instruídos sobre a construção do mapa através de questões referentes à ideia de conceitos, à identificação e relação entre conceitos, palavras de ligação, estrutura hierárquica do mapa, como sugerido por Novak e Gowin (1984). Foram expostos, para os alunos, alguns mapas que mostrassem a evolução de um mapa "simples", com poucos conceitos e palavras de ligação para mapas mais "complexos".

A estrutura do mapa depende do contexto ao qual foi concebido. Assim, a construção dele auxilia ao aluno na busca pelos conceitos envolvidos no tema e por uma relação significativa entre o contexto matemático e a estrutura hierárquica do mapa. Para Novak e Canãs (2010):

> Um bom modo de definir o contexto para um mapa conceitual é instituir uma questão focal, ou seja, uma pergunta que especifica claramente o problema ou questão que o mapa conceitual deve ajudar a resolver. Todo mapa conceitual responde a uma questão focal, e uma boa questão focal pode conduzir a um mapa conceitual muito mais rico. Ao aprenderem a elaborar mapas conceituais, os alunos tendem a se desviar da questão focal e elaborar um mapa que pode estar relacionado ao contexto, mas que não responde à questão. Como se costuma dizer, o primeiro passo para aprender a respeito de algo é fazer questões corretas. (NOVAK e CANÃS, 2010, p. 16).

Para apreciação qualitativa dos mapas conceituais dos alunos utilizamos os esquemas de pontuação de Novak e Gowin (1984, p. 123), que consiste nomeadamente, conforme a teoria cognitiva da aprendizagem de Ausubel, em três das suas ideias que são: organização hierárquica, diferenciação progressiva e reconciliação integrativa.

4.3.4 – Da análise final

O teste de análise final foi aplicado com a finalidade de identificarmos a evolução conceitual dos alunos e perceber se a UEPS proposta foi potencialmente significativa, além de destacar os pontos positivos e negativos da utilização da mesma.

O questionário foi composto por questões de nível de conhecimento mobilizável e disponível, tratando dos mesmos temas presentes no teste para análise prévia, porém com situações mais complexas, visando investigar a eficiência da UEPS no processo de ensino e aprendizagem. Também utilizamos o mapa conceitual para identificar os conceitos e relações hierárquicas desenvolvidas nas estruturas cognitivas dos alunos após a aplicação da UEPS.

4.4. Planejamento da UEPS

Segundo Moreira (2011(b), p. 43), Unidades de Ensino Potencialmente Significativas são sequências de ensino fundamentadas na Teoria da Aprendizagem Significativa, portanto não mecânica, que tem como objetivo desenvolver unidades de ensino na busca de aprendizagem significativa.

Na elaboração da UEPS adaptamos os aspectos sequenciais estabelecidos por Moreira (2011, p. 45 e 46), da seguinte maneira:

(1) Definimos o tema *razões trigonométricas no triângulo retângulo*;

(2) Utilizamos situações que oportunizassem identificar os conhecimentos prévios já existentes na estrutura cognitiva do aluno e supostamente relevantes para a aprendizagem significativa do tema, partindo de discussões, questionários e situações-problema. A cada encontro em sala de aula utilizamos situações diferentes, como: no primeiro encontro utilizamos o *software GeoGebra* para conceituar e caracterizar o triângulo retângulo; no segundo encontro utilizamos a música “Uma Arlinda Mulher”, o poema matemático “O quociente e a incógnita” e o documentário “O legado de Pitágoras: Pitágoras e outros” para discutirmos sobre o Teorema de Pitágoras; no terceiro encontro utilizamos situações-problema e experimento simples referente a planos inclinados para as razões trigonométricas no triângulo retângulo; e no quarto encontro utilizamos tirinhas em quadrinhos, *softwares* de

animação e situações-problema para aprofundarmos na discussão sobre as razões trigonométricas.

(3) Inicialmente, foram aplicadas situações-problema relacionadas aos conhecimentos prévios dos alunos, de forma a prepará-los para a introdução do conhecimento sobre o tema. Nas situações-problema utilizou-se, por exemplo, a simulação computacional, com o *software GeoGebra*, de forma acessível e problemática para os alunos, procurando não ser uma atividade rotineira, e situações com questões relacionadas ao cotidiano dos mesmos.

(4) Após a situação inicial, apresentamos o conhecimento a ser ensinado/aprendido sobre o tema, levando em consideração a diferenciação progressiva, isto é, começando com aspectos mais gerais e inclusivos sobre o tema. O tema foi exposto oralmente, seguido de uma atividade em vídeo, para instigar os alunos a uma discussão sobre a evolução histórica dele;

(5) Em seguida, o tema *razões trigonométricas no triângulo retângulo* foi abordado em aspectos mais gerais e com maior complexidade em relação às situações iniciais. Assim, foram relacionados objetos, elementos e situações das razões trigonométricas com questões da Física com a finalidade de despertar a curiosidade do aluno, buscando uma interação das concepções prévias com o tema. Tais questões foram propostas para possibilitar a reconciliação integradora através de estratégias colaborativas que levassem o aluno a interagir, negociando significados, tendo o professor como mediador. As estratégias utilizadas para isso foram vídeo, demonstrações, situações do cotidiano, situações matemáticas sobre o tema, música e poema, conforme descrito no quadro 2.

QUADRO 2: SITUAÇÃO, FENÔMENO FÍSICO, E CONCEITO FÍSICO ENVOLVIDO E A ESTRATÉGIA UTILIZADA ENVOLVIDOS NA SITUAÇÃO-PROBLEMA.

Situação	Fenômeno físico	Conceito envolvido	Estratégia utilizada
Para determinar a altura de um edifício, um homem de 1,80 m de altura mediu o comprimento da sombra da torre e encontrou 40 m, e com o auxílio de um amigo mediu o comprimento de sua sombra e encontrou 1,0 m. De posse desses dados, determine a altura do edifício.	Princípio de propagação retilínea da luz.	Conceitualização e caracterização do triângulo retângulo. Congruência entre triângulos retângulos.	*Software GeoGebra.*
Qualquer subida pode ter sua trajetória representada por um triângulo retângulo de inclinação. Como identificar quem são os catetos e a hipotenusa? Conhecendo os lados, enuncie o teorema de Pitágoras.	Plano Inclinado	Teorema de Pitágoras	Música, poema, vídeo documentário, situações-problema.
No documentário "O legado de Pitágoras: Pitágoras e outros", ao realizar medições com raios quilométricos através de GPS e satélites em solo europeu os pesquisadores encontraram que a soma dos quadrados dos catetos não era igual ao quadrado da hipotenusa. Indique uma hipótese para o fato dissertado no vídeo sobre a incoerência dos resultados para a experiência com o Teorema de Pitágoras.	A forma do planeta Terra.	Teorema de Pitágoras	Vídeo documentário.
Ao atravessar o rio com correnteza, consigo chegar ao outro lado da margem? E o ponto da margem que chego é o mesmo que chegaria caso não existisse correnteza?	Deslocamento Vetorial	Teorema de Pitágoras	Situações-problema.
1. Ao subir uma ladeira a pé, você fica mais cansado do que andando numa superfície plana. Por que isso acontece? 2. Em rampas para cadeirantes, para facilitar o deslocamento da pessoa na subida ou na descida, o aclive da mesma deve ser maior ou menor? Justifique a sua resposta. 3. Ao observarmos uma pessoa subindo uma rampa e considerando o ângulo de aclive, qual a situação em que a pessoa teria menos dificuldades para subir? Justifique sua resposta. 4. Em pistas de esqui o esquiador acelera na descida. Para que a força resultante que atua no sentido do movimento seja cada vez maior, é necessário aumentar ou diminuir o aclive da rampa?	Plano inclinado, Força Peso, Força Normal, Força de atrito.	Razões trigonométricas no triângulo retângulo.	*Software GeoGebra*, experimentação, *software* de animação e situações-problema.

FONTE: O Autor (2015)

(6) Ao término de cada atividade da UEPS foi realizada uma nova apresentação dos significados do tema e em seguida novas questões foram desenvolvidas individualmente, através de situações-problema sobre o tema. Essas apresentações foram seguidas de discussões colaborativas entre os alunos e o professor, com posterior apresentação e discussão em grupo maior, mediado pelo professor/investigador;

(7) A avaliação da aprendizagem foi contínua, através das atividades propostas na UEPS. As respostas foram registradas para análise com o objetivo de identificar as evidências de aprendizagem significativa do tema trabalhado. As questões das atividades foram obtidas da literatura e foram identificadas de acordo com os Níveis de Conhecimento definidos por Robert (1997).

A UEPS foi aplicada durante quatro encontros presenciais, de 2 horas/aula cada, em três turmas: Grupo 01 - alunos ingressantes dos cursos de Licenciatura em Física, Química e Matemática do Campus Universitário Professor Alberto de Carvalho da Universidade Federal de Sergipe (UFS) localizado à cidade de Itabaiana/SE; Grupo 02 - alunos participantes do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (Pibid) do Departamento de Física do Campus Universitário Professor Alberto carvalho da Universidade Federal de Sergipe; e Grupo 03 - alunos do ensino médio da Educação Básica do Colégio Estadual Atheneu Sergipense, da rede pública do estado de Sergipe.

4.5. Caracterização dos grupos

Esse estudo teve como base a utilização da unidade de ensino que se fundamentava numa perspectiva da Teoria da Aprendizagem Significativa a partir de experiências de ensino realizada em sala de aula. A experiência foi realizada em três grupos de alunos com o objetivo de identificar a evolução conceitual do tema razões trigonométricas no triângulo retângulo em realidades escolares diferentes.

Esse estudo desenvolveu-se inicialmente no grupo 01 e em seguida nos grupos 02 e 03.

4.5.1 – Grupo 01 - Turma do Nivelamento

Os sujeitos da pesquisa ainda não haviam iniciado os estudos das disciplinas de seus cursos de Licenciatura. Na época, participavam de um projeto de extensão do Campus intitulado “Nivelamento”[3] (de Física, Química e Matemática), que tinha por objetivo minimizar as deficiências de aprendizagem nas disciplinas Física, Química e Matemática estudadas na Educação Básica. Tal projeto tinha também a meta de inserir os alunos nas atividades universitárias, porque o início dos cursos de Licenciatura nesse Campus ocorre no segundo semestre letivo.

A nossa experiência como coordenador da área de Física nos levou à escolha pelo critério que esses sujeitos, que são estudantes iniciantes do curso superior, estão motivados a novas situações de aprendizagem.

Esse estudo foi realizado em duas turmas, uma no turno vespertino e a outra no noturno. A participação foi voluntária e apenas utilizamos os dados dos alunos que participaram de todos os encontros realizados para o desenvolvimento das ações desta pesquisa. A amostra foi constituída de 16 alunos que participaram de todas as ações da UEPS.

Foi aplicado um questionário, apresentado no apêndice A, com questões relacionadas ao perfil do sujeito da pesquisa. A análise do questionário caracterizou a clientela como constituída de: 5 alunos do sexo masculino e 11 do sexo feminino, com faixa etária entre 18 e 28 anos; sete alunos são oriundos da cidade de Itabaiana e o restante de cidades circunvizinhas; dois deles são casados ou moram com companheiro e o restante são solteiros e moram com a família; apenas um aluno tem filho; nove exercem uma atividade financeira formal ou não formal; são de famílias com baixa renda, com rendimento mensal igual ou menor que um salário mínimo; oriundos de escola pública estadual; ingressaram a Universidade via processo seletivo vigente; onze alunos optaram por um curso na área de exatas por afinidade ou identificação com o curso, dois alunos por acharem ter facilidade na realização de cálculos e três alunos somente pela possibilidade de entrar na universidade.

O Campus Prof. Alberto Carvalho/UFS está localizado numa região de população com baixo índice de escolaridade. Dos dezesseis participantes nenhum deles tem pais com nível superior. Um tem pais com o ensino médio, três com fundamental completo e doze o ensino fundamental incompleto ou sem escolaridade. Entre as mães, quatro com fundamental completo e doze com fundamental incompleto ou sem escolaridade.

[3] Embora não concordemos com termo “nivelamento”, já que acreditamos que não podemos nivelar conhecimento uma vez que é uma construção humana e individual, o curso acabou ficando assim conhecido pelos estudantes.

4.5.2 – Grupo 02 - Turma do PIBID

A turma constituiu-se de 13 alunos participantes do Programa Institucional de Iniciação à Docência (PIBID) do Departamento de Física do Campus Prof. Alberto Carvalho da Universidade Federal de Sergipe. O PIBID é um programa de iniciação à docência da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES, Ministério da Educação do Brasil, que tem por objetivo incentivar a formação de docentes em nível superior para o ensino na educação, básica buscando a melhoria da qualidade da educação pública brasileira.

O PIBID vem inserindo os docentes em formação no contexto das escolas públicas e promovendo o desenvolvimento de atividades e experiências inovadoras nas práticas docentes, gerando situações que busquem a superação de problemas que vêm se identificando no processo de ensino e aprendizagem. Por isso, devido a essa experiência e a motivação pela docência evidenciada nesses estudantes, uma vez que já estavam atuando na escola, e, portanto, apresentavam certa experiência em relação ao ensino, escolhemos essa turma para nos auxiliar na investigação que se insere a nossa pesquisa.

Com a finalidade de traçar um perfil dos sujeitos do PIBID que participaram dessa pesquisa, aplicamos um questionário, que está transcrito no apêndice B.

Os treze alunos participaram de forma voluntária. Seis desses alunos são oriundos da cidade de Itabaiana e o restante de cidades do chamado agreste sergipano, circunvizinhas ao campus. Seis são do sexo masculino e sete do sexo feminino, com faixa etária entre 19 e 28 anos; dois dos participantes são casados ou moram com o companheiro e o restante são solteiros e moram com a família; apenas dois têm filho; todos responderam que têm a manutenção financeira pessoal através de atividades acadêmicas remuneradas por bolsas; sete são de famílias com rendimento mensal igual ou menor que um salário mínimo, dois entre um e dois salário mínimo e quatro alunos acima de três salários; todos são oriundos de escola pública estadual e ingressaram a Universidade via processo seletivo vigente.

Dez alunos optaram pelo curso de Física por afinidade ou identificação com o curso, dois alunos por conta do turno noturno do curso e um aluno por acreditar que seria uma melhor oportunidade para emprego. Referente à escolaridade dos pais, ver tabela 01.

TABELA 01: ESCOLARIDADE DOS PAIS E MÃES DOS ALUNOS DO GRUPO 02

	Nível de Escolaridade				
	Sem escolaridade	Fundamental incompleto	Fundamental completo	Ensino médio	Ensino Superior
Pai	2	5	4	1	1
Mãe	-	5	5	2	1

FONTE: O autor (2015)

Um dado importante para a análise dos dados coletados da turma foi a definição do período real que os alunos estavam cursando, uma vez que esse dado nos informa sobre quão perto os participantes da pesquisa estão para adentrar o mercado de trabalho como professores de Física. Para esse quesito do questionário tivemos oito alunos entre o segundo e o quarto período e cinco alunos entre o quinto e oitavo período, esse dado evidencia, ao observarmos a matriz curricular do curso de Física do Campus Prof. Alberto Carvalho, que todos os alunos já haviam cursado as disciplinas Introdução à Física e Física A, que contêm os temas de Física discutidos nas atividades da UEPS.

4.5.3 – Grupo 03 - Turma do ensino médio

Participou da pesquisa uma turma de quatorze alunos do Ensino Médio do Colégio Estadual Atheneu Sergipense, da rede pública estadual de Sergipe. Essa escola está localizada na cidade de Aracaju, ofertando ensino em período integral e é reconhecida no estado pelo bom rendimento dos seus alunos nas avaliações de desempenho e em vestibulares. Esses alunos também participaram de forma voluntária. Dois deles estavam cursando a segunda série e doze a terceira série do ensino médio.

Com a finalidade de traçar um perfil dos alunos dessa turma, aplicamos um questionário, apresentado no apêndice C. A análise do questionário caracterizou a clientela como constituída de: 4 alunos do sexo masculino e 14 do sexo feminino, com faixa etária entre 15 e 18 anos; 11 alunos são oriundos da cidade de Aracaju e o restante de cidades circunvizinhas; nenhum aluno é casado ou tem filhos; todos vivem com os pais ou familiares, pelos quais são mantidos financeiramente. A renda familiar é heterogênea, sendo 3 alunos com renda até um salário mínimo, 5 alunos de um a dois salários mínimos e 6 alunos acima de três salários mínimos. Quanto ao Ensino Fundamental, 9 alunos cursaram em escolas públicas e 5 em escolas particulares. A tabela 02 apresenta a escolaridade dos pais desses alunos.

TABELA 02: ESCOLARIDADE DOS PAIS E MÃES DOS ALUNOS DO GRUPO 03

	Nível de Escolaridade					
	Sem escolaridade	Fundamental incompleto	Fundamental completo	Ensino médio	Ensino Superior Incompleto	Ensino Superior Completo
Pai	-	2	2	3	2	5
Mãe	-	1	2	6	-	5

FONTE: O autor (2015)

Vale salientar aqui uma diferença importante no rendimento salarial mensal e na escolaridade dos pais nos questionários do perfil do sujeito da pesquisa da turma do Colégio Estadual Atheneu Sergipense em relação as turmas anteriores.

CAPÍTULO 5 – A EXPERIÊNCIA DE ENSINO

Neste capítulo descrevemos a experiência de ensino em sala de aula utilizando uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS). Para respondermos as questões da pesquisa e obter conclusões norteadas pela aplicação da UEPS, analisamos os conhecimentos prévios dos alunos, as situações de ensino utilizando a UEPS, as respostas das atividades sobre o tema e realizamos uma análise final identificando a evolução conceitual dos alunos.

5.1 – Análise do conhecimento prévio

5.1.1 – Do teste inicial

O teste inicial (apêndice D) foi aplicado aos três grupos de alunos participantes da pesquisa com intuito de identificar conhecimentos prévios relevantes na estrutura cognitiva dos alunos sobre o tema *razões trigonométricas no triângulo retângulo* para a subsequente construção da UEPS seguindo princípios da TAS.

A primeira questão teve como objetivo verificar os conhecimentos prévios dos alunos sobre índice de subida, conforme Quadro 03.

QUADRO 03: QUESTÃO 01 DO TESTE INICIAL.

01 – Ao observarmos uma pessoa subindo uma rampa, qual seria a situação pela qual a pessoa teria menos dificuldades para subir, levando-se em conta o ângulo de aclive.
(   ) menor ângulo. Justifique sua resposta:
(   ) maior ângulo. Justifique sua resposta:

FONTE: O autor (2015)

Nas tabelas a seguir, apresentamos os dados quantitativos relacionados às respostas dos 43 alunos às questões do teste inicial. O grupo 01 foi composto por 16 alunos, o grupo 2 por 13 alunos e o Grupo 3 por 14 alunos. A quarta coluna destas tabelas, denominada de Total de Alunos, apresenta a soma das respostas de cada categoria.

Na tabela 03 estão apresentadas as respostas dos alunos de cada turma referentes à questão 01 do teste de análise prévia.

TABELA 03: CATEGORIAS DAS RESPOSTAS DOS ALUNOS À QUESTÃO 01 DO TESTE INICIAL

Categorias	Grupo 01	Grupo 02	Grupo 03	Total de Alunos
Menor aclive	5	-	-	5 (11,6%)
Maior aclive	11	13	14	38 (88,4%)

FONTE: O autor (2015)

Na tabela 04 apresentamos as categorias definidas a partir das justificativas dos alunos à questão 01.

TABELA 04 - CATEGORIAS DAS JUSTIFICATIVAS DOS ALUNOS À QUESTÃO 01 DO TESTE INICIAL.

Categorias	Grupo 01	Grupo 02	Grupo 03	Total de Alunos
Com a menor inclinação, menor seria o esforço para subir	7	10	11	28 (65,1%)
Porque é mais fácil subir com um ângulo menor	2	2	1	5 (11,6%)
Com menor inclinação seria necessário menos força para subir	1	1	1	3 (6,9%)
Porque com a menor inclinação o gasto de energia seria menor	1	1	-	2 (4,6%)
Menor inclinação, menor seria o risco de derrapar na rampa	1	-	-	1 (2,4%)
O percurso seria menor	1	-	-	1 (2,4%)
Com o ângulo maior a hipotenusa seria menor	1	-	-	1 (2,4%)
Não justificou	1	-	-	2 (4,6%)

FONTE: O autor (2015)

Notamos na categorização que nenhum dos alunos relacionou o conceito de índice de subida com o ângulo de inclinação da rampa; ou seja, com o tema as *razões trigonométricas no triângulo retângulo*, a maioria deles, de forma correta, relacionou a situação de subir a rampa com menor dificuldade com a inclinação da rampa, predominando uma concepção da Física associada a expressões como: "*devido à inclinação de subida ser menor e não exigir muito esforço", "por apresentar menor inclinação o gasto de energia para subir seria* *menor", "quanto menos inclinada for a rampa menor força será utilizada para subi-la"* e *"por ela está menos inclinada o trabalho realizado seria menor".*

Os que não conseguiram responder corretamente justificaram com associações também à Física, como*: "com o aclive maior o percurso diminuiria."* ou com associações erradas como: "*quanto maior o ângulo, maior é a hipotenusa e, geralmente, a inclinação seria menor".*

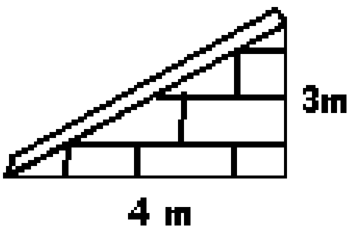
O que demonstra, como previsto por Ausubel (2003, p.10), que os discursos de justificativa dos alunos expressam experiências de aprendizagem passadas que influenciam, de maneira positiva ou negativa, a nova aprendizagem, acarretando em uma aprendizagem nova que possivelmente pode ser afetada pelos conhecimentos prévios existentes nas estruturas cognitivas dos alunos.

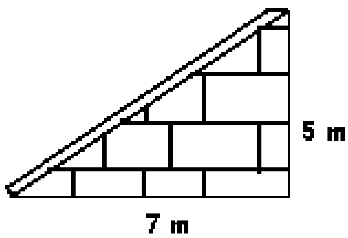
Para a questão 02, apresentada no Quadro 04, temos a mesma situação da questão 01, porém utilizando figuras e valores numéricos para os lados das duas rampas.

QUADRO 04: QUESTÃO 02 DO TESTE INICIAL.

02 – Sem conhecer ângulos de subida, qual das duas rampas é a mais íngreme ou qual tem aclive maior? Justifique a sua resposta.

(1) (2)





FONTE: O autor (2015)

A seguir, apresentamos, na tabela 05, as respostas dos alunos de cada turma referente a questão 2 do teste inicial.

TABELA 05: CATEGORIAS DAS RESPOSTAS DOS ALUNOS À QUESTÃO 02 DO TESTE INICIAL

Categorias	Grupo 01	Grupo 02	Grupo 03	Total de Alunos
Resposta Correta	8	2	2	12 (27,9%)
Resposta Incorreta	8	11	11	30 (69,8%)
Não respondeu	-	-	1	1 (2,3%)

FONTE: O autor (2015)

Na tabela 06 apresentamos as categorias definidas a partir das justificativas dos alunos para a questão 02.

TABELA 06: CATEGORIAS DAS JUSTIFICATIVAS DOS ALUNOS À QUESTÃO 02 DO TESTE INICIAL

Categorias	Grupo 01	Grupo 02	Grupo 03	Total de Alunos
O aclive maior é aquele de rampa com a altura maior.	-	5	7	12 (27,9%)
Calculando o valor da hipotenusa, a maior será a rampa com maior aclive.	2	2	3	7 (16,3%)
A rampa 2 aparenta ser mais acentuada, por isso será mais difícil de subir.	4	3	-	7 (16,3%)
Relaciona-se base e altura, a maior razão definirá maior aclive.	3	-	2	5 (11,6%)
Os valores foram encontrados através do cálculo das razões trigonométricas dos ângulos da rampa.	2	2	1	5 (11,6%)
Não justificou	4	1	2	7 (16,3%)

FONTE: O autor (2015)

Nessa atividade, somente cinco alunos justificaram corretamente suas respostas através das razões trigonométricas no triângulo retângulo, informando qual seria o maior ângulo de subida. Como na questão anterior, prevaleceram as concepções relacionadas à Física, conforme evidenciado nas justificativas dos alunos, como, por exemplo: "*a alternativa 2 porque aparenta ser mais difícil de subir", "alternativa 2 porque a altura dela é maior que a da outra figura, precisando de mais energia para subir".*

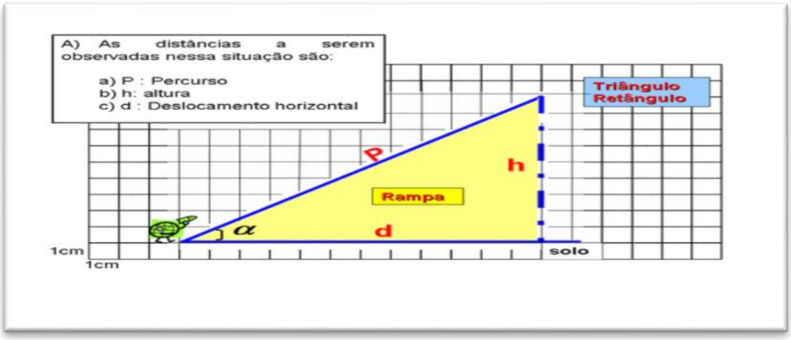
Como discutimos no quesito anterior, os discursos de justificativa dos alunos expressam experiências de aprendizagem passadas que, nesse caso, influenciaram negativamente a aquisição do conhecimento, gerando um conjunto de justificativas equivocadas e sem relação matemática com o tema, o que levou os alunos a demonstrar desconhecimento sobre o mesmo. Vale chamar atenção para alguns discursos dos alunos como: *"A rampa que tem maior inclinação é aquela que tem maior altura"; "$\frac{b \times h}{2}$; logo, o aclive do triângulo 2 é maior do que o do triângulo 1"; "$x^2 = a^2 + b^2$, então, como a hipotenusa do triângulo 2 é maior do que a do triângulo 1, teremos um aclive maior em 2.";*

“O cateto oposto é maior, portanto, terá maior dificuldade para subir”. Ou seja, os alunos demonstraram desconhecimento matemático sobre o tema.

Na questão 03 (quadro 05) o objetivo foi verificar as concepções prévias dos alunos sobre a caracterização do triângulo retângulo, por meio da identificação dos catetos e da hipotenusa na figura da questão.

QUADRO 05: QUESTÃO 03 DO TESTE INICIAL

(MENDES, M. A., 2011) Qualquer subida pode ter sua trajetória representada por um triângulo retângulo. Suponha que uma das rampas do problema seja a representada a seguir.



03 - (MENDES, M. A., 2011) O triângulo retângulo é um triângulo que seus lados possuem nomes diferenciados dos demais triângulos. Os lados perpendiculares, que formam o ângulo reto, são denominados de catetos oposto ou adjacente e o lado oposto ao ângulo reto (o lado de maior medida) é denominado Hipotenusa. Portanto, no triângulo acima, de ângulo α, o lado denominado de P é ______________, o lado denominado de h é _____________ e o lado denominado de d é ________________.

FONTE: MENDES (2011)

Todos os alunos do grupo 01 acertaram a resposta ao identificar o lado denominado por P como a hipotenusa. Em relação aos catetos, 13 alunos acertaram e 3 confundiram o cateto oposto com o cateto adjacente. Nos grupos 02 e 03 todos os alunos acertaram. Esses dados caracterizam um índice de acerto de 81,25% para o grupo 01 e 100% para os grupos 02 e 03, enquanto em pesquisa realizada por Klein et al. (2011), o índice foi de 25%. O bom índice de acerto para essa categoria pode se justificar por se tratar de alunos que já concluíram ou estão próximos de concluir o ensino médio, tendo, assim, algum contato com o tema durante a educação básica.

A questão 04 (quadro 06) teve também como objetivo a identificação dos lados do triângulo retângulo, utilizando medidas da malha quadriculada da figura da questão 03 (quadro 05).

QUADRO 06: QUESTÃO 04 DO TESTE INICIAL

04 - (MENDES, M. A., 2011) Utilizando o valor dado na malha quadriculada na figura da questão 3, meça a altura, o deslocamento horizontal e o percurso total da rampa. d = ____________________________. h = ____________________________. P = ____________________________.

FONTE: MENDES (2011)

Para responder corretamente a esse quesito é necessário que o aluno calcule a quantidade de lados dos quadrados da malha de fundo do desenho, encontrando, assim, valores numéricos de 12 cm para o cateto adjacente (d) e 9 cm para o cateto oposto (h). A partir desses valores, aplica-se o Teorema de Pitágoras para identificar o comprimento da hipotenusa (P) que é igual a 15cm.

As respostas dos alunos podem ser verificadas na tabela 07.

TABELA 07: CATEGORIAS DAS RESPOSTAS DOS ALUNOS À QUESTÃO 04 DO TESTE INICIAL

Grupo	Lados do Triângulo Retângulo					
	Cateto Adjacente (d)		Cateto Oposto (h)		Hipotenusa (P)	
	Resposta Correta	Resposta Incorreta	Resposta Correta	Resposta Incorreta	Resposta Correta	Resposta Incorreta
Grupo 01	13	3	13	3	5	8
Grupo 02	12	1	13	-	9	4
Grupo 03	14	-	14	-	9	5

FONTE: O autor (2015)

Observamos um bom índice de acerto para os lados d e h, porém um acentuado índice de erro em relação ao lado referente à hipotenusa. Nesta análise das respostas dos alunos é bom ter atenção aos seguintes fatos: treze alunos erraram o valor da hipotenusa possivelmente por tentar calcular pelos lados quadriculados; ou seja, não utilizaram o Teorema de Pitágoras; dois alunos utilizaram o Teorema de Pitágoras corretamente, porém erraram no cálculo matemático; e dois alunos utilizaram a seguinte fórmula para calcular P = d x h.

Para a questão 05 (quadro 07) o objetivo foi identificar as concepções prévias dos alunos referentes à aplicação das razões trigonométricas no triângulo retângulo (sen α, cos α e tg α) a partir dos valores encontrados na figura da questão no quadro 05.

QUADRO 07 - QUESTÃO 05 DO TESTE INICIAL

05 – A partir dos valores dos lados encontrados no quesito 4, determine:

(a) sen α = ______________________.

(b) cos α = ______________________.

(c) tg α = ________________________.

FONTE: O autor (2015)

Na tabela 08 apresentamos o resultado da análise das respostas dos alunos para a questão 05.

TABELA 08: CATEGORIAS DAS RESPOSTAS DOS ALUNOS À QUESTÃO 05 DO TESTE INICIAL.

Grupo	Razões Trigonométricas no Triângulo Retângulo						
	$sen\ \alpha$		$\cos\alpha$		$tg\ \alpha$		Não respondeu
	Resposta Correta	Resposta Incorreta	Resposta Correta	Resposta Incorreta	Resposta Correta	Resposta Incorreta	
Grupo 01	2	8	2	8	4	6	6
Grupo 02	5	7	6	6	4	8	1
Grupo 03	9	2	9	2	11	-	3

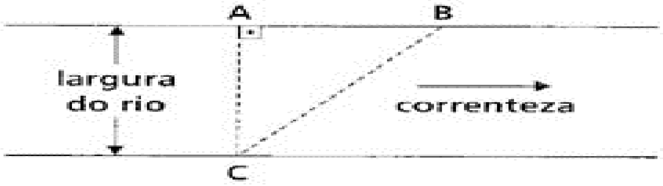
FONTE: O autor (2015)

Quanto a essa questão, previa-se que os alunos não teriam dificuldades em respondê-la, uma vez que na resolução empregariam conceitos vistos no ensino fundamental e no ensino médio, porém tivemos alto índice de erro nos grupos 01 e 02, compostos por alunos que já haviam concluído a educação básica, e um bom índice de acerto no grupo 03, composto por alunos que ainda estão cursando o ensino médio. Ou seja, mesmo os alunos que já haviam cursado a educação básica apresentaram dificuldades para utilizar os conceitos das *razões trigonométricas no triângulo retângulo*. Podemos também nos questionar, mesmo já tendo concluído a educação básica, será que esses alunos estudaram esse conteúdo anteriormente?

A questão 06 (quadro 08) descreve o deslocamento de um barco em um rio com correnteza, com o objetivo de identificar as concepções prévias dos alunos referente a aplicação do teorema de Pitágoras.

QUADRO 08: QUESTÃO 06 DO TESTE INICIAL

06 – Um turista que pretende pescar em um rio quer atravessá-lo de uma margem a outra. Partindo de uma posição representada na figura abaixo pelo ponto C na margem do rio, ele pretende atracar no ponto A, na margem que fica no outro lado do rio, porém ele consegue chegar ao ponto B. Sabendo que a distância percorrida pelo barco do turista da margem C até a B é de 100 m e que a distância entre os pontos A e B da margem são de 80 m, encontre a largura do rio.



FONTE: O autor (2015)

Apesar de a questão remeter claramente a uma situação da Física, a partir da figura, não há dúvidas sobre a possibilidade de se encontrar a distância entre os dois pontos a partir da utilização do Teorema de Pitágoras. Por isso, podemos classificar essa questão como do Nível de Conhecimento mobilizável. Na tabela 09 temos as respostas dos alunos.

TABELA 09: CATEGORIAS DAS RESPOSTAS DOS ALUNOS À QUESTÃO 06 DO TESTE INICIAL

Categorias	Grupo 01	Grupo 02	Grupo 03	Total de Alunos
Resposta Correta	6	6	8	20 (46,5%)
Resposta Incorreta	5	3	1	9 (20,9%)
Não respondeu	5	4	5	14 (32,6%)

FONTE: O autor (2015)

O índice de acerto foi de 37,5% para o Grupo 01, 46,1% para o Grupo 02 e 57,1% para o Grupo 03. Para cada grupo, os índices de acerto estiveram acima daquele identificado por Souza (2012), que foi 28,6%. Porém, vale ressaltar que os alunos participantes dessa pesquisa já concluíram ou estão prestes a concluir a educação básica, e por isso seria esperado que todos já soubessem empregar o Teorema de Pitágoras para resolver a questão.

A questão 07 (quadro 09) descreve a formação da sombra de uma edificação a partir dos raios de Sol, tendo uma inclinação de 60^o em relação ao plano horizontal. O objetivo aqui foi identificar as concepções prévias dos alunos quanto à aplicação das razões trigonométricas no triângulo retângulo para resolução da situação, de nível de conhecimento disponível, descrita.

QUADRO 09: QUESTÃO 07 DO TESTE INICIAL

7 - Em certa hora do dia, os raios de Sol incidem sobre um local plano com uma inclinação de 60° em relação à horizontal. Nesse momento, o comprimento da sombra de uma edificação de 9 m de altura será aproximadamente igual a quanto?

FONTE: O autor (2015)

Nessa questão é esperado que o aluno empregasse as *razões trigonométricas do triângulo retângulo* para encontrar o valor numérico do comprimento da sombra da edificação, interpretando a situação a partir do fenômeno da propagação retilínea da luz, cujos raios formam um triângulo retângulo com o plano horizontal, sem o auxílio de uma figura representativa.

Na tabela 10 temos a categorização das respostas dos alunos.

TABELA 10: CATEGORIAS DAS RESPOSTAS DOS ALUNOS À QUESTÃO 07 DO TESTE INICIAL

Categorias	Grupo 01	Grupo 02	Grupo 03	Total de Alunos
Resposta Correta	1	3	2	6 (13,9%)
Resposta Incorreta	5	3	2	10 (23,3%)
Não respondeu	10	7	10	27 (62,8%)

FONTE: O autor (2015)

Como podemos observar, o índice de acerto no grupo 01 foi de 6,2%, no grupo 02 foi de 23% e no grupo 03 de 14,2%. O índice de acerto foi baixo, o que pode evidenciar que, embora os alunos já tenham cursado a educação básica, exista a possibilidade do tema *razões trigonométricas no triângulo retângulo* não ter sido trabalho ou ocorrido de forma inadequada. Vale ressaltar que grande parte dos alunos não respondeu a questão, o que pode demonstrar também que além da dificuldade conceitual, a ausência de figura representativa da situação, pode dificultar a interpretação dos dados e solução da tarefa.

As questões analisadas foram classificadas nos seguintes níveis: questões 01 até 06 como de nível mobilizável e a questão 07 como de nível disponível.

Das respostas dos alunos observamos que, para as questões de nível mobilizável o índice de acerto foi maior do que para a questão de nível disponível, evidenciando o grau de desenvolvimento dos conhecimentos dos alunos sobre o tema. Verificamos também que os alunos conseguiram resolver as questões nas quais necessitavam a mobilização de conhecimentos matemáticos explícitos, porém, nas questões de nível disponível, tivemos indicações que os alunos não conseguiram resolver, porque tiveram dificuldades no entendimento de indicações não explícitas sobre o que seria mais adequado para responder a questão.

5.1.2 – Do mapa conceitual

Para as análises dos conhecimentos prévios dos alunos e a sua evolução conceitual a partir da utilização da UEPS em sala de aula utilizamos a elaboração de um mapa conceitual sobre o tema, que foram investigados utilizando dois critérios, um qualitativo, no qual analisamos os conceitos e a frequência com que aparecem, a ligação entre conceitos, os níveis de hierarquização e exemplos, ou outro foi quantitativo, no qual atribuímos um escore ao mapa conforme os critérios de classificação de Novak e Gowin (1984).

Inicialmente identificamos os conceitos válidos que apareceram nos mapas construídos pelos alunos e sua frequência, conforme as Tabelas 11, 12 e 13.

Os conceitos mais abrangentes apresentados na elaboração do mapa conceitual do tema *razões trigonométricas no triângulo retângulo* serviram para a construção da UEPS, e foram: conceituação e caracterização do triângulo retângulo; Teorema de Pitágoras; congruência entre triângulos; razões trigonométricas seno, cosseno e tangente. Vale salientar que três alunos do grupo 01 não elaboraram o mapa conceitual, não expondo o motivo pelo qual não o fizeram.

TABELA 11 – CONCEITOS, E RESPECTIVAS FREQUÊNCIAS, QUE APARECEM NO PRIMEIRO MAPA CONCEITUAL CONSTRUÍDO PELOS ALUNOS DO GRUPO 01

CONCEITOS	Alunos participantes do Grupo 01																
	A1	B1	C1	D1	E1	F1	G1	H1	I1	J1	K1	L1	M1	N1	O1	P1	TOTAL
Triângulo retângulo																	13
Teorema de Pitágoras ($a^2 = b^2 + c^2$)																	8
Ângulo reto																	8
Cateto oposto																	11
Cateto adjacente																	12
Hipotenusa																	13
Semelhança entre triângulos																	2
Seno																	1
Cosseno																	1
Tangente																	1

FONTE: O autor (2015)

TABELA 12 – CONCEITOS, E RESPECTIVAS FREQUÊNCIAS, QUE APARECEM NO PRIMEIRO MAPA CONCEITUAL CONSTRUÍDO PELOS ALUNOS DO GRUPO 02.

CONCEITOS	Alunos participantes do Grupo 02													
	A2	B2	C2	D2	E2	F2	G2	H2	I2	J2	K2	L2	M2	TOTAL
Triângulo retângulo	■	■	■	■	■	■	■	■			■	■		10
Teorema de Pitágoras ($a^2 = b^2 + c^2$)		■	■	■	■	■	■	■	■		■	■	■	11
Ângulo reto	■			■			■	■						4
Cateto oposto	■	■	■	■	■		■	■		■				8
Cateto adjacente	■	■	■	■	■		■	■		■				8
Hipotenusa	■	■	■	■	■		■	■		■				8
Semelhança entre triângulos														-
Seno	■	■	■	■				■		■			■	7
Cosseno	■	■	■	■				■		■			■	7
Tangente	■	■	■	■				■		■				6
Secante				■										1
Cossecante				■										1
Cossecante				■										1

FONTE: O autor (2015)

TABELA 13 – CONCEITOS, E RESPECTIVAS FREQUÊNCIAS, QUE APARECEM NO PRIMEIRO MAPA CONCEITUAL CONSTRUÍDO PELOS ALUNOS DO GRUPO 03

CONCEITOS	Alunos participantes do Grupo 03														
	A3	B3	C3	D3	E3	F3	G3	H3	I3	J3	K3	L3	M3	N3	TOTAL
Triângulo retângulo	■		■		■	■					■			■	6
Teorema de Pitágoras ($a^2 = b^2 + c^2$)	■	■	■	■	■	■		■	■		■			■	10
Ângulo reto	■					■	■								3
Cateto oposto	■	■	■	■	■	■	■	■	■		■		■	■	12
Cateto adjacente	■	■	■	■	■	■	■	■	■		■		■	■	12
Hipotenusa	■	■	■	■	■	■	■	■	■		■		■	■	12
Semelhança entre triângulos															-
Seno	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	14
Cosseno	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	14
Tangente	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	14

FONTE: O autor (2015)

O segundo ponto de análise dos mapas foi o nível hierárquico dos conceitos subordinados classificados como validos dos mapas conceituais construídos pelos alunos, que podem ser visualizados nas tabelas 14, 15 e 16.

Os grupos 01 e 03 são formados por alunos que estavam em contato com a estratégia de ensino dos mapas conceituais pela primeira vez, por isso notamos uma predominância do nível hierárquico 01, com poucos alunos em nível 2. Demonstrou-se também dificuldades na construção do mapa, que acabou tendo uma simetria modesta e poucas relações hierárquicas importantes entre conceitos.

No grupo 02, os alunos já tiveram contato anterior com a construção de mapas conceituais e conheciam a estratégia, por isso esperávamos um desempenho melhor em relação aos outros grupos, fato que não ocorreu.

TABELA 14 – CLASSIFICAÇÃO EM NÍVEIS HIERÁRQUICOS DO PRIMEIRO MAPA CONCEITUAL CONSTRUÍDO PELOS ALUNOS DO GRUPO 01

Nível hierárquico	Alunos participantes do Grupo 01																
	A1	B1	C1	D1	E1	F1	G1	H1	I1	J1	K1	L1	M1	N1	O1	P1	TOTAL
Nível 00																	-
Nível 01																	09
Nível 02																	04
Não construiu o mapa																	03

FONTE: O autor (2015)

TABELA 15 – CLASSIFICAÇÃO EM NÍVEIS HIERÁRQUICOS DO PRIMEIRO MAPA CONCEITUAL CONSTRUÍDO PELOS ALUNOS DO GRUPO 02

CONCEITOS	Alunos participantes do Grupo 02												
	A2	B2	C2	D2	E2	F2	G2	H2	I2	J2	K2	L2	M2	TOTAL
Nível 00														01
Nível 01														05
Nível 02														04
Nível 03														02
Não construiu o mapa														01

FONTE: O autor (2015)

TABELA 16 – CLASSIFICAÇÃO EM NÍVEIS HIERÁRQUICOS DO PRIMEIRO MAPA CONCEITUAL CONSTRUÍDO PELOS ALUNOS DO GRUPO 03

CONCEITOS	Alunos participantes do Grupo 03														
	A3	B3	C3	D3	E3	F3	G3	H3	I3	J3	K3	L3	M3	N3	TOTAL
Nível 00															00
Nível 01															12
Nível 02															01
Nível 03															01

FONTE: O autor (2015)

Ao identificar o nível de hierarquia dos mapas conceituais construídos foi possível visualizar os conceitos e as relações hierárquicas entre eles. Os quantitativos das relações válidas entre conceitos estão indicados nas Tabelas 17, 18 e 19.

TABELA 17 – QUANTIDADE DE RELAÇÕES ENTRE CONCEITOS NO PRIMEIRO MAPA CONCEITUAL CONSTRUÍDO PELOS ALUNOS DO GRUPO 01

Alunos do Grupo 01	A1	B1	C1	D1	E1	F1	G1	H1	I1	J1	K1	L1	M1	N1	O1	P1
Relações entre conceitos	8	8	6	6	3	0	2	0	3	6	0	-	-	3	0	-

FONTE: O autor (2015)

TABELA 18 – QUANTIDADE DE RELAÇÕES ENTRE CONCEITOS NO PRIMEIRO MAPA CONCEITUAL CONSTRUÍDO PELOS ALUNOS DO GRUPO 02

Alunos do Grupo 02	A2	B2	C2	D2	E2	F2	G2	H2	I2	J2	K2	L2	M2
Relações entre conceitos	6	6	-	8	3	3	5	0	0	2	4	2	2

FONTE: O autor (2015)

TABELA 19 – QUANTIDADE DE RELAÇÕES ENTRE CONCEITOS NO PRIMEIRO MAPA CONCEITUAL CONSTRUÍDO PELOS ALUNOS DO GRUPO 03

Alunos do Grupo 03	A3	B3	C3	D3	E3	F3	G3	H3	I3	J3	K3	L3	M3	N3
Relações entre conceitos	3	2	3	0	2	2	2	3	3	1	1	2	6	2

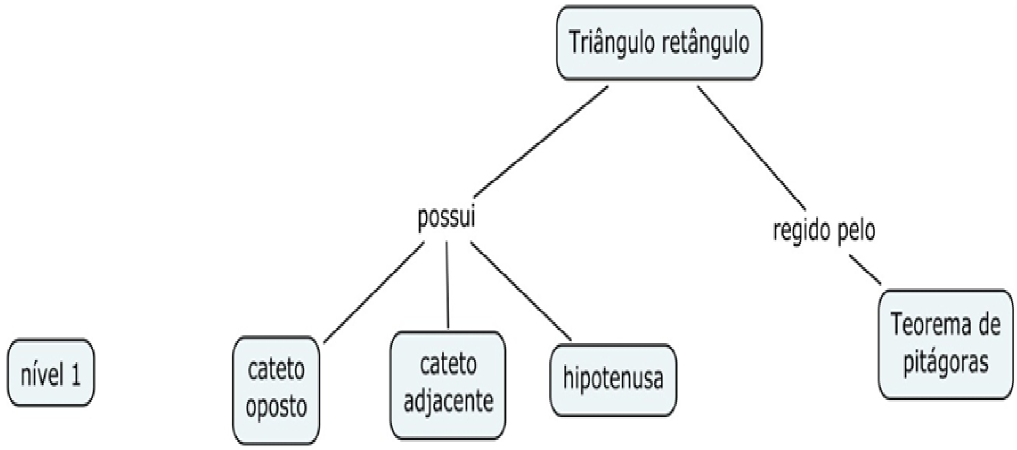
FONTE: O autor (2015)

Podemos notar que, a partir da quantidade de conceitos e a quantidade de relações válidas entre eles, os alunos tiveram dificuldades em representar relações significativas, possivelmente pelas experiências de ensino em sala de aula que eles tiveram sobre o tema, o que pode denotar dificuldades na organização conceitual que o aluno poderá construir na evolução das atividades.

Nenhum aluno utilizou ligações cruzadas entre conceitos e nenhum aluno utilizou exemplos nos mapas conceituais construídos. A figura 05 é representativa de um mapa conceitual de nível 01, a figura 06 de um mapa conceitual de nível 2 e a figura 07 de um mapa de nível 03.

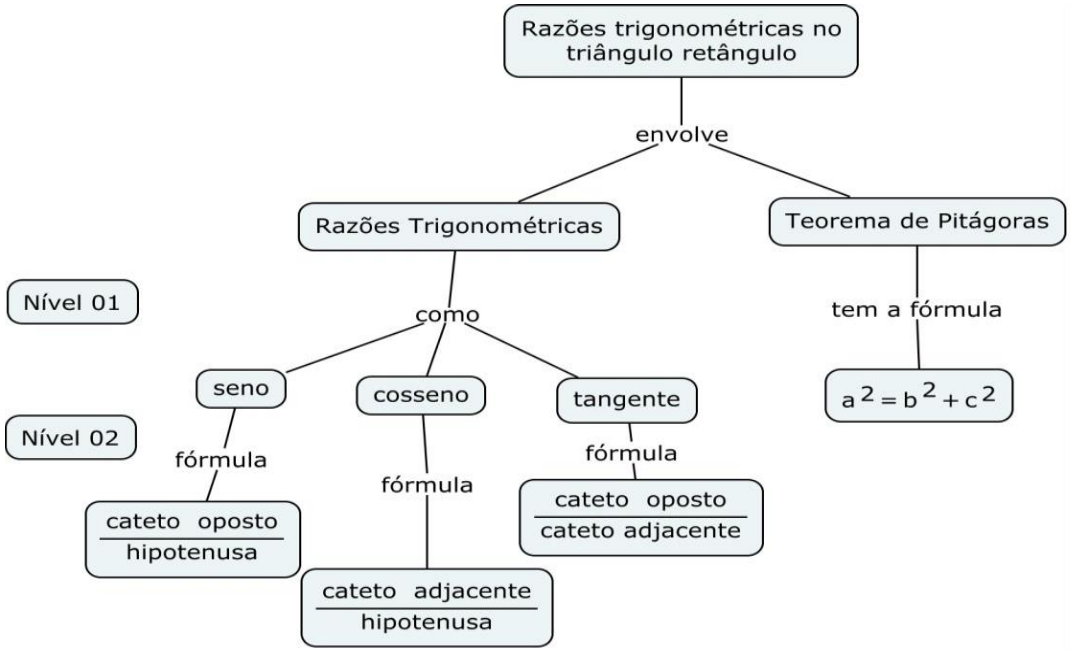
Os mapas foram manuscritos, porém, para auxiliar na leitura, foram transcritos *ipsis litteris* para o *software cmaptools*.

FIGURA 05: PRIMEIRO MAPA CONCEITUAL CONSTRUÍDO PELO ALUNO G1.



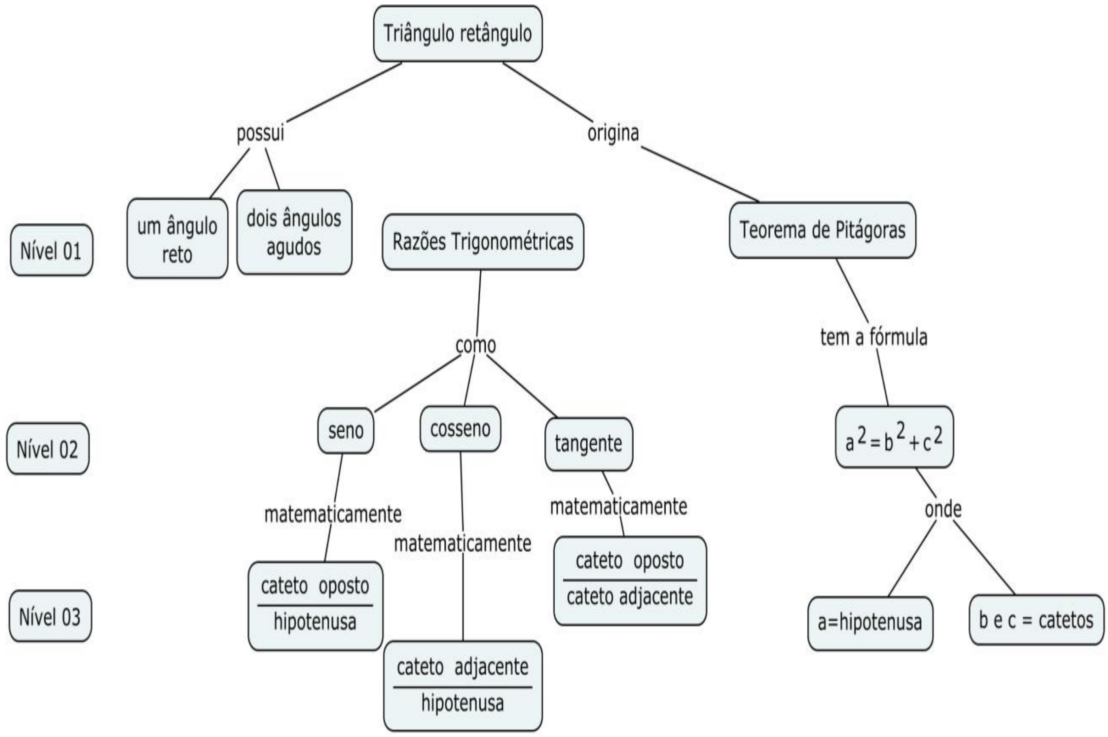
FONTE: O autor (2015)

FIGURA 06: PRIMEIRO MAPA CONCEITUAL CONSTRUÍDO PELO ALUNO B3



FONTE: O autor (2015)

FIGURA 07: PRIMEIRO MAPA CONCEITUAL CONSTRUÍDO PELO ALUNO D2.



FONTE: O autor (2015)

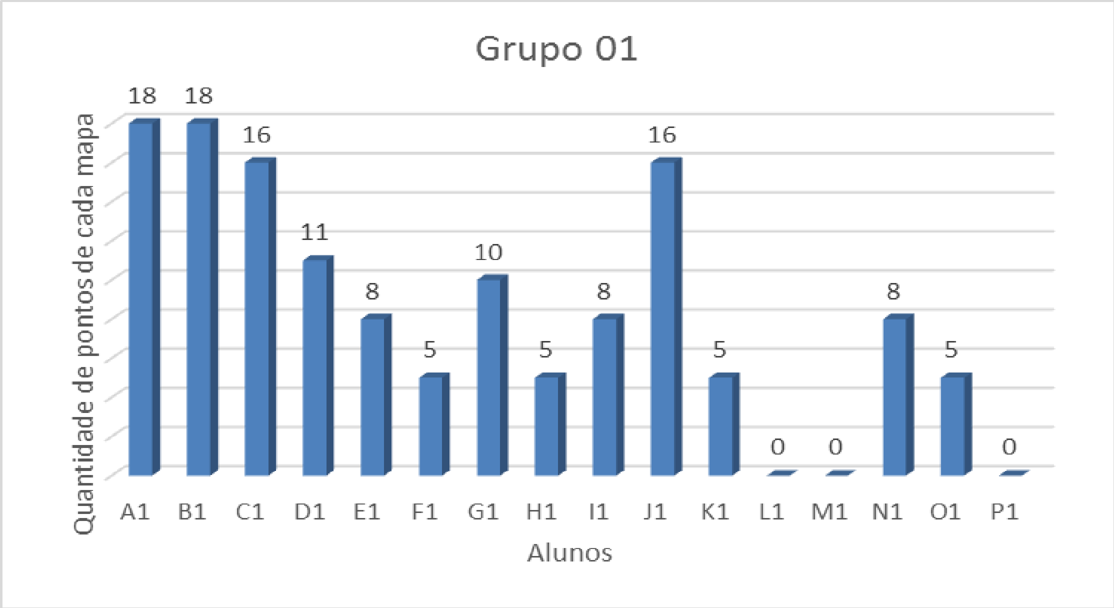
A partir do modelo de pontuação de Novak e Gowin (1984, p. 53) utilizamos a seguinte fórmula para caracterizar quantitativamente os mapas construídos pelos alunos da seguinte forma:

$$Q_M = Q_C + Q_H.5 + Q_L.2 + Q_E$$

Em que: Q_M é a quantidade de pontos de cada mapa conceitual; Q_C é a quantidade de relações válidas entre conceitos; Q_H é a pontuação referente aos níveis de hierarquização; Q_L é a quantidade de ligações cruzadas válidas e significativas e; Q_E é a quantidade de exemplos válidos.

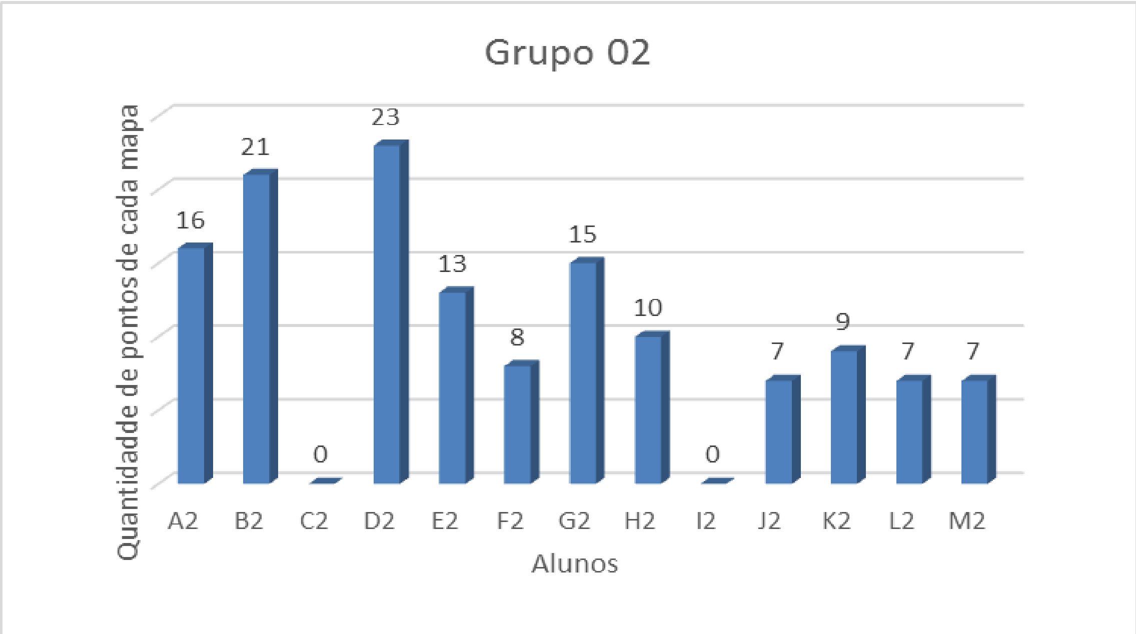
O escore de cada mapa construído dos grupos pesquisados se encontram nos gráficos das figuras 08, 09 e 10.

FIGURA 08 – QUANTIDADE DE PONTOS DO PRIMEIRO MAPA CONCEITUAL CONSTRUÍDO PELOS ALUNOS DO GRUPO 01.



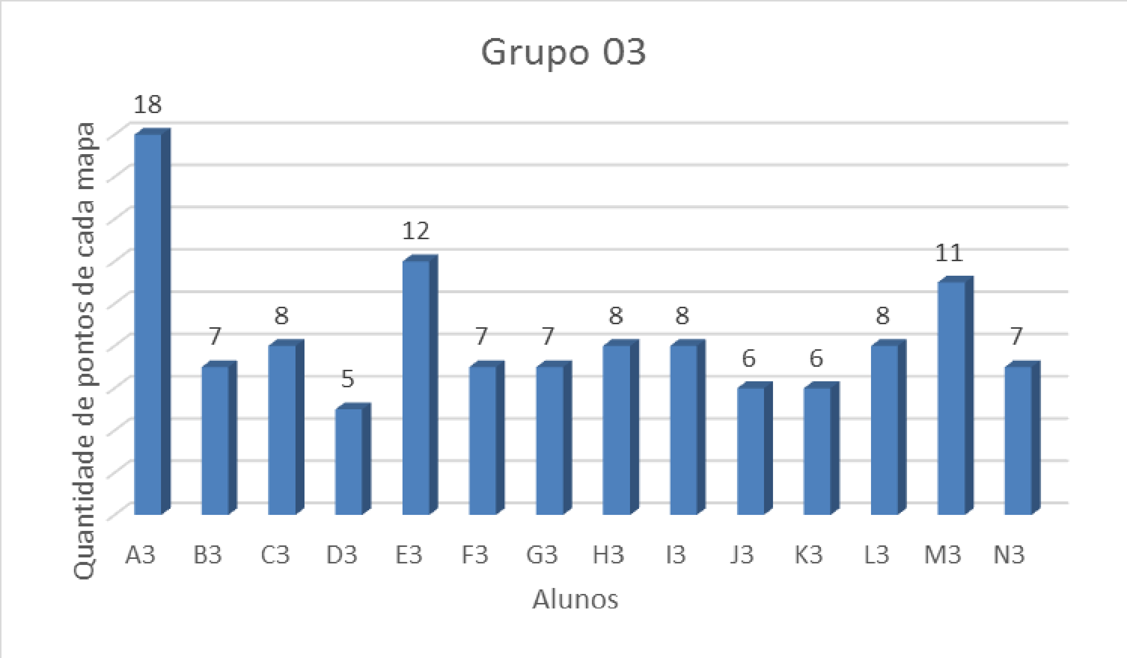
FONTE: O autor (2015)

FIGURA 09 – QUANTIDADE DE PONTOS DO PRIMEIRO MAPA CONCEITUAL CONSTRUÍDO PELOS ALUNOS DO GRUPO 02.



FONTE: O autor (2015)

FIGURA 10 – QUANTIDADE DE PONTOS DO PRIMEIRO MAPA CONCEITUAL CONSTRUÍDO PELOS ALUNOS DO GRUPO 03



FONTE: O autor (2015)

O quantitativo de pontos dos mapas construídos pelos alunos, a partir da análise do modelo de pontuação de Novak e Gowin (1984), nos auxiliou a criar um parâmetro numérico que evidenciasse a evolução conceitual dos alunos após aplicação da UEPS.

Os mapas conceituais construídos foram um importante instrumento na elaboração da Unidade de Ensino Potencialmente Significativa em sala de aula, auxiliando na escolha de estratégias e atividades, na organização de conceitos e significados a serem discutidos no material e na identificação de conhecimentos prévios dos alunos.

A análise dos resultados do teste inicial e da elaboração do mapa conceitual sobre o tema *razões trigonométricas no triângulo retângulo* corrobora com os conhecimentos prévios disponíveis na literatura. Por exemplo, no trabalho de Fortes (2012), ele evidencia a má utilização de fórmulas trigonométricas na resolução dos problemas propostos e dificuldades na interpretação dos mesmos pelos alunos participantes da pesquisa. Assim, os conhecimentos prévios figuraram como ferramentas úteis na construção da UEPS e na reflexão sobre a estrutura do conhecimento desejado e em todo o processo de ensino e aprendizagem a ser desenvolvido.

5.2 – Unidades de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS)

Esse item do capítulo retrata a experiência de ensino com a utilização da UEPS sobre as *razões trigonométricas no triângulo retângulo,* mostramos as diferentes estratégias e procedimentos de ensino utilizados e os conhecimentos adquiridos pelos alunos e as principais dificuldades manifestadas. Vale salientar que a UEPS foi dividida em quatro encontros presenciais, e cada encontro denominamos de "Momento" para subdividir o tema da pesquisa e favorecer uma melhor leitura e análise dos dados.

5.2.1 – Primeiro encontro presencial – conceituando e caracterizando o triângulo retângulo

A partir da análise dos conhecimentos prévios dos alunos participantes da pesquisa, tomando como referencial o estabelecido nos Parâmetros Curriculares Nacionais e currículos oficiais, iniciamos a UEPS conceituando e caracterizando o triângulo retângulo, identificando a semelhança entre triângulos a partir do reconhecimento de proporcionalidade e de situações-problema considerando fenômenos da Física.

Utilizamos como estratégia de ensino o *software GeoGebra*, por meio do qual propusemos o conhecimento das características do triângulo retângulo, de forma que fosse possível ao aluno reter o conceito por um período de tempo mais longo do que pela memorização, visando conexões significativas entre os conceitos trabalhados.

5.2.1.1 – Momento 01

No momento 01, que está detalhado no apêndice E, foi construído um triângulo retângulo com o auxílio do *software GeoGebra* e a partir da exposição dos ângulos formados, foi possível conceituar esse triângulo e caracterizá-lo. Todos os alunos desenvolveram a sequência de ensino sem dificuldades relacionadas à leitura, interpretação do texto e instrumentalização do *software*.

Para verificar a evolução conceitual e as dificuldades dos alunos, foi realizada uma atividade composta de questões, de nível técnico, que estão apresentadas no quadro 10.

QUADRO 10 - ATIVIDADE DO MOMENTO 01 DO PRIMEIRO ENCONTRO DE APLICAÇÃO DA UEPS.

01 – Caracterize um triângulo retângulo.
02 – Denomine os lados a, b e c do triângulo.
03 – Tendo como referencial um determinado ângulo α (indique o ângulo escolhido por você), responda quem seria a hipotenusa, o cateto oposto e o cateto adjacente a partir do ângulo escolhido.

FONTE: O autor (2015)

Para a questão 01 definimos as categorias conforme tabela 20.

TABELA 20: CATEGORIAS DAS RESPOSTAS DOS ALUNOS À QUESTÃO 01 DA ATIVIDADE DO MOMENTO 01 DO PRIMEIRO ENCONTRO DE APLICAÇÃO DA UEPS

Categorias	Grupo 01	Grupo 02	Grupo 03	Total de Alunos
Possui um dos seus ângulos reto; possui três lados chamados de hipotenusa, cateto oposto e cateto adjacente; e a hipotenusa fica do lado oposto do ângulo reto	4	1	2	7 (16,2%)
Possui um ângulo de 90º	9	8	10	27 (62,8%)
Figura geométrica que possui um ângulo de 90º e que a soma do quadrado dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa	1	-	-	1 (2,4%)
Figura geométrica de três lados e três ângulos, sendo um deles de 90º	1	2	-	3 (6,9%)
É um tipo de polígono	1	-	-	1 (2,4%)
Possui três lados com ângulos diferentes	-	2	2	4 (9,3%)

FONTE: O autor (2015)

Dos alunos participantes, 88,3% conseguiram conceituar o triângulo retângulo corretamente.

A questão 02 tratava da denominação dos lados do triângulo retângulo. Para esse quesito os alunos dos três grupos de pesquisa denominaram corretamente.

A questão 03 tratava de denominar os lados do triângulo retângulo, porém explicitando quem seria o cateto oposto e o cateto adjacente. Também nesse quesito os alunos participantes da pesquisa assinalaram corretamente.

Vale ressaltar que durante as atividades do momento 01 não houve necessidade de intervenção do professor, demonstrando a eficácia da UEPS no processo de aprendizagem.

5.2.1.2 – Momento 02

No momento 02 (apêndice E), intitulado "Descobrindo triângulos semelhantes", foi elaborado uma sequência de ensino para, mediante a observação de dois triângulos, os alunos identificarem as características que os tornam semelhantes. Com o *software GeoGebra*, os alunos interagiram, gerando dois novos triângulos a partir do triângulo trabalhado no momento 01.

Diferentemente do momento anterior, no qual o software possibilitava gerar um triângulo retângulo a partir de três pontos assinalados no plano cartesiano, neste momento os alunos necessitavam possuir conhecimentos matemáticos mais específicos para construção dos dois triângulos semelhantes.

Para encontrarmos os pontos necessários à construção dos triângulos, o texto da UEPS refere-se a termos como: reta perpendicular, vértice oposto e ponto de intersecção. Observou-se que os alunos do grupo 01 apresentaram dificuldades para a interpretação de termos matemáticos, havendo necessidade de intervenção do professor para compreensão da sequência de ensino.

Para identificarmos a evolução conceitual em relação ao tema proposto no momento 02 do primeiro encontro da UEPS, foi realizada uma atividade com questões, de nível técnico, que estão apresentadas no quadro 11.

QUADRO 11: ATIVIDADES DO MOMENTO 02 DO PRIMEIRO ENCONTRO DE APLICAÇÃO DA UEPS.

01 – Como você pode determinar se os dois triângulos são semelhantes ou não?
02 – Ao clicar no ícone *ângulo* você poderá colocar os valores dos ângulos dos dois triângulos. A que conclusão você pode chegar com os valores encontrados?

FONTE: O autor (2015)

A questão 01 da atividade do momento 02 refere-se à semelhança entre triângulos retângulos. As categorias constituídas a partir das respostas dos 43 alunos a essa questão constam na tabela 21.

TABELA 21 - CATEGORIAS DAS RESPOSTAS DOS ALUNOS À QUESTÃO 01 DA ATIVIDADE DO MOMENTO 02 DO PRIMEIRO ENCONTRO DE APLICAÇÃO DA UEPS

Categorias	Grupo 01	Grupo 02	Grupo 03	Total de alunos
Possuem igualdade entre ângulos	14	4	14	32 (74,4%)
Possui igualdade entre ângulos e lados	-	2	-	2 (4,6%)
Possui igualdade entre ângulos opostos	-	6	-	6 (13,8%)
Possuis igualdade entre ângulos evidente em ALA (ângulo-lado-ângulo)	-	1	-	1 (2,4%)
Triângulo congruente devido à evidência LAL (lado-ângulo-lado)	1	-	-	1 (2,4%)
Relação de proporcionalidade entre os lados do triângulo	1	-	-	1 (2,4%)

FONTE: O autor (2015)

Observa-se nos dados da tabela 21 que todos os alunos conseguiram identificar, com o auxílio do *software GeoGebra*, que os ângulos correspondentes dos triângulos construídos são homólogos, condição necessária para atestar a semelhança entre os triângulos.

Vale ressaltar que, embora a sequência de ensino apontasse para que o aluno recorresse aos ângulos correspondentes para atestar a semelhança entre os triângulos, tivemos dois alunos do grupo 2 e dois alunos do grupo 01 que recorreram também à evidência de semelhança dos lados para justificar a semelhança entre os triângulos

Para a questão 02, as categorias constituídas a partir do discurso dos 43 alunos estão apresentadas na tabela 22.

TABELA 22 - CATEGORIAS DAS RESPOSTAS DOS ALUNOS À QUESTÃO 02 DA ATIVIDADE DO MOMENTO 02 DO PRIMEIRO ENCONTRO DE APLICAÇÃO DA UEPS

Categorias	Grupo 01	Grupo 02	Grupo 03	Total de Alunos
Os dois triângulos são congruentes	7	1	-	8 (18,6%)
Os dois triângulos têm ângulos opostos iguais	6	9	10	25 (58,2%)
Soma dos valores dos ângulos igual a 180º	1	-	3	4 (9,3%)
Não respondeu	2	3	1	6 (13,9%)

FONTE: O autor (2015)

Na questão 02 um aluno do grupo 01 e três do grupo 03 demonstraram não ter compreendido o tema tratado e seis alunos não responderam a atividade, possivelmente para esses alunos ainda persistiram as dificuldades de interpretação textual referente a questão.

5.2.1.3 – Momento 03

No momento 03 (apêndice E), tivemos por objetivo a observação da semelhança entre triângulos retângulos, porém, identificando a proporcionalidade existente entre os lados do triângulo, ou seja, que seus lados correspondentes possuem medidas proporcionais.

Utilizando o *software GeoGebra*, os alunos interagiram com os dois novos triângulos construídos no momento 02. Na interação, podiam colocar dois pontos objetos, um em cada triângulo. Utilizando o recurso "habilitar uma animação" do *software*, faziam os pontos se deslocarem pelos triângulos. Como os pontos se deslocavam pelos lados correspondentes do triângulo retângulo no mesmo intervalo de tempo, os alunos deveriam observar a existência de proporcionalidade entre os lados do triângulo, concluindo que os triângulos são semelhantes.

Os alunos dos grupos 01 e 02 apresentaram dificuldades em desabilitar no *software* a animação do triângulo maior (que deu origem aos dois triângulos semelhantes) para que os pontos somente percorressem os lados dos triângulos elaborados no momento 02. Essa dificuldade foi gerada pela não compreensão do texto, tornando necessária a intervenção do professor, que esclareceu sobre isso. Antes da aplicação da sequência de ensino ao grupo 03, o texto foi alterado, o que fez com que essa dificuldade não fosse mais observada. Após essa intervenção os alunos dos três grupos resolveram a questão do quadro 12.

QUADRO 12 - ATIVIDADE DO MOMENTO 03 DO PRIMEIRO ENCONTRO DE APLICAÇÃO DA UEPS.

01 – O que você pode concluir sobre os deslocamentos observados?

FONTE: O autor (2015)

A partir da resposta dos 43 alunos a essa questão, definimos as categorias apresentadas na tabela 23.

TABELA 23 - CATEGORIAS DAS RESPOSTAS DOS ALUNOS À QUESTÃO 01 DA ATIVIDADE DO MOMENTO 03 DO PRIMEIRO ENCONTRO DE APLICAÇÃO DA UEPS.

Categorias	Grupo 01	Grupo 02	Grupo 03	Total de Alunos
Os pontos objeto percorrem espaços diferentes em intervalos de tempo iguais, o que indica que os lados são proporcionais	3	6	5	14 (32,6%)
O ponto objeto percorre diferentes espaços no mesmo intervalo de tempo	12	5	5	22 (51,2%)
Há congruência entre os triângulos	-	-	2	2 (4,6%)
Não respondeu	1	2	2	5 (11,6%)

FONTE: O autor (2015)

Esse quesito, do tipo disponível, requer do aluno um conhecimento matemático associado à Física, mais especificamente uma razão entre o espaço percorrido e o intervalo de tempo, que seria uma constante, chamada na Física de velocidade média. Se eles percorrem lados diferentes ao mesmo tempo é porque existe uma proporcionalidade nas dimensões dos lados.

Observou-se que 51,2% dos alunos conseguiram identificar a proporcionalidade existente entre os lados do triângulo a partir do conhecimento sobre a relação entre espaço percorrido e o intervalo de tempo de tempo gasto para percorrê-lo. Para 32,6% dos alunos o ponto objeto percorria os lados do triângulo correspondente em intervalos de tempo iguais, mas esses alunos não citaram que isso era devido a proporcionalidade existente entre os lados, o que comprovaria que eles entendiam que os triângulos eram semelhantes. Outros 4,6% dos alunos citaram a congruência existente entre os triângulos sem justificativas e 11,6% nada responderam

5.2.1.4 – Momento 04

O momento 04 (apêndice E) teve por objetivo a aplicação de uma sequência sobre a semelhança entre triângulos, partindo de um problema relacionado à Física.

Utilizamos o Princípio de Propagação Retilínea da Luz para, a partir de informações sobre fenômenos como sombra, eclipses e o funcionamento de câmaras escuras de orifício (exemplo: máquina fotográfica), fosse possível aplicar os conhecimentos matemáticos adquiridos sobre a semelhança entre triângulos retângulos.

Inicialmente, foram discutidos, de forma expositiva participativa, os conceitos referentes ao Princípio de Propagação Retilínea da Luz e, em seguida, foi resolvida pelo professor uma atividade sobre uma situação que envolvia o conceito de sombra aplicada ao tema. Vale ressaltar que esse foi um tipo de *subsunçor* que facilitou o desenvolvimento do tema entre os alunos, incentivando a curiosidade de todos sobre a relação que existia entre os fenômenos e o tema matemático discutido na UEPS.

Para identificar a evolução conceitual em relação ao tema proposto no momento 04, foi realizada uma atividade na qual utilizamos duas questões classificadas como do tipo disponível (questão 01 e 02) e uma do tipo mobilizável (questão 03), que são apresentadas no quadro 13.

Para essas questões foram definidas as seguintes categorias: correto, incorreto e não respondeu, conforme tabelas 24, 25 e 26.

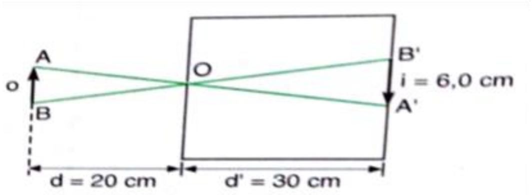
QUADRO 13 - ATIVIDADES DO MOMENTO 04 DO PRIMEIRO ENCONTRO DE APLICAÇÃO DA UEPS

01 – (PUCC) Um observador nota que um edifício projeta no solo uma sombra de 30 m de comprimento, no instante em que um muro de 1,5 m de altura projeta uma sombra de 50 cm. Determine a altura do prédio.

02 – (EF Edson Queiroz – CE) Um grupo de escoteiros deseja construir um acampamento em torno de uma árvore. Por segurança, eles devem colocar as barracas a uma distância tal da árvore que, se esta cair, não venha a atingi-los. Aproveitando o dia ensolarado, eles mediram, ao mesmo tempo, os comprimentos das sombras da árvore e de um deles, que tem 1,5 m de altura, os valores encontrados foram de 6,0 m e 1,8 m, respectivamente. A distância mínima de cada barraca à árvore deve ser de:

(a) 6,0 m (b) 5,0 m (c) 4,0 m (d) 3,0 m (e) 2,0 m

03 – Um objeto linear está situado a 20 cm de uma câmara escura de orifício com comprimento 30 cm. Sabendo-se que a altura da imagem projetada é de 6,0 cm, determine a altura do objeto. Ver figura abaixo.



FONTE: O autor (2015)

TABELA 24 - CATEGORIAS DAS RESPOSTAS DOS ALUNOS À QUESTÃO 01 DA ATIVIDADE DO MOMENTO 04 DO PRIMEIRO ENCONTRO DE APLICAÇÃO DA UEPS.

Categorias	Grupo 01	Grupo 02	Grupo 03	Total de Alunos
Resposta Correta	10	9	12	31 (72%)
Resposta Incorreta	5	4	2	11 (25,6%)
Não respondeu	1	-	-	1 (2,4%)

FONTE: O autor (2015)

TABELA 25 - CATEGORIAS DAS RESPOSTAS DOS ALUNOS À QUESTÃO 02 DA ATIVIDADE DO MOMENTO 04 DO PRIMEIRO ENCONTRO DE APLICAÇÃO DA UEPS.

Categorias	Grupo 01	Grupo 02	Grupo 03	Total de Alunos
Resposta Correta	11	10	11	32 (74,4%)
Resposta Incorreta	3	2	2	7 (16,3%)
Não respondeu	2	1	1	4 (9,3%)

FONTE: O autor (2015)

TABELA 26 - CATEGORIAS DAS RESPOSTAS DOS ALUNOS À QUESTÃO 03 DA ATIVIDADE DO MOMENTO 04 DO PRIMEIRO ENCONTRO DE APLICAÇÃO DA UEPS.

Categorias	Grupo 01	Grupo 02	Grupo 03	Total de Alunos
Resposta Correta	10	11	13	34 (79%)
Resposta Incorreta	5	1	1	7 (16,3%)
Não respondeu	1	1	-	2 (4,7%)

FONTE: O autor (2015)

Na questão 01 o índice de acerto foi de 72%, na questão 02 de 74,4% e na questão 03 de 79%, podendo ser entendidos como índices de acerto satisfatórios. No caso dos alunos que não responderam corretamente, foram observadas dificuldades de interpretação da atividade, tanto por ausência de figura quanto na aplicação de fórmulas para a resolução da regra de três. Podemos notar que a questão 03 teve um índice de acerto maior que as outras, e isso pode ser explicado por essa conter uma ilustração, o que facilita a visualização da situação apresentada.

5.2.2 – Segundo encontro presencial – o Teorema de Pitágoras

Nesse segundo encontro (apêndice F) o objetivo foi discutir o Teorema de Pitágoras utilizando estratégias de ensino diversificadas, visando possibilitar que o aluno usufruísse de um número maior de subsunçores, oportunizando uma visão mais detalhada do material de ensino e do conhecimento a ser adquirido. Esse encontro foi dividido em três momentos em que foram utilizadas as seguintes estratégias: leitura e discussão de um poema e de uma música, exibição de um vídeo documentário e questões aplicativas sobre o Teorema de Pitágoras, tendo como eixo norteador a cinemática vetorial.

5.2.2.1 – Momento 01

Iniciamos o momento 01 (apêndice F) com a leitura de dois textos, uma música do grupo musical Mamonas Assassinas, intitulada “uma Arlinda Mulher”, e um poema de Millôr Fernandes, intitulado “Poema Matemático: O quociente e a incógnita”.

Ambos os textos apresentam a hipotenusa como sendo a soma do quadrado dos catetos. Uma incoerência matemática, que talvez se justifique por questões poéticas na elaboração dos textos. Os textos foram utilizados como organizadores prévios para discutirmos o Teorema de Pitágoras, com o objetivo de inserir os princípios da diferenciação progressiva na UEPS, de forma a estabelecer uma ligação entre o novo conhecimento e o conhecimento prévio do aluno. Após leitura dos textos os alunos responderam ao questionamento apresentado no quadro 14.

QUADRO 14 - ATIVIDADE DO MOMENTO 01 DO SEGUNDO ENCONTRO DE APLICAÇÃO DA UEPS.

01 - O que a música da Banda Mamonas Assassinas e o poema de Millôr Fernandes tem em comum? O que eles falam está correto?

FONTE: O autor (2015)

Ao analisarmos as respostas dos alunos identificamos que todos consideraram que o poema e a música tem em comum o trecho que identifica hipotenusa como sendo a soma dos quadrados dos catetos. Em relação ao conceito citado, a categorização das respostas pode ser observada na tabela 27.

TABELA 27 - CATEGORIAS DAS RESPOSTAS DOS ALUNOS À QUESTÃO 01 DA ATIVIDADE DO MOMENTO 01 DO SEGUNDO ENCONTRO DE APLICAÇÃO DA UEPS.

Categorias	Grupo 01	Grupo 02	Grupo 03	Total de Alunos
O conceito citado está correto	11	3	2	16 (37,2%)
O conceito citado está errado	5	10	12	27 (62,8%)

FONTE: O autor (2015)

A partir das respostas, notamos que 62,8% dos alunos, em sua maioria do grupo 02 e 03, conseguiram identificar que o conceito de hipotenusa nos textos estava descrito incorretamente, enquanto 37,2%, sendo a maioria deles do grupo 01, assinalaram que o conceito de hipotenusa estava correto. Os alunos que responderam incorretamente a situação descrita no poema e na música evocaram o Teorema de Pitágoras, que era, possivelmente, um conhecimento prévio implícito, que causou um índice de erro significativo. Para Moreira (2004, p.17), conceitos implícitos podem também ser ou tornarem-se explícitos e, por isso daí, o ensino deve auxiliar na construção de conceitos e teoremas explícitos e cientificamente aceitos.

5.2.2.2 – Momento 02

Nesse momento (apêndice F) foi exibido o documentário “O legado de Pitágoras: Pitágoras e outros” (TV Escola), que apresenta uma breve evolução histórica sobre a vida de Pitágoras e a evolução conceitual do Teorema que leva o seu nome.

Após a exibição do documentário os alunos responderam a uma sequência de questões divididas da seguinte forma: duas referentes à conceituação do Teorema de Pitágoras (questões 01 e 02), duas que estavam no teste inicial para avaliação direta da evolução do conhecimento sobre os elementos do triângulo retângulo e Teorema de Pitágoras (questões 03 e 04), além de uma situação problema exibida pelo documentário (questão 05). Essas cinco questões estão transcritas no quadro 15.

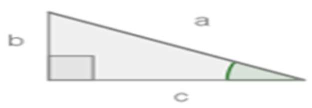
Na questão 01 todos os alunos dos três grupos enunciaram corretamente o Teorema de Pitágoras. As intervenções do professor nas discussões das questões do momento 01 contribuíram para esse índice significativo de evolução do conceito.

QUADRO 15 - ATIVIDADE DO MOMENTO 02 DO SEGUNDO ENCONTRO DE APLICAÇÃO DA UEPS.

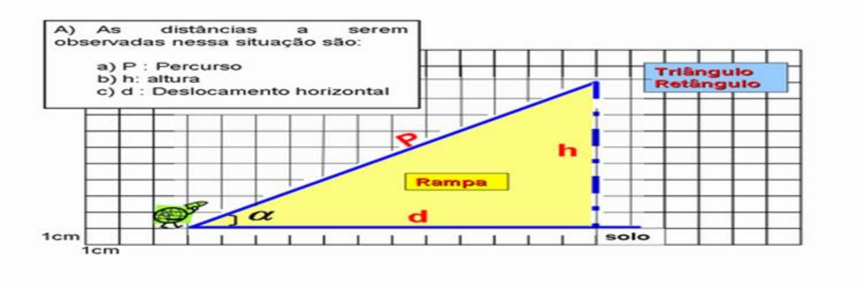
01 - A partir do que foi observado ao assistir o documentário, enuncie o teorema de Pitágoras:

02 – Marque a alternativa que corresponde à descrição matemática correta do teorema de Pitágoras a partir do triângulo abaixo:

(a) $a^2 + c^2 = b^2$
(b) $b^2 + a^2 = c^2$
(c) $a^2 - c^2 = b^2$
(d) $b^2 - c^2 = a^2$
(e) $c^2 - b^2 = a^2$



(MENDES, M. A., 2011) Esse enunciado refere-se às atividades 03 e 04. Em qualquer subida podemos ter sua trajetória representada por um triângulo retângulo, suponha que uma das rampas de determinada subida possa ser representada pela figura a seguir:



03 - (MENDES, M. A., 2011) O triângulo retângulo é um triângulo cujos lados possuem nomes diferenciados dos demais triângulos. Os lados perpendiculares, que formam o ângulo reto, são denominados de **catetos oposto ou adjacente** e o lado oposto ao ângulo reto (o lado de maior medida) é denominado **Hipotenusa**. Portanto, no triângulo acima o lado denominado de P é _____________,o lado denominado de h é ____________ e o lado denominado de d é _______________.

04 - (MENDES, M. A., 2011) Utilizando o valor dado na malha quadriculada, meça a altura, o deslocamento horizontal e o percurso total da rampa.
d = ____________________________.
h = ____________________________.
P = ____________________________.

05 – No documentário, ao realizar medições com raios quilométricos através de GPS e satélites em solo europeu, os pesquisadores encontraram que a soma dos quadrados dos catetos não era igual ao quadrado da hipotenusa. Indique uma hipótese para o fato dissertado no vídeo sobre a incoerência dos resultados para a experiência com o teorema de Pitágoras.

FONTE: O autor (2015) e MENDES (2011)

Na questão 02 as respostas dos alunos foram categorizadas conforme demonstrado na tabela 28.

TABELA 28 - CATEGORIAS DAS RESPOSTAS DOS ALUNOS À QUESTÃO 02 DA ATIVIDADE DO MOMENTO 02 DO SEGUNDO ENCONTRO DE APLICAÇÃO DA UEPS.

Categorias	Grupo 01	Grupo 02	Grupo 03	Total de Alunos
Alternativa (a)	-	-	-	-
Alternativa (b)	3	-	-	3 (7,0%)
Alternativa (c)	9	11	14	34 (79,0 %)
Alternativa (d)	3	-	-	3 (7,0%)
Alternativa (e)	1	2	-	3 (7,0%)

FONTE: O autor (2015)

Considerando a totalidade dos dados dos três grupos, o índice de acerto foi de 79,0%. O formalismo matemático empregado pela questão para representar o Teorema de Pitágoras não foi o padrão, como enunciado pelos alunos na questão 01. Assim, isto pode ser um elemento que não possibilitou um índice de acerto igual ao da questão 01, e também pode caracterizar uma memorização do formalismo matemático para a representação do Teorema de Pitágoras.

Na questão 03, que trata sobre a identificação dos catetos oposto e adjacente do triângulo retângulo, observou-se que apenas três alunos do grupo 01 inverteram os catetos. Mesmo após discussão sobre o tema, o índice de erro persistiu.

Na questão 04, que identifica numericamente, através da malha quadriculada, os valores dos lados do triângulo retângulos, obtivemos as seguintes categorias apresentadas na tabela 29.

TABELA 29 - CATEGORIAS DAS RESPOSTAS DOS ALUNOS À QUESTÃO 04 DA ATIVIDADE DO MOMENTO 02 DO SEGUNDO ENCONTRO DE APLICAÇÃO DA UEPS.

Grupo	Lados do Triângulo Retângulo					
	Cateto Adjacente (d)		Cateto Oposto (h)		Hipotenusa (P)	
	Resposta Correta	Resposta Incorreta	Resposta Correta	Resposta Incorreta	Resposta Correta	Resposta Incorreta
Grupo 01	13	3	13	3	5	8
Grupo 02	13	-	13	-	13	-
Grupo 03	14	-	14	-	14	-

FONTE: O autor (2015)

Nos grupos 02 e 03 todos os alunos identificaram os lados do triângulo corretamente, resultando em um índice de acerto superior ao teste inicial. No grupo 01, um total de três alunos continuou sem conseguir reconhecer corretamente os catetos oposto e adjacente. Além disso, nesse grupo 03, na identificação da hipotenusa o índice de acerto não sofreu modificação em relação ao teste inicial, porque os alunos continuaram demonstrando dificuldades na identificação dos catetos e na interpretação do valor calculado para a hipotenusa a partir da malha quadriculada.

A questão 05 refere-se a uma situação-problema retirada do documentário apresentado, tendo como objetivo discutir a incoerência dos resultados para uma experiência que mede os raios quilométricos na superfície terrestre utilizando GPS e satélites em solo europeu. Nesse caso, a soma do quadrado dos catetos nessa situação não refletia o quadrado da hipotenusa. Essa situação-problema envolveu uma passagem de aprendizagem nova, o que gerou dificuldades na interpretação do fenômeno pelos alunos. A resolução estava associada à evolução significativa do conhecimento sobre o tema, pois, concordando com Ausubel (2003, p. 15), aguçou a curiosidade intelectual e a perspectiva de se adquirirem novos conhecimentos.

A partir da análise das respostas, definimos as seguintes categorias apresentadas na tabela 30.

TABELA 30 - CATEGORIAS DAS RESPOSTAS DOS ALUNOS À QUESTÃO 05 DA ATIVIDADE DO MOMENTO 02 DO SEGUNDO ENCONTRO DE APLICAÇÃO DA UEPS.

Categorias	Grupo 01	Grupo 02	Grupo 03	Total de Alunos
As medidas não foram realizadas no plano, uma vez que o planeta Terra tem a forma circular	3	4	6	13 (30,2%)
Erro nas medidas	7	-	2	9 (20,9%)
Algum problema técnico nos aparelhos de medida	1	2	2	5 (11,6%)
O Teorema de Pitágoras tem certo limite de distância	1	-	1	2 (4,7%)
Não respondeu	4	7	3	14 (32,6%)

FONTE: O autor (2015)

Somente 30,2% dos alunos pesquisados conseguiram identificar a incoerência no valor numérico calculado pelo Teorema de Pitágoras. A incongruência está relacionada ao fato do planeta Terra não ter uma superfície plana. Por exemplo, 50,1% dos alunos consideraram erro na medida ou problema técnico em algum dos aparelhos e 32,6% não responderam, o que pode estar associado à compreensão de que o Teorema de Pitágoras poderia ser aplicado para qualquer situação-problema. Mas podemos considerar a atividade como satisfatória, pois oportunizou uma discussão, enfatizando a validade do uso do Teorema de Pitágoras apenas para cálculos de superfícies planas.

5.2.2.3 – Momento 03

No momento 03 (apêndice F) utilizamos uma aplicação do Teorema de Pitágoras, partindo da seguinte situação-problema: Um barco ao atravessar um rio com correnteza consegue chegar ao outro lado da margem? E o ponto de chegada seria o mesmo se não existisse correnteza?

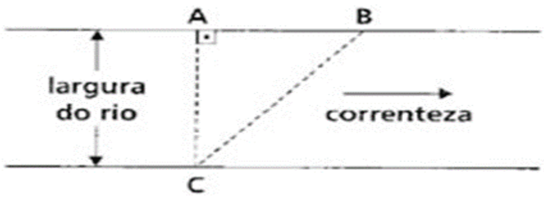
Foi realizada a leitura expositiva e participativa do texto sobre a soma de vetores (apêndice F), com o objetivo de discutir a situação na qual o barco atravessando o rio, de uma margem a outra e sob a influência da correnteza da água, acaba formando um triângulo retângulo em sua trajetória.

Foi possível demonstrar aos 43 alunos que nas operações com vetores perpendiculares utiliza-se o Teorema de Pitágoras para relacionar as distâncias percorridas e as velocidades vetoriais de um objeto em movimento:

Para analisarmos o nível de compreensão sobre operações com vetores perpendiculares, realizamos uma atividade contendo uma questão de nível técnico (questão 01) e duas do tipo mobilizável (questões 02 e 03), que são apresentadas no quadro 16.

QUADRO 16 - ATIVIDADE DO MOMENTO 03 DO SEGUNDO ENCONTRO DE APLICAÇÃO DA UEPS.

01 - Um turista que pretende pescar em um rio quer atravessá-lo de uma margem a outra. Partindo de uma posição representada pelo ponto C na margem do rio, representado na figura abaixo, ele pretende atracar no ponto A da margem que fica no outro lado do rio, porém ele consegue chegar ao ponto B. Sabendo-se que a distância percorrida pelo barco do turista, da margem C até a B, é de 100 m e que a distância entre os pontos A e B da margem são de 80 m, encontre a largura do rio.



02 – (UF-PI – modificado) Um barco, cuja velocidade em relação à margem é 4,0 m/s, movimenta-se em um rio, cuja correnteza tem velocidade de 3,0 m/s em relação as margens. Ao tentar atravessar o rio até a outra margem, a favor da correnteza, a velocidade do barco para um observador na margem do rio tem módulo igual a:

(a) 7,0 m/s (b) 5,0 m/s (c) 4,0 m/s (d) 3,0 m/s (e) 1,0 m/s

03 - Um barco a motor atravessa um rio de largura 400 m, perpendicularmente a correnteza e atinge a margem oposta 300 m rio abaixo. Encontre o deslocamento do barco de uma margem a outra.

FONTE: O autor (2015)

As categorias definidas estão dispostas nas tabelas 31, 32 e 33.

TABELA 31 - CATEGORIAS DAS RESPOSTAS DOS ALUNOS À QUESTÃO 01 DA ATIVIDADE DO MOMENTO 03 DO SEGUNDO ENCONTRO DE APLICAÇÃO DA UEPS.

Categorias	Grupo 01	Grupo 02	Grupo 03	Total de Alunos
Resposta Correta	9	12	14	35 (81,4%)
Resposta Incorreta	-	-	-	-
Não respondeu	7	1	-	8 (18,6%)

FONTE: O autor (2015)

TABELA 32 - CATEGORIAS DAS RESPOSTAS DOS ALUNOS À QUESTÃO 02 DA ATIVIDADE DO MOMENTO 03 DO SEGUNDO ENCONTRO DE APLICAÇÃO DA UEPS.

Categorias	Grupo 01	Grupo 02	Grupo 03	Total de Alunos
Resposta Correta	9	12	14	35 (81,4%)
Resposta Incorreta	3	-	-	3 (7%)
Não respondeu	4	1	-	5 (11,6%)

FONTE: O autor (2015)

TABELA 33 - CATEGORIAS DAS RESPOSTAS DOS ALUNOS À QUESTÃO 03 DA ATIVIDADE DO MOMENTO 03 DO SEGUNDO ENCONTRO DE APLICAÇÃO DA UEPS.

Categorias	Grupo 01	Grupo 02	Grupo 03	Total de Alunos
Resposta Correta	9	12	14	35 (81,4%)
Resposta Incorreta	-	-	-	-
Não respondeu	7	1	-	8 (18,6%)

FONTE: O autor (2015)

O índice de acerto nas três questões foi de 81,4%. Ou seja, mais significativo do que no teste inicial, que foi de 46,5%, demonstrando assim que as atividades desenvolvidas em cada momento da UEPS foram significativas.

Vale ressaltar que sete alunos do grupo 01 optaram por não responder a questão, possivelmente por dificuldades em relação à motivação. Como a falta de motivação vinha acontecendo ao longo do desenvolvimento das atividades nos momentos anteriores, procuramos motivá-los a participar das discussões, numa tentativa de inseri-los no processo de construção do conhecimento.

5.2.3 – Terceiro encontro presencial – razões trigonométricas no triângulo retângulo I

No terceiro encontro presencial (apêndice G) tivemos por objetivo discutir o tema *Razões Trigonométricas no Triângulo Retângulo*, com a finalidade de calcular as medidas dos lados de um triângulo retângulo, ou a medida de um ângulo e um lado, utilizando as relações trigonométricas seno, cosseno e tangente.

5.2.3.1 – Momento 01

No momento 01 (apêndice G) o objetivo foi, a partir da verificação de proporcionalidade entre os lados de um triângulo retângulo, compreender o significado conceitual e matemático das razões trigonométricas seno, cosseno e tangente. Para isso, foram construídos dois triângulos retângulos semelhantes, com o auxílio do *software GeoGebra*, com as medidas dos lados especificados. Foi solicitado que os alunos definissem, para os ângulos β e γ, diferentes de 90º: a razão entre o cateto adjacente e a hipotenusa, a razão entre o cateto oposto e a hipotenusa, a razão entre o cateto oposto e o cateto adjacente e a razão entre o cateto adjacente e o cateto oposto. Em seguida, os alunos efetuaram as atividades no quadro 17.

QUADRO 17 - ATIVIDADE DO MOMENTO 01 DO TERCEIRO ENCONTRO DE APLICAÇÃO DA UEPS.

01 – A que conclusão podemos chegar sobre as medições realizadas?

02 – Considerando um triângulo retângulo e fixando um ângulo agudo, complete as afirmações abaixo com a respectiva razão trigonométrica (sen, cos, tg e cotg):

(a) $\frac{cateto\ oposto}{hipotenusa} =$

(b) $\frac{cateto\ adjacente}{hipotenusa} =$

(c) $\frac{cateto\ oposto}{cateto\ adjacente} =$

(d) $\frac{cateto\ adjacente}{cateto\ oposto} =$

FONTE: O autor (2015)

A partir das respostas dos 43 alunos para a questão 01, definimos as categorias apresentadas na tabela 34.

TABELA 34 - CATEGORIAS DAS RESPOSTAS DOS ALUNOS À QUESTÃO 01 DA ATIVIDADE DO MOMENTO 01 DO TERCEIRO ENCONTRO DE APLICAÇÃO DA UEPS.

Categorias	Grupo 01	Grupo 02	Grupo 03	Total de Alunos
Como os triângulos possuem os mesmos ângulos, existe uma proporcionalidade na razão de seus lados	10	4	10	24 (55,8%)
Os triângulos são semelhantes	6	4	4	14 (32,6%)
As razões trigonométricas são constantes para o mesmo ângulo	-	5	-	5 (11,6%)

FONTE: O autor (2015)

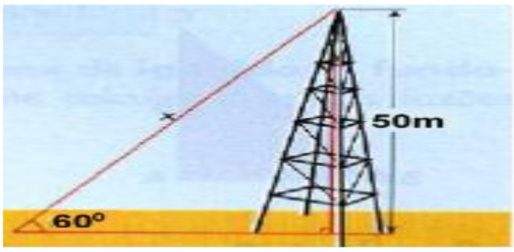
Da análise da tabela 34, foi possível identificar que os alunos verificaram a existência de proporcionalidade entre os lados dos triângulos, identificando, portanto, que as razões trigonométricas no triângulo retângulo são relações advindas da semelhança entre triângulos, desmistificando a ideia de uma relação definida somente a partir de um conhecimento pronto ou descoberto.

Quando à questão 02, os dados demonstram que todos os alunos dos grupos conseguiram identificar as *razões trigonométricas no triângulo retângulo*.

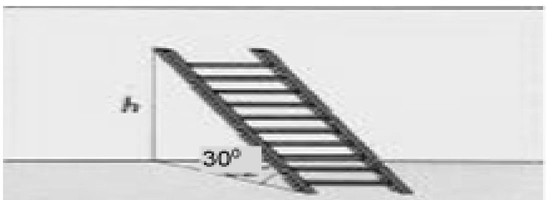
Com atividades apresentadas no quadro 18, procurou-se relacionar as razões trigonométricas num triângulo retângulo em situações-problema de nível de conhecimento técnico.

QUADRO 18 - ATIVIDADES DE APLICAÇÃO DO MOMENTO 01 DO TERCEIRO ENCONTRO DE APLICAÇÃO DA UEPS.

01 – Uma torre de transmissão de ondas de TV foi instalada em um terreno plano a uma altura de 50m em relação ao solo. Para segurança da torre, foi instalado um cabo de tensão que forma com o solo um ângulo de 60^0. Encontre qual deve ser o comprimento do cabo.



02 – Para trocar a luminária de uma parede de sua casa, Antenor necessitou colocar uma escada inclinada em relação à parede, definindo um ângulo de 30^0 com o solo, como mostra a figura. Sabendo-se que a escada tem um comprimento de 5 m, calcule a que altura ficou o topo da escada.



FONTE: O autor (2015)

Os resultados das respostas foram categorizados nas tabelas 35 e 36.

TABELA 35 - CATEGORIAS DAS RESPOSTAS DOS ALUNOS À QUESTÃO 01 DA ATIVIDADE DO MOMENTO 01 DO TERCEIRO ENCONTRO DE APLICAÇÃO DA UEPS

Categorias	Grupo 01	Grupo 02	Grupo 03	Total de Alunos
Resposta Correta	10	11	14	35 (81,4%)
Resposta Incorreta	3	1	-	4 (9,3%)
Não respondeu	3	1	-	4 (9,3%)

FONTE: O autor (2015)

TABELA 36 - CATEGORIAS DAS RESPOSTAS DOS ALUNOS À QUESTÃO 02 DA ATIVIDADE DO MOMENTO 01 DO TERCEIRO ENCONTRO DE APLICAÇÃO DA UEPS

Categorias	Grupo 01	Grupo 02	Grupo 03	Total de Alunos
Resposta Correta	11	13	14	38 (88,4%)
Resposta Incorreta	3	-	-	3 (6,9%)
Não respondeu	2	-	-	2 (4,7%)

FONTE: O autor (2015)

Dos 43 alunos participantes da pesquisa, 81,4% respondeu corretamente à questão 01 e 88,4% à questão 02, demonstrando conhecimento significativo sobre a aplicação das *razões trigonométricas no triângulo retângulo* em situações-problema de nível técnico. Observamos que, mesmo com a tentativa de motivar os alunos do grupo 01 em participar ativamente nas atividades, persistiu uma resistência em realizar cálculos matemáticos nas situações-problema.

5.2.3.2 – Momento 02

No momento 02 (apêndice G), com o objetivo de observar como questões do cotidiano dos alunos podem contribuir para facilitar a aprendizagem significativa das razões trigonométricas no triângulo retângulo, utilizamos as situações-problemas do quadro 19.

QUADRO 19 - ATIVIDADES DO MOMENTO 02 DO TERCEIRO ENCONTRO DE APLICAÇÃO DA UEPS.

01 - Ao subir uma ladeira a pé, você fica mais cansado do que andando numa superfície plana. Por que isso acontece?

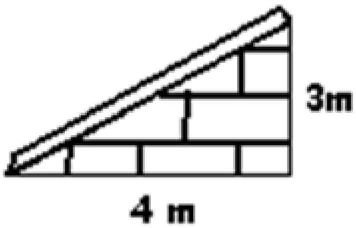
02 – Em rampas para cadeirantes, para facilitar o deslocamento da pessoa na subida ou na descida, o aclive da mesma deve ser maior ou menor? Justifique a sua resposta.

03 - Ao observarmos uma pessoa subindo uma rampa e considerando o ângulo de aclive qual a situação em que a pessoa teria menos dificuldades para subir? Justifique sua resposta.

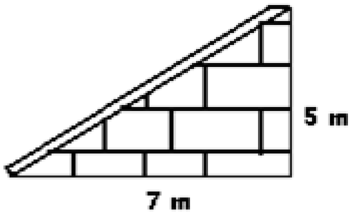
( ) menor ângulo. ( ) maior ângulo.

04 – Sem conhecer ângulos de subida, qual das duas rampas é a mais íngreme, ou seja, qual representa aclive maior? Justifique a sua resposta.

(1)



(2)



FONTE: O autor (2015)

A partir das análises das respostas dos 43 alunos à questão 01, definimos as categorias de respostas constantes na tabela 37.

TABELA 37 - CATEGORIAS DAS RESPOSTAS DOS ALUNOS À QUESTÃO 01 DA ATIVIDADE DO MOMENTO 02 DO TERCEIRO ENCONTRO DE APLICAÇÃO DA UEPS

Categorias	Grupo 01	Grupo 02	Grupo 03	Total de Alunos
Com um ângulo maior terei maior esforço para subir	9	10	2	21 (48,8%)
Com um ângulo maior terei maior gasto de energia	1	1	1	3 (7,0%)
Quanto maior o ângulo, mais difícil será para subir	-	-	3	3 (7,0%)
Quanto maior o ângulo maior será a dificuldade para subir, portanto, será preciso maior força	6	2	8	16 (37,2%)

FONTE: O autor (2015)

A partir das justificativas dos alunos à questão 02, foram definidas as categorias da tabela 38.

TABELA 38 - CATEGORIAS DAS JUSTIFICATIVAS DOS ALUNOS À QUESTÃO 02 DA ATIVIDADE DO MOMENTO 02 DO TERCEIRO ENCONTRO DE APLICAÇÃO DA UEPS

Categorias	Grupo 01	Grupo 02	Grupo 03	Total de Alunos
Com um ângulo menor o cadeirante realizará menor esforço para subir.	10	13	8	31 (72,0%)
Com um ângulo menor o cadeirante gastará menos energia.	-	-	5	5 (11,7%)
Quanto menor o ângulo menor será a dificuldade do cadeirante para subir, portanto, será preciso menor força.	6	-	1	7 (16,3%)

FONTE: Banco de dados do autor

Nas respostas às questões 01 e 02 observamos a utilização adequada, por parte de todos os alunos, do conceito de maior aclive e menor aclive a partir dos referenciais das situações descritas. Dos dados, observamos que o índice de acerto dos alunos do grupo 01 para questões discursivas foi maior, o que pode explicar possivelmente uma maior dificuldade de utilização da formulação matemática.

Quanto à questão 03, todos os alunos do grupo 02 e 03 e doze alunos do grupo 01 responderam corretamente que a rampa na qual a pessoa teria menor dificuldade de subir seria a de angulação menor. Os alunos justificam que tendo menor angulação a rampa será menos íngreme, ou seja, terá menor inclinação, facilitando a subida da pessoa.

No grupo 01 tivemos dois alunos assinalando maior ângulo, vale ressaltar que nenhum deles justificou a resposta, e dois alunos não responderam a questão.

As categorias elencadas para a questão 04 estão definidas na tabela 39.

TABELA 39 - CATEGORIAS DAS RESPOSTAS DOS ALUNOS À QUESTÃO 04 DA ATIVIDADE DO MOMENTO 02 DO TERCEIRO ENCONTRO DE APLICAÇÃO DA UEPS

Categorias	Grupo 01	Grupo 02	Grupo 03	Total de Alunos
Resposta Correta	5	8	4	17 (39,5%)
Resposta Incorreta	7	5	10	22 (51,1%)
Não respondeu	4	-	-	04 (9,4%)

FONTE: O autor (2015)

Na tabela 40 apresentamos as categorias definidas para as justificativas à questão 04.

TABELA 40 - CATEGORIAS DAS JUSTIFICATIVAS DOS ALUNOS À QUESTÃO 04 DA ATIVIDADE DO MOMENTO 02 DO TERCEIRO ENCONTRO DE APLICAÇÃO DA UEPS

Categorias	Grupo 01	Grupo 02	Grupo 03	Total de Alunos
O aclive maior é aquele de rampa com a altura maior	3	-	7	10 (23,2%)
Calculando o valor da hipotenusa, a maior será a rampa com maior aclive	-	3	1	4 (9,3%)
A rampa aparenta ser mais acentuada, por isso será mais difícil de subir	2	-	1	3 (7,0%)
O aclive maior será no triângulo de maior altura	2	-	-	2 (4,7%)
Encontrou os valores através do cálculo das razões trigonométricas dos ângulos da rampa	5	7	4	16 (37,2%)
Não justificou	4	3	-1	8 (18,6%)

FONTE: O autor (2015)

O índice de acerto de 39,5% foi melhor que o do teste inicial (27,9%), porém o índice de respostas incorretas igual a 51,1% caracteriza dificuldades ainda na utilização de relações matemáticas.

No teste inicial, cinco alunos responderam, justificando matematicamente, que o aclive maior seria representado por aquele triângulo que tem o maior índice de subida, utilizando a razão trigonométrica tangente. Após o desenvolvimento da UEPS, esse número de alunos aumentou para dezesseis, considerando-se os que identificaram corretamente a razão trigonométrica a ser utilizada. Porém, dezenove alunos não justificaram a questão dessa maneira, utilizaram uma justificativa com conceitos relacionados a termos da Física presentes em seu cotidiano.

Nessa situação, podemos inferir que, embora a disponibilidade do conhecimento prévio relevante na estrutura cognitiva do aluno facilite a aprendizagem, as experiências anteriores podem produzir o que Ausubel (2003) chama de interferências proativas de ideias preconcebidas, que nada mais é do que uma confusão cognitiva e disciplinar. Essa confusão gera uma inibição da aprendizagem, que é verificada na resolução de problemas que utilizam formulação matemática. Tal confusão cognitiva e disciplinar pode ter sido ocasionada pela ausência de discriminação entre o que é conhecimento novo e conhecimento prévio. A superação dessa confusão torna o material potencialmente significativo.

Visando uma experiência de ensino facilitadora para a compreensão das *razões trigonométricas no triângulo retângulo*, desenvolvemos uma experimentação lúdica para possibilitar a observação e a relação entre o índice de subida e o ângulo formado em um plano inclinado, tendo como eixo norteador as forças que agem em um corpo em relação à inclinação do plano.

A experiência empregou materiais de baixo custo (apêndice G), e foi dividida em dois momentos distintos. No primeiro, observava-se o comportamento de deslizamento de uma tampa de refrigerante à medida que se vai variando o ângulo entre o plano inclinado e a superfície na qual está posicionada a tampa. A variação do ângulo foi feita com o auxílio de um transferidor. No segundo momento, fixando-se uma lixa na tampa de refrigerante, observava-se o mesmo comportamento, porém, a superfície áspera da lixa aumenta a dificuldade de deslizamento da tampa de refrigerante.

Durante a experimentação ocorreu interatividade entre aluno-aluno e aluno-professor, mas os alunos do grupo 01 utilizaram um tempo maior para desenvolvimento das atividades experimentais por terem apresentado dificuldades para manusear os materiais da experimentação.

Esse experimento teve caráter qualitativo com o objetivo de observar: se os alunos identificariam que, à medida que o ângulo formado entre o plano inclinado e a superfície aumentava, a tampa de refrigerante se deslocava; que o aumento da velocidade desse deslocamento era diretamente proporcional ao aumento do ângulo; se eles identificariam que a lixa fixada na tampinha tornava a superfície da tampa mais áspera, criando uma dificuldade de arrastamento entre as superfícies, fazendo que o deslocamento só ocorresse em ângulos maiores do que o observado para a tampa sem lixa.

Esse experimento contribuiu para que todos os alunos observassem e compreendessem que o deslocamento de um corpo em um plano inclinado é influenciado pelo ângulo formado entre o plano e a superfície. Essa observação tornou-se ponto de partida para, através da discussão sobre as forças que agem em um corpo em um plano inclinado, criar situações-problema relacionadas à aplicação das razões trigonométricas no triângulo retângulo em situações de ensino de Física.

5.2.4 – Quarto encontro presencial – razões trigonométricas no triângulo retângulo II

Esse encontro (apêndice H) teve por objetivo associar o conhecimento sobre *razões trigonométricas no triângulo retângulo* com o estudo das forças de interação aplicadas num corpo localizado em um plano inclinado. No encontro prevaleceu a utilização do conhecimento adquirido no encontro anterior em situações a partir da utilização de tirinha em quadrinho, de software de animação e problemas propostos que foram resolvidos pelos alunos participantes.

5.2.3.1 – Momento 01

No momento 01 (apêndice H), com o auxílio da tirinha em quadrinhos, tivemos por objetivo identificar qual a concepção dos alunos sobre as forças que atuam em corpo num plano inclinado e sobre a influência que a inclinação tem sobre ele. A tirinha em quadrinhos descreve que em pistas de esqui o esquiador acelera na descida, por isso foi perguntado: para que a força resultante que atua no sentido do movimento seja cada vez maior é necessário aumentar ou diminuir o aclive da rampa? Todos os alunos responderam corretamente, que é necessário aumentar o aclive da rampa, caracterizando, então, o conhecimento adquirido com relação a influência que o ângulo exerce nas forças que deslocam um corpo em um ambiente de inclinação. Esse conhecimento possibilitou ao professor demonstrar matematicamente essa influência aplicando as razões trigonométricas.

5.2.3.2 – Momento 02

No momento 02 (apêndice H) utilizamos o *software de animação* “Forças no plano inclinado”, produzido pelo Núcleo de Construção de Objetos de Aprendizagem (NOA) do Departamento de Física da Universidade Federal da Paraíba. Essa atividade serviu para a observação do comportamento das forças aplicadas em um corpo no plano inclinado.

Através do texto da UEPS e de intervenção expositiva participativa, apresentamos conceitos relacionados com as forças envolvidas nesse processo, discutindo os componentes cartesianos da Força Peso e as suas relações com as razões trigonométricas a partir da observação da angulação da superfície.

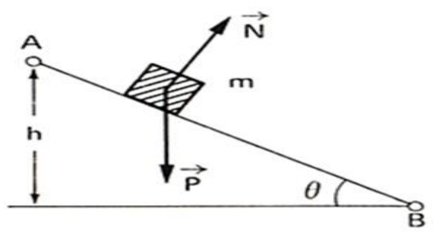
Com essas intervenções foi possível compreender situações como: (a) em uma superfície lisa a Força Resultante aplicada no corpo é função da razão trigonométrica seno; (b) em uma superfície rugosa a Força de Atrito é função da razão trigonométrica cosseno; (c) a aceleração do corpo em um plano inclinado não depende da massa do corpo, mas da inclinação do plano, por isso, quanto maior o ângulo maior será a aceleração do corpo na descida ou maior será a resistência ao movimento na subida.

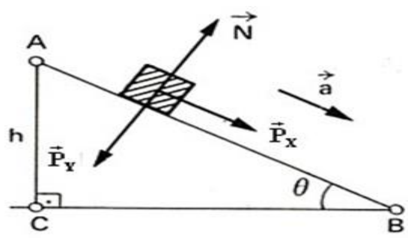
Para verificar se a sequência de ensino contribuiu efetivamente para a construção do conhecimento sobre razões trigonométrica no triângulo retângulo, a partir da sua aplicação em um Plano Inclinado, utilizamos três questões do nível de conhecimento mobilizável, constantes do quadro 20.

QUADRO 20 – ATIVIDADES DO MOMENTO 02 DO QUARTO ENCONTRO DE APLICAÇÃO DA UEPS.

1 - Um bloco de peso igual a 100 N está apoiado num plano inclinado de 30º em relação à horizontal, que não oferece atrito, e é abandonado no ponto A, conforme a figura. Determine:

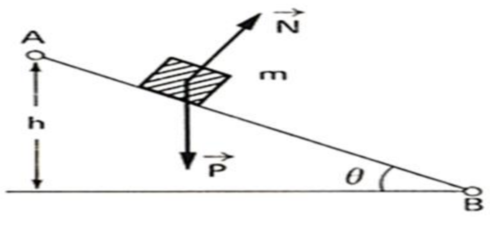
a) a aceleração com que o bloco desce o plano;
b) a intensidade da reação normal sobre o bloco;
c) A Força Resultante que o corpo possui enquanto desce o plano.



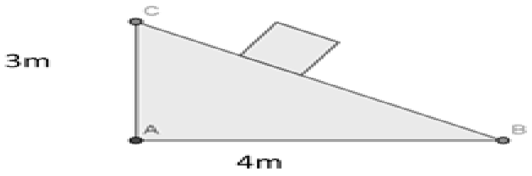


2 – Um corpo de peso 200N é abandonado sobre um plano inclinado sem atrito, como mostra a figura. Sabendo que θ=60º, determine:

a) a intensidade da força normal exercida pelo plano inclinado sobre o bloco;
b) o módulo da aceleração adquirida pelo bloco;
c) a intensidade da força resultante exercida sobre o bloco.



3 – Uma caixa é abandonada em um ponto C de um plano inclinado, conforme mostra a figura. Sabendo-se que o Peso do corpo vale 80 N, determine:
a) a aceleração com que a caixa desce o plano;
b) a intensidade da reação normal sobre o bloco;
c) A Força Resultante que o corpo tem enquanto desce o plano.



FONTE: O autor (2015)

Na análise das respostas dos 43 alunos, foram definidas as categorias: “totalmente correta”, “parcialmente correta”, “incorreta” e “não respondeu”. Os resultados dessa análise são apresentados nas tabelas 41, 42 e 43.

TABELA 41 - CATEGORIAS DAS RESPOSTAS DOS ALUNOS À QUESTÃO 01 DA ATIVIDADE DO MOMENTO 02 DO QUARTO ENCONTRO DE APLICAÇÃO DA UEPS

Categorias	Grupo 01	Grupo 02	Grupo 03	Total de Alunos
Totalmente correta	16	13	12	41 (95,3%)
Parcialmente correta	-	-	-	-
Incorreta	-	-	-	-
Não respondeu	-	-	2	2 (4,7%)

FONTE: O autor (2015)

TABELA 42 - CATEGORIAS DAS RESPOSTAS DOS ALUNOS À QUESTÃO 02 DA ATIVIDADE DO MOMENTO 02 DO QUARTO ENCONTRO DE APLICAÇÃO DA UEPS

Categorias	Grupo 01	Grupo 02	Grupo 03	Total de Alunos
Totalmente correta	11	13	12	36 (83,7%)
Parcialmente correta	5	-	-	5 (11,6%)
Incorreta	-	-	-	-
Não respondeu	-	-	2	2 (4,7%)

FONTE: O autor (2015)

TABELA 43 - CATEGORIAS DAS RESPOSTAS DOS ALUNOS À QUESTÃO 03 DA ATIVIDADE DO MOMENTO 02 DO QUARTO ENCONTRO DE APLICAÇÃO DA UEPS

Categorias	Grupo 01	Grupo 02	Grupo 03	Total de Alunos
Totalmente correta	14	13	12	39 (90,7%)
Parcialmente correta	-	-	-	-
Incorreta	-	-	-	-
Não respondeu	2	-	2	4 (9,3%)

FONTE: O autor (2015)

Os índices de acerto nas respostas às questões foram: 95,3% para a questão 01, 83,7% para a questão 02 e 90,7% para a questão 03. Esses índices demonstram que os alunos interpretaram as situações adequadamente e utilizaram corretamente as razões trigonométricas seno e cosseno, confirmando uma evolução em comparação com as respostas à questão 07 do teste inicial, que teve índice de acerto de 13,9%. Essa evolução de conhecimentos evidencia a potencialidade da UEPS e do papel mediador do professor em suas intervenções, que resultaram em maior motivação dos alunos, como observado através das negociações de significados nas discussões.

Vale destacar que os conteúdos que não ficaram devidamente compreendidos durante a interpretação dos textos e situações da UEPS tiveram sua reconciliação integrativa realizada em momentos propiciados pela intervenção do professor. A reconciliação como cita Moreira (2011(a), p. 22), permite eliminar diferenças aparentes, resolver inconsistências e integrar significados.

A evolução de conceitos gerados ao longo do desenvolvimento da UEPS pode caracterizar a retenção e a organização do tema proposto na estrutura cognitiva do aluno. Essa retenção de conhecimento pode minimizar dificuldades futuras no aprendizado das relações entre os conceitos das razões trigonométricas e os da Física, considerando que a UEPS tem por finalidade relacionar e fazer interagir, de forma substantiva e não arbitrária, novos conhecimentos com os conhecimentos prévios existentes na estrutura cognitiva do aluno.

5.3 - Da análise final

Para avaliar a aplicação da UEPS em sala de aula utilizamos dois instrumentos: a construção de um mapa conceitual pelos alunos e um teste final contendo questões de nível de conhecimento mobilizável e disponível, além de um mapa conceitual do tipo fechado.

Como essa análise final propõe-se investigar como os conceitos evoluíram na estrutura cognitiva dos alunos, considerando a interação do novo conhecimento com conhecimento prévio relevante. É esperado que a interação permita um nível de abstração mais complexo sobre o tema *razões trigonométricas no triângulo retângulo e aplicações* na Física.

5.3.1 – Do Mapa Conceitual

O mapa conceitual no trabalho de pesquisa foi utilizado como instrumento de avaliação em dois momentos distintos da pesquisa. No primeiro, a partir da análise do mapa, foi feita a identificação dos conhecimentos prévios relevantes ao tema, buscando-se identificar os conhecimentos existentes na estrutura cognitiva dos alunos, o que nos auxiliou na elaboração da UEPS. Com o segundo mapa, realizamos uma análise qualitativa, tendo como objetivo identificar a evolução conceitual dos alunos após aplicação da UEPS em sala de aula, para diagnosticar sobre o processo de ensino e o de aprendizagem; o que possibilitou identificar as vantagens e dificuldades ao utilizá-la.

Nos mapas construídos por cada participante dos grupos, identificamos os conceitos válidos e a frequência com que tais conceitos aparecem nos mapas, com o objetivo de avaliar a aquisição e a retenção de conceitos sobre o tema *razões trigonométricas no triângulo retângulo*. As tabelas 44, 45 e 46 apresentam os resultados da identificação dos conceitos e suas respectivas frequências.

TABELA 44 – CONCEITOS, E RESPECTIVAS FREQUÊNCIAS, QUE APARECEM NO MAPA CONCEITUAL 02 CONSTRUÍDO PELOS ALUNOS DO GRUPO 01

CONCEITOS	Alunos participantes do Grupo 01																
	A1	B1	C1	D1	E1	F1	G1	H1	I1	J1	K1	L1	M1	N1	O1	P1	TOTAL
Triângulo retângulo	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	16
Teorema de Pitágoras ($a^2 = b^2 + c^2$)	■	■	■	■		■	■	■	■	■	■	■	■	■			13
Ângulo reto	■	■	■	■		■			■	■	■			■	■		10
Cateto oposto	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■		■	■	■	■	15
Cateto adjacente	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■		■	■	■	■	15
Hipotenusa	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■		■	■	■	■	15
Semelhança entre triângulos		■	■					■	■			■		■			6
Seno	■	■	■	■		■	■		■	■	■	■	■	■			12
Cosseno	■	■	■	■		■	■		■	■	■	■	■	■			12
Tangente	■	■	■	■		■	■		■	■	■	■	■	■			12
Cotangente	■	■	■	■					■	■	■		■	■			9

FONTE: O autor (2015)

TABELA 45 – CONCEITOS, E RESPECTIVAS FREQUÊNCIAS, QUE APARECEM NO MAPA CONCEITUAL 02 CONSTRUÍDO PELOS ALUNOS DO GRUPO 02

CONCEITOS	Alunos participantes do Grupo 02													
	A2	B2	C2	D2	E2	F2	G2	H2	I2	J2	K2	L2	M2	TOTAL
Triângulo retângulo	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	13
Teorema de Pitágoras ($a^2 = b^2 + c^2$)	■	■	■	■	■	■	■	■	■		■	■	■	12
Ângulo reto	■			■		■	■	■	■					6
Cateto oposto	■	■		■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	12
Cateto adjacente	■	■		■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	12
Hipotenusa	■	■		■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	12
Semelhança entre triângulos							■							1
Seno	■		■	■	■	■		■		■			■	8
Cosseno	■		■	■	■	■		■		■			■	8
Tangente	■		■	■	■	■		■		■			■	8
Cotangente	■		■	■	■	■		■		■			■	8
Secante	■		■	■	■	■		■		■			■	8
Cossecante	■		■	■	■	■		■		■			■	8

FONTE: O autor (2015)

TABELA 46 – CONCEITOS, E RESPECTIVAS FREQUÊNCIAS, QUE APARECEM NO MAPA CONCEITUAL 02 CONSTRUÍDO PELOS ALUNOS DO GRUPO 03

CONCEITOS	Alunos participantes do Grupo 03														
	A3	B3	C3	D3	E3	F3	G3	H3	I3	J3	K3	L3	M3	N3	TOTAL
Triângulo retângulo	■	■	■	■	■	■	■	■		■	■		■		11
Teorema de Pitágoras ($a^2 = b^2 + c^2$)	■	■	■	■		■	■	■	■	■	■	■	■		12
Ângulo reto	■	■					■		■	■			■		6
Cateto oposto	■	■	■	■	■		■	■	■	■	■		■		11
Cateto adjacente	■	■	■	■	■		■	■	■	■	■		■		11
Hipotenusa	■	■	■	■	■		■	■	■	■	■		■		11
Semelhança entre triângulos	■				■		■								3
Seno	■	■	■		■	■	■	■	■	■	■	■	■		12
Cosseno	■	■	■		■	■	■	■	■	■	■	■	■		12
Tangente	■	■	■		■	■	■	■	■	■	■	■	■		12
Cotangente	■	■				■	■								4
Secante		■													1
Cossecante		■													1

FONTE: O autor (2015)

A tabela 47 apresenta as frequências com que os conceitos válidos aparecem no primeiro mapa conceitual construído pelos alunos antes da aplicação da UEPS e no segundo mapa conceitual construído após a aplicação da UEPS.

TABELA 47 - QUANTIDADE DE CONCEITOS VÁLIDOS QUE APARECEM NOS MAPAS 01 E 02

	Quantidade de conceitos válidos					
	Grupo 01		Grupo 02		Grupo 03	
	Mapa 01	Mapa 02	Mapa 01	Mapa 02	Mapa 01	Mapa 02
Conceitos válidos	10	11	12	13	9	13

FONTE: O autor (2015)

No segundo mapa do grupo 01 foi identificado um conceito a mais do que o evidenciado no primeiro, esse foi o conceito de cotangente discutido na UEPS. Quanto ao grupo 02, foi observado apenas a inclusão do conceito de semelhança entre triângulos. No grupo 03 foi verificada a maior evolução, com a inclusão no segundo mapa dos conceitos de semelhança entre triângulos, secante, cossecante e cotangente. A evolução na quantidade de conceitos pode ser considerada significativa, pois, abrangeu os conteúdos trabalhados na UEPS. A frequência de citação dos conceitos válidos por cada grupo em cada mapa está apresentada na tabela 48.

TABELA 48 - FREQUÊNCIA DE APARIÇÃO DOS CONCEITOS VÁLIDOS NO PRIMEIRO E SEGUNDO MAPAS CONCEITUAIS ELABORADOS PELOS TRÊS GRUPOS DE ALUNOS

Conceitos	Frequência de aparição dos conceitos válidos					
	Grupo 01		Grupo 02		Grupo 03	
	Mapa 01	Mapa 02	Mapa 01	Mapa 02	Mapa 01	Mapa 02
Triângulo retângulo	13	16	10	13	6	11
Teorema de Pitágoras ($a^2 = b^2 + c^2$)	8	13	11	12	10	12
Ângulo reto	8	10	4	6	3	6
Cateto oposto	11	15	8	12	12	11
Cateto adjacente	12	15	8	12	12	11
Hipotenusa	13	15	8	12	12	11
Semelhança entre triângulos	2	6	-	1	-	3
Seno	1	12	7	8	14	12
Cosseno	1	12	7	8	14	12
Tangente	1	12	6	8	14	12

Cotangente	-	9	1	8	-	4
Secante	-	-	1	8	-	1
Cossecante	-	-	1	8	-	1

FONTE: O autor (2015)

A partir dos dados coletados, observa-se que a frequência de aparições dos conceitos informados por cada grupo no segundo mapa foi maior que o primeiro. Vale ressaltar que a frequência de aparição de conceitos deve ser considerada de acordo com a quantidade de alunos que elaboraram o segundo mapa conceitual. Nesta situação, aparentemente o grupo 01 tem maior índice de frequência, o que se justifica por todos os alunos terem elaborado o segundo mapa.

Na construção do segundo mapa apareceram conceitos não trabalhados na UEPS, como, por exemplo, conceitos de secante e cossecante, caracterizando conhecimentos prévios dos alunos. Esse fato não ocorreu com os alunos do grupo 01, justificando a ausência de subsunçores em algumas atividades da UEPS neste grupo.

Concordamos com Novak (1984, p. 40), quando coloca que a melhor forma de facilitar a aprendizagem significativa dos alunos é ajuda-los explicitamente a verem a natureza e o papel de conceitos, bem como a relação entre eles, tal como existem nas suas mentes e como existem “lá fora”, no mundo ou em instruções escritas ou orais.

Ainda citando Novak (1981, p. 68), a questão central é que a aprendizagem eficiente de conceitos requer capacidade de explicação das relações entre conceitos, para isso, a classificação do nível de hierarquia possibilita configurar a sequência dos conceitos, como eles se comportam, dos mais inclusivos e gerais para os mais específicos e subordinados, e a relações hierárquicas que existem entre eles. As tabelas 49, 50 e 51 apresentam os níveis hierárquicos, de acordo com a classificação Novak e Gowin (1984).

TABELA 49 – CLASSIFICAÇÃO EM NÍVEIS HIERÁRQUICOS DO SEGUNDO MAPA CONCEITUAL CONSTRUÍDO PELOS ALUNOS DO GRUPO 01

Nível hierárquico	Alunos participantes do Grupo 01																
	A1	B1	C1	D1	E1	F1	G1	H1	I1	J1	K1	L1	M1	N1	O1	P1	TOTAL
Nível 00																	-
Nível 01																	08
Nível 02																	04
Nível 03																	04

FONTE: O autor (2015)

TABELA 50 – CLASSIFICAÇÃO EM NÍVEIS HIERÁRQUICOS DO SEGUNDO MAPA CONCEITUAL CONSTRUÍDO PELOS ALUNOS DO GRUPO 02

CONCEITOS	Alunos participantes do Grupo 02													
	A2	B2	C2	D2	E2	F2	G2	H2	I2	J2	K2	L2	M2	TOTAL
Nível 00														00
Nível 01														04
Nível 02														08
Nível 03														01

FONTE: O autor (2015)

TABELA 51 – CLASSIFICAÇÃO EM NÍVEIS HIERÁRQUICOS DO SEGUNDO MAPA CONCEITUAL CONSTRUÍDO PELOS ALUNOS DO GRUPO 03

CONCEITOS	Alunos participantes do Grupo 03														
	A3	B3	C3	D3	E3	F3	G3	H3	I3	J3	K3	L3	M3	N3	TOTAL
Nível 00															-
Nível 01															05
Nível 02															05
Nível 03															03
Não construiu o mapa															01

FONTE: O autor (2015)

Na análise sobre a alteração de nível entre os mapas construídos, identificamos no grupo 01 que 53,8% dos alunos elevaram o nível hierárquico nos mapas; no grupo 02 o percentual foi de 27,2%; e no grupo 03, 46,1% de alunos modificaram os níveis hierárquicos, havendo uma elevação.

Os grupos 01 e 03, composto por alunos que nunca tiveram contato com a ferramenta mapa conceitual, conseguiram ter uma evolução mais evidente que o grupo 02, composto de alunos que já conheciam esta ferramenta. Isto se justifica pelo os alunos do grupo 02 já demonstrarem melhor desempenho na elaboração dos primeiros mapas, tendo esse desempenho praticamente se mantido em relação à elaboração do segundo mapa.

Corroboramos com Novak (1981, p. 63) que a intervenção e orientação do professor no desenvolvimento do mapa conceitual, visando o estabelecimento da disposição do aluno em aprender, pode influenciar significativamente não só na forma que a informação é internalizada na estrutura cognitiva, mas também na forma que essa informação é externalizada pelo aluno quando da construção do mapa conceitual. Esse deve ser um dos papéis mais importantes do professor nesse processo de construção dos mapas. Assim, pode-se entender que, como o grupo 2 já tinha vivenciado a construção de mapas conceituais, essa vivência pode ter contribuído para menor interação na construção dos mapas.

Na identificação dos níveis hierárquicos dos mapas conceituais, visualizamos também as relações hierárquicas entre os conceitos. Os quantitativos dessas relações estão indicados nas tabelas 52, 53 e 54.

TABELA 52 – QUANTIDADE DE RELAÇÕES ENTRE CONCEITOS NO SEGUNDO MAPA CONCEITUAL CONSTRUÍDO PELOS ALUNOS DO GRUPO 01

Alunos do Grupo 01	A1	B1	C1	D1	E1	F1	G1	H1	I1	J1	K1	L1	M1	N1	O1	P1
Relações entre conceitos	12	11	8	8	4	5	5	4	11	8	5	2	2	8	3	4

FONTE: O autor (2015)

TABELA 53 – QUANTIDADE DE RELAÇÕES ENTRE CONCEITOS NO SEGUNDO MAPA CONCEITUAL CONSTRUÍDO PELOS ALUNOS DO GRUPO 02

Alunos do Grupo 02	A2	B2	C2	D2	E2	F2	G2	H2	I2	J2	K2	L2	M2
Relações entre conceitos	7	7	5	8	7	7	6	0	3	4	4	3	6

FONTE: O autor (2015)

TABELA 54 – QUANTIDADE DE RELAÇÕES ENTRE CONCEITOS NO SEGUNDO MAPA CONCEITUAL CONSTRUÍDO PELOS ALUNOS DO GRUPO 03

Alunos do Grupo 03	A3	B3	C3	D3	E3	F3	G3	H3	I3	J3	K3	L3	M3	N3
Relações entre conceitos	5	9	7	0	5	4	7	5	3	6	3	1	8	-

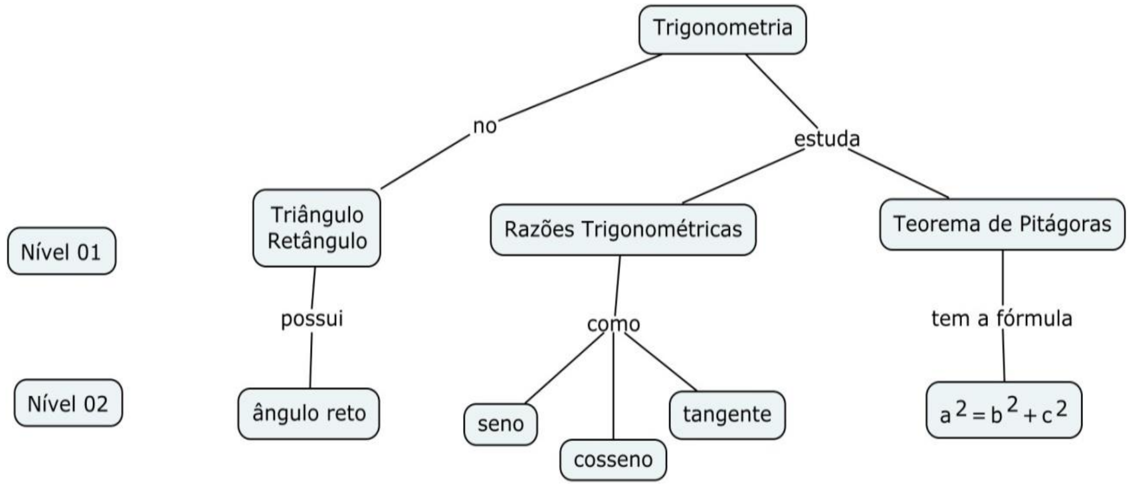
FONTE: O autor (2015)

As relações válidas analisadas no mapa 02 demonstram uma evolução significativa em relação aos do primeiro mapa. O aumento das relações entre conceitos para o grupo 01 foi de 100%; para o grupo 02 esse aumento foi de 69,0%; e de 83,3% para o grupo 03. Embora essa evolução não signifique necessariamente aperfeiçoamento da diferenciação cognitiva, pois como cita Novak (1981, p. 87), a diferenciação cognitiva na aprendizagem significativa ocorre gradualmente, à medida que o aluno amadurece. É razoável supor que a quantidade comparativamente pequena de relações entre conceitos, identificada do primeiro para o segundo mapa, poderia ter pouca ou nenhuma influência na relativa adequação da estrutura cognitiva do aluno, uma vez que o tempo pode ter sido insuficiente tanto para uma sequência de ensino quanto para uma avaliação através de mapas conceituais.

Não se observou, tanto no primeiro como no segundo mapa conceitual, ligações cruzadas válidas entre os conceitos. A evidência do estabelecimento dessas ligações é uma forma importante de identificarmos se houve ligações significativas entre um segmento de hierarquia conceitual e o outro.

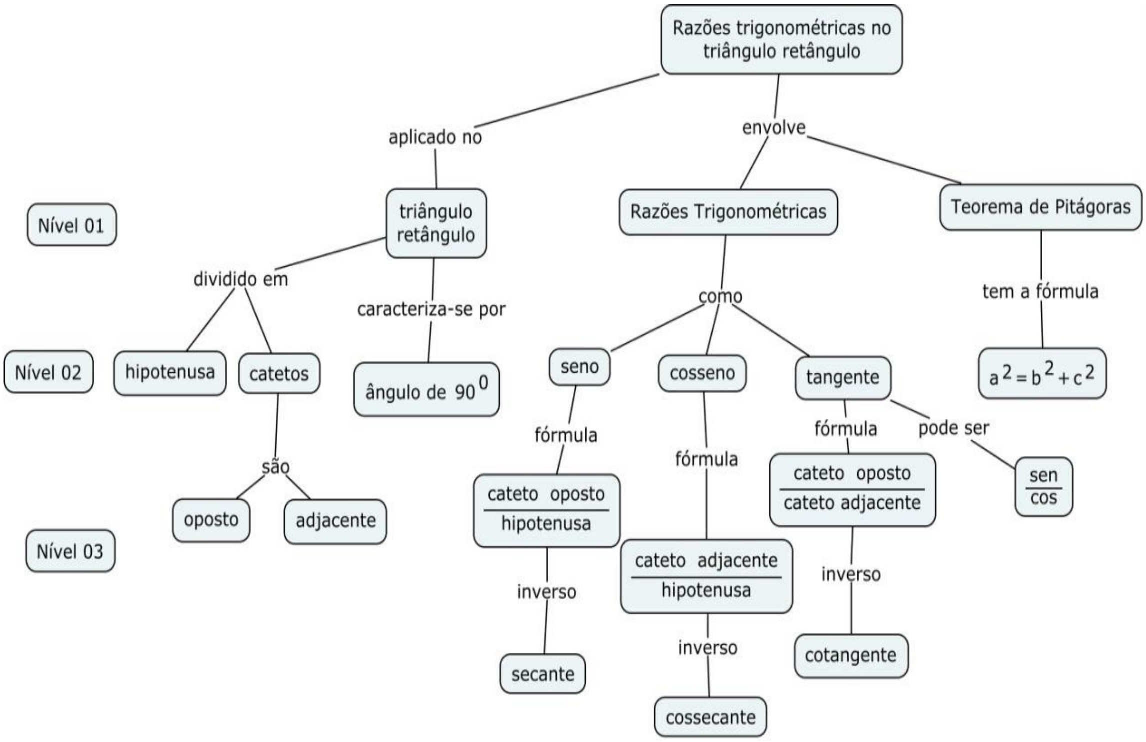
Na estruturação dos mapas predominou a diagramação em forma de rede, sequencial ou linear, que obedeceu a uma ordem hierárquica de conceitos. Nas figuras 11, 12 e 13 estão apresentados alguns dos mapas construídos pelos alunos, de forma a representar a estrutura e o nível hierárquico desses mapas. Escolhemos mapas elaborados pelos mesmos alunos que produziram os transcritos na análise prévia, para analisarmos melhor a evolução deles. Os mapas foram manuscritos, porém, para auxiliar na leitura, foram transcritos *ipsis litteris* para o *software cmaptools*.

FIGURA 11: SEGUNDO MAPA CONCEITUAL CONSTRUÍDO PELO ALUNO G1



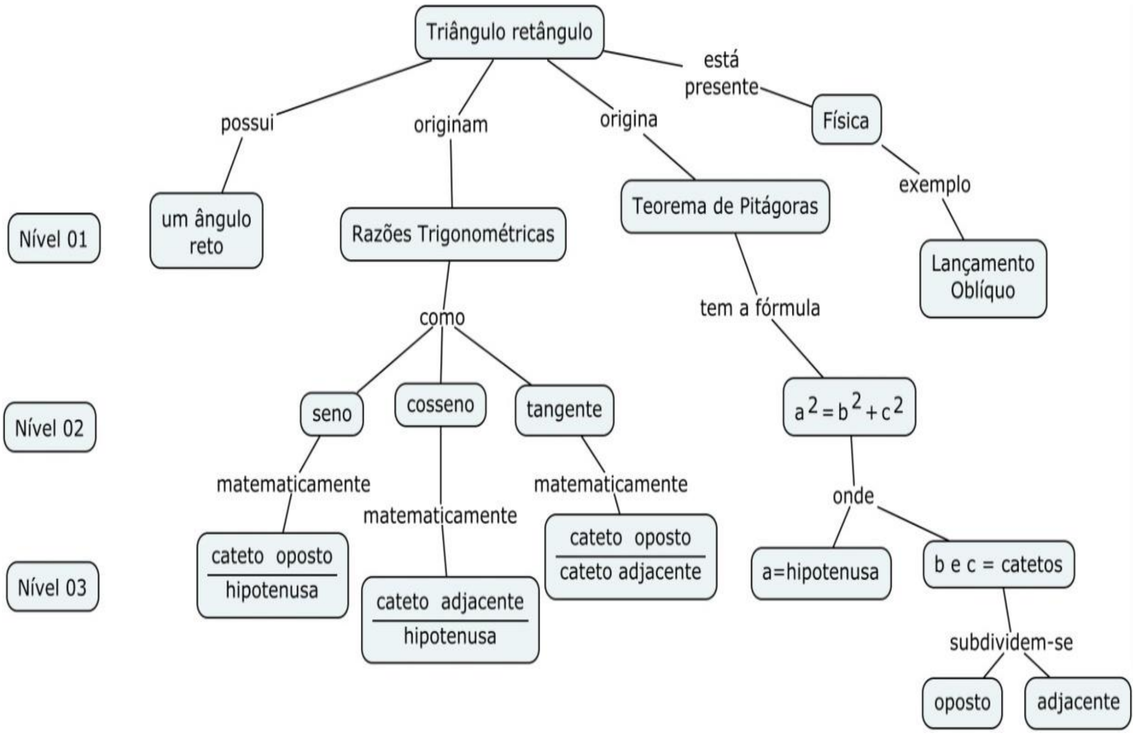
FONTE: O autor (2015)

FIGURA 12 – SEGUNDO MAPA CONCEITUAL CONSTRUÍDO PELO ALUNO B3.



FONTE: O autor (2015)

FIGURA 13 – SEGUNDO MAPA CONCEITUAL CONSTRUÍDO PELO ALUNO D2



FONTE: O autor (2015)

A análise da estrutura dos mapas nos permitiu evidenciar a evolução deles no que se refere à construção, representação dos conceitos, relações conceituais, aos níveis hierárquicos e quanto à criatividade dos alunos em desenhá-los.

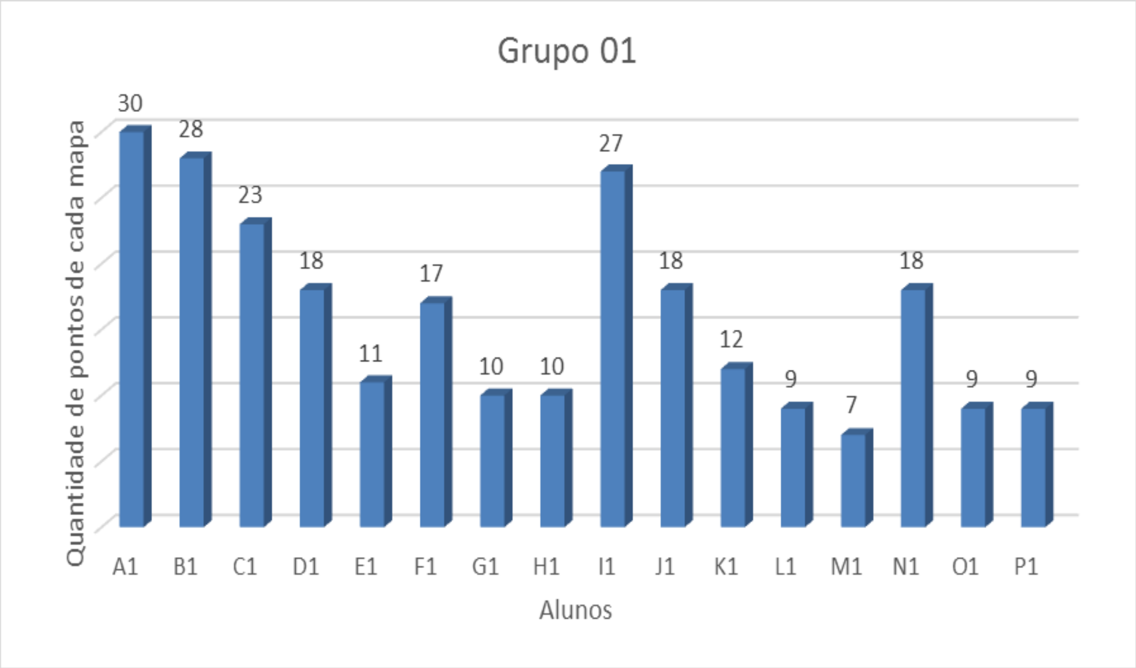
Novamente, na análise quantitativa dos mapas conceituais utilizamos o modelo de pontuação proposto por Novak e Gowin (1984, p. 53):

$Q_M = Q_C + Q_H.5 + Q_L.2 + Q_E$

Em que: Q_M é a quantidade de pontos de cada mapa conceitual; Q_C é a quantidade de relações válidas entre conceitos; Q_H é a pontuação referente aos níveis de hierarquização; Q_L é a quantidade de ligações cruzadas válidas e significativas e; Q_E é a quantidade de exemplos válidos.

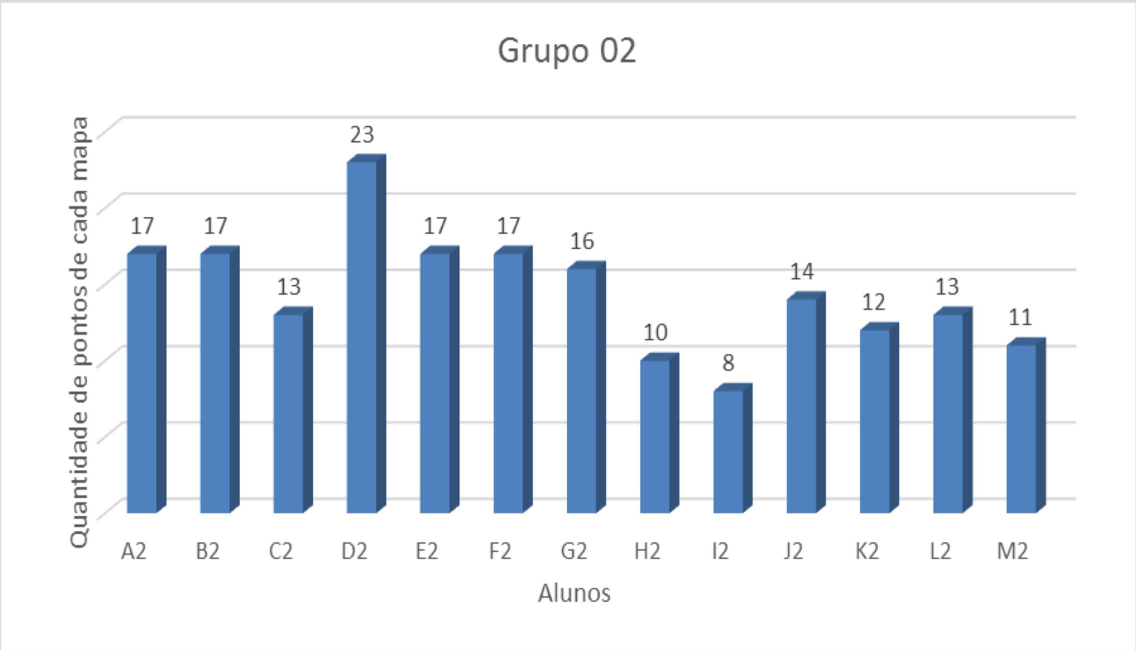
Os escores de cada mapa construído dos grupos pesquisados se encontram nos gráficos das figuras 14, 15 e 16.

FIGURA 14 – QUANTIDADE DE PONTOS DO SEGUNDO MAPA CONCEITUAL CONSTRUÍDO PELOS ALUNOS DO GRUPO 01



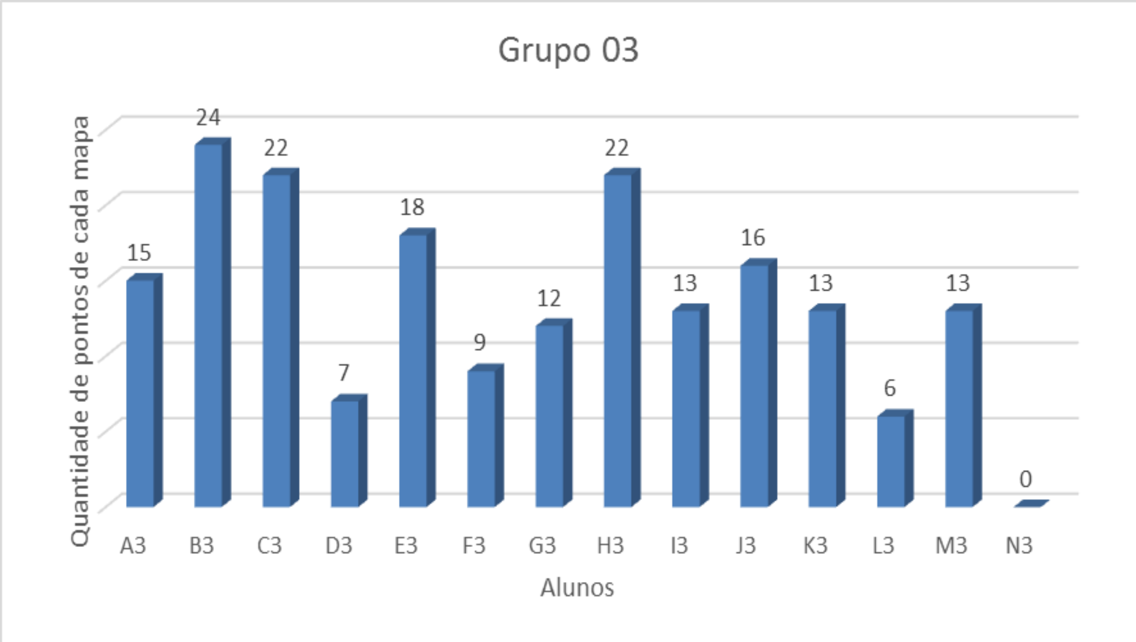
FONTE: O autor (2015)

FIGURA 15 – QUANTIDADE DE PONTOS DO SEGUNDO MAPA CONCEITUAL CONSTRUÍDO PELOS ALUNOS DO GRUPO 02



FONTE: O autor (2015)

FIGURA 16 – QUANTIDADE DE PONTOS DO SEGUNDO MAPA CONCEITUAL CONSTRUÍDO PELOS ALUNOS DO GRUPO 03



FONTE: O autor (2015)

Tomando como referência a totalidade dos dados da quantidade de pontos de cada grupo na relação entre o primeiro e o segundo mapa conceituais construídos, obtivemos que o índice percentual de melhoria da pontuação para o grupo 01 foi de 92,4%; para o grupo 02 foi de 38,2%; e para o grupo 03 de 61,0%.

Percebe-se que os grupos tiveram um avanço quantitativo nos valores do escore do segundo mapa em relação ao primeiro, caracterizado principalmente pela quantidade de ligações entre conceitos, pela melhoria no nível hierárquico e relativo ao aparecimento de exemplos referentes às situações-problema das atividades da UEPS.

Como coloca Moreira (2011(a), p. 135), os mapas conceituais são instrumentos que podem levar a profundas modificações na maneira de ensinar, de avaliar e de aprender, por promoverem a aprendizagem significativa, principalmente quando comparadas com técnicas didáticas voltadas para a aprendizagem mecânica. Porém é necessário que os alunos adquiram habilidades que auxiliem a construção desses mapas.

Moreira (2011(a), p. 142) também diz que o primeiro intento de mapa tem simetria pobre, e alguns conceitos ou grupos de conceitos acabam ficando mal situados em relação a outros que estão mais relacionados entre si. Portanto, seria útil que fossem possibilitadas construções de uma quantidade maior de mapas no desenvolvimento das atividades de aprendizagem de novos conceitos.

Na elaboração dos mapas conceituais o papel mediador do professor, auxiliando os alunos e participando ativamente com perguntas, comentários e críticas e negociando significados, contribui para melhorar a estruturação desses mapas. Moreira (2011(a)) ressalta que professor não deve atestar se o mapa está “certo ou errado”, nem deve apresentar “o” mapa conceitual de certo conteúdo; na verdade, ele poderá apresentar “um” mapa para esse conteúdo, segundo os significados que se atribuem aos conceitos e às relações significativas entre esses conceitos.

A partir da análise dos mapas conceituais construídos pelos alunos, foi possível verificar uma evolução em cada mapa dos alunos em relação aos primeiros mapas. Assim, os mapas foram úteis como instrumentos que auxiliaram na identificação dos conhecimentos prévios dos alunos antes da elaboração e após o desenvolvimento da UEPS, possibilitando a identificação da evolução conceitual nas estruturas cognitivas dos alunos com a aplicação da UEPS.

Para Moreno *et al.*,

> utilizado como instrumento de avaliação da aprendizagem, o mapa conceitual revela aspectos cognitivos, atitudinais e procedimentais do educando, considerando que, no seu processo de elaboração, interagem aspectos motivacionais integrados à capacidade de pensar e atuar. O exercício da capacidade de conceptualização requer o desenvolvimento de habilidades, que envolvem funções de atenção, memória, abstração, comparação e diferenciação, para selecionar conteúdos considerados significativos, estabelecer relações entre eles e com os conhecimentos prévios, e elaborar uma síntese gráfica de proposições. (MORENO *et al.*, 2007, p.461).

Dessa forma, os mapas conceituais produzidos pelos alunos auxiliaram a configurar, assim, a UEPS como um material de ensino potencialmente significativo. Afinal, podemos afirmar, com base em Ausubel (2003), a construção deles influenciou a estrutura cognitiva dos alunos, no que se refere a compreensão de explicações e das propriedades integradoras dos conceitos e princípios específicos e unificadores apresentados durante o seu desenvolvimento.

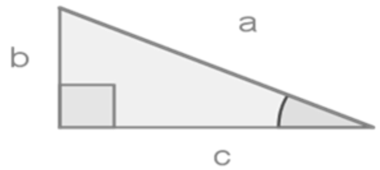
5.6.2 – Do teste final

O teste final (apêndice I) foi aplicado aos três grupos de alunos participantes da pesquisa com a finalidade de identificar a evolução conceitual dos alunos, a partir da análise das respostas e da identificação das principais dificuldades manifestadas em sua resolução.

A questão 01, de nível mobilizável, apresentada no quadro 21, objetivou verificar o conhecimento dos alunos sobre as razões trigonométricas.

QUADRO 21 - QUESTÃO 01 DO TESTE FINAL

01 – A partir do triângulo retângulo abaixo e Fixando o ângulo β, efetue a correspondência:



(1) sen β	( ) c/a
(2) cos β	( ) c/b
(3) tg β	( ) b/c
(4) cotg β	( ) b/a

FONTE: O autor (2015)

As categorias das respostas dos alunos para a questão 01 encontram-se na tabela 55.

TABELA 55 - CATEGORIAS DAS RESPOSTAS DOS ALUNOS À QUESTÃO 01 DO TESTE FINAL

Categorias	Grupo 01	Grupo 02	Grupo 03	Total de Alunos
Resposta Correta	12	10	14	36 (83,7%)
Resposta Incorreta	4	3	-	7 (16,3%)

FONTE: O autor (2015)

O índice de acerto observado foi de 83,7%, enquanto no momento 01 do terceiro encontro presencial evidenciamos que todos os alunos conseguiram identificar as razões seno, cosseno e tangente. Vale ressaltar que a questão do momento 01 é do nível de conhecimento técnico, portanto, possivelmente a evolução na complexidade da questão e por ela ser do nível mobilizável, ou seja, uma atividade que requer não somente a aplicação da fórmula pode justificar as dificuldades dos alunos em reconhecer os catetos oposto e adjacente.

Da análise dos dados, podemos destacar que o grupo 01 continuou apresentando dificuldades na resolução de questões, principalmente quando a questão era de nível mobilizável ou disponível, mas quando as questões podiam ser resolvidas de forma direta e imediata, caracterizadas pelo nível de conhecimento técnico, o índice de acerto do grupo foi significativo. Além do que, observamos durante o desenvolvimento da UEPS que esse grupo apresentava dificuldades de motivação e interação, mesmo após as tentativas de motivar e integrar os alunos que o compunham.

A questão 02, no quadro 22, de nível mobilizável, teve por objetivo avaliar a aplicação das razões trigonométricas no triângulo retângulo.

QUADRO 22 - QUESTÃO 02 DO TESTE FINAL

02 - (COVESP-PE) Um barco atravessa um rio num trecho onde a largura é 100m, seguindo uma direção que forma um ângulo de 30º com uma das margens. Assinale a alternativa certa para a distância percorrida pelo barco para atravessar o rio.

a) 100m b) 200m C) 150m d) 250m

FONTE: COVESP-PE

As categorias das respostas dos alunos para a questão 03 encontram-se na tabela 56.

TABELA 56 - CATEGORIAS DAS RESPOSTAS DOS ALUNOS À QUESTÃO 02 DO TESTE FINAL

Categorias	Grupo 01	Grupo 02	Grupo 03	Total de Alunos
Resposta Correta	10	10	12	32 (74,4%)
Resposta Incorreta	5	1	1	7 (16,3%)
Não respondeu	1	2	1	4 (9,3%)

FONTE: O autor (2015)

A questão 03, apresentada no quadro 23, de nível disponível, teve por objetivo a aplicação das razões trigonométricas no triângulo retângulo em uma situação da Física referente ao princípio de propagação retilínea da luz.

QUADRO 23 - QUESTÃO 03 DO TESTE FINAL

03 - (UNIFOR-CE) Em certa hora do dia, os raios do Sol incidem sobre um local plano com uma inclinação de 60º em relação à horizontal. Nesse momento, o comprimento da sombra de uma construção de 6m de altura será, aproximadamente:

a) 10,2m b) 8,5m c) 5,9m d) 4,2m e) 3,4m

FONTE: UNIFOR-CE

As categorias das respostas dos alunos para a questão 03 encontram-se na tabela 57.

TABELA 57 - CATEGORIAS DAS RESPOSTAS DOS ALUNOS À QUESTÃO 03 DO TESTE FINAL

Categorias	Grupo 01	Grupo 02	Grupo 03	Total de Alunos
Resposta Correta	9	9	11	29 (67,4%)
Resposta Incorreta	4	1	1	6 (14,0%)
Não respondeu	3	3	2	8 (18,6%)

FONTE: O autor (2015)

As questões 02 e 03 são de níveis de conhecimento diferentes, mas estão associados a aplicações das razões trigonométricas na Física.

O índice de acerto para a questão 02 foi de 74,4% e para a questão 03 foi de 67,4%, enquanto na questão 07 do teste inicial, que tratava do mesmo tema, esse índice foi de 13,9%. A melhoria dos índices de acerto demonstra uma evolução conceitual que poderá estar associada à potencialidade do material e ao papel mediador do professor na busca de eliminar diferenças e integrar significados às situações-problema, pois são elas que dão sentido aos novos conhecimentos, além de funcionarem como organizadores prévios.

Sobre os alunos que assinalaram incorretamente, observamos que isso remete a dificuldades de interpretação e representação de questões em nível mobilizável e disponível. Dificuldades inerentes a alunos que têm como hábito resolver questões de nível técnico, devido a forma de aquisição de conhecimento centrado na aprendizagem mecânica.

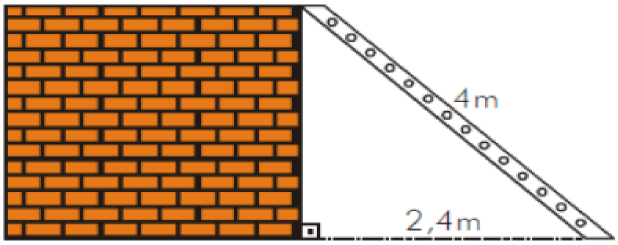
A questão 04, apresentada no quadro 24, de nível mobilizável, teve por objetivo avaliar a aplicação do Teorema de Pitágoras.

As categorias das respostas dos alunos para a questão 04 encontram-se na tabela 58.

QUADRO 24 - QUESTÃO 04 DO TESTE FINAL

04 - (MOJI-SP) Uma escada que mede 4 m tem uma de suas extremidades amparada no topo de um muro, e a outra extremidade dista 2,4 m da base do muro. A altura do muro é:

a) 2,3m b) 3,0m c) 3,2m d) 3,8m



FONTE: MOJI-SP

TABELA 58 - CATEGORIAS DAS RESPOSTAS DOS ALUNOS À QUESTÃO 04 DO TESTE FINAL

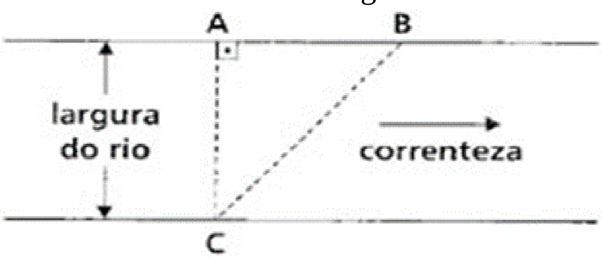
Categorias	Grupo 01	Grupo 02	Grupo 03	Total de Alunos
Resposta Correta	10	13	13	36 (67,4%)
Resposta Incorreta	3	-	-	3 (14,0%)
Não respondeu	3	-	1	3 (18,6%)

FONTE: O autor (2015)

A questão 05, no quadro 25, de nível mobilizável, também tem por objetivo avaliar sobre a aplicação do Teorema de Pitágoras.

QUADRO 25: QUESTÃO 05 DO TESTE FINAL

05 - Para determinar a distância de uma margem à outra do rio, um navegante mediu a distância de partida no ponto C até atracar no outro lado da margem no ponto B da margem do rio, encontrando 50 m. Sabendo que a distância entre os pontos A e B é de 30m, determine a distância entre a margem C até A.



FONTE: O autor (2015)

As categorias das respostas dos alunos para a questão 05 estão apresentadas na tabela 59.

TABELA 59 - CATEGORIAS DAS RESPOSTAS DOS ALUNOS À QUESTÃO 05 DO TESTE FINAL

Categorias	Grupo 01	Grupo 02	Grupo 03	Total de Alunos
Resposta Correta	10	13	14	37 (86,0%)
Resposta Incorreta	6	-	-	6 (14,0%)

FONTE: O autor (2015)

As questões 04 e 05 são de níveis de conhecimento mobilizável e associadas ao Teorema de Pitágoras.

O índice de acerto para a questão 04 foi de 67,4% e para a questão 05 foi de 86,0%, enquanto na questão 06 do teste inicial, que tratava do mesmo tema, esse índice foi de 46,5%. Esse crescimento da quantidade de alunos que acertaram as questões no teste final demonstra uma evolução conceitual.

O grupo 01 foi o único em que os alunos não alcançaram 100,0% de acerto. Esse fato remete à persistência nas dificuldades de interpretação e representação de questões em nível mobilizável por parte dos integrantes desse grupo.

A questão 06, transcrita no quadro 26, de nível disponível, teve por objetivo a verificação da compreensão dos alunos acerca da aplicação de semelhança de triângulos a partir do princípio de propagação retilínea da luz.

QUADRO 26 - QUESTÃO 06 DO TESTE FINAL.

06 - Um menino de 1,5m de altura produz uma sombra de 50 cm. No mesmo instante, um prédio próximo do menino produz uma sombra de 20 m. A altura do prédio, em metros, é:

(a) 20 (b) 30 (c) 50 (d) 60 (e) 10.

FONTE: O autor (2015)

As categorias das respostas dos alunos para a questão 06 encontram-se na tabela 60.

TABELA 60 - CATEGORIAS DAS REPOSTAS DOS ALUNOS À QUESTÃO 06 DO TESTE FINAL

Categorias	Grupo 01	Grupo 02	Grupo 03	Total de Alunos
Resposta Correta	13	11	13	37 (86,0%)
Resposta Incorreta	2	1	-	3 (7,0%)
Não respondeu	1	1	1	3 (7,0%)

FONTE: O autor (2015)

O índice de acerto dos alunos foi de 86,0%, enquanto na questão 01 do momento 04 do primeiro encontro presencial da UEPS, que tratava sobre o mesmo tema, foi de 72,0%.

A sétima questão, no quadro 27, de nível mobilizável, teve por objetivo avaliar sobre aplicação das razões trigonométricas no triângulo retângulo, tendo como aplicação o plano inclinado.

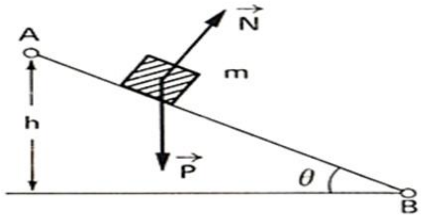
QUADRO 27 - QUESTÃO 07 DO TESTE FINAL.

07 - Um corpo de peso 100 N é abandonado sobre um plano inclinado sem atrito, como mostra a figura. Sabendo que $\theta=60^0$, determine:

a) a intensidade da força normal exercida pelo plano inclinado sobre o bloco;

b) o módulo da aceleração adquirida pelo bloco;

c) a intensidade da força resultante exercida sobre o bloco.



FONTE: O autor (2015)

As categorias das respostas da questão 07 se encontram na tabela 61.

TABELA 61 - CATEGORIAS DAS RESPOSTAS DOS ALUNOS À QUESTÃO 07 DO TESTE FINAL

Categorias	Grupo 01	Grupo 02	Grupo 03	Total de Alunos
Totalmente correta	14	12	13	39 (90,7%)
Parcialmente correta	2	1	1	4 (9,3%)
Incorreta	-	-	-	-
Não respondeu	-	-	-	-

FONTE: O autor (2015)

O índice de acerto dos alunos foi de 90,7%, demonstrando que eles permaneceram interpretando as situações adequadamente e utilizaram corretamente as razões trigonométricas seno e cosseno. No momento 02 do quarto encontro presencial o índice médio de acerto de 89,9%.

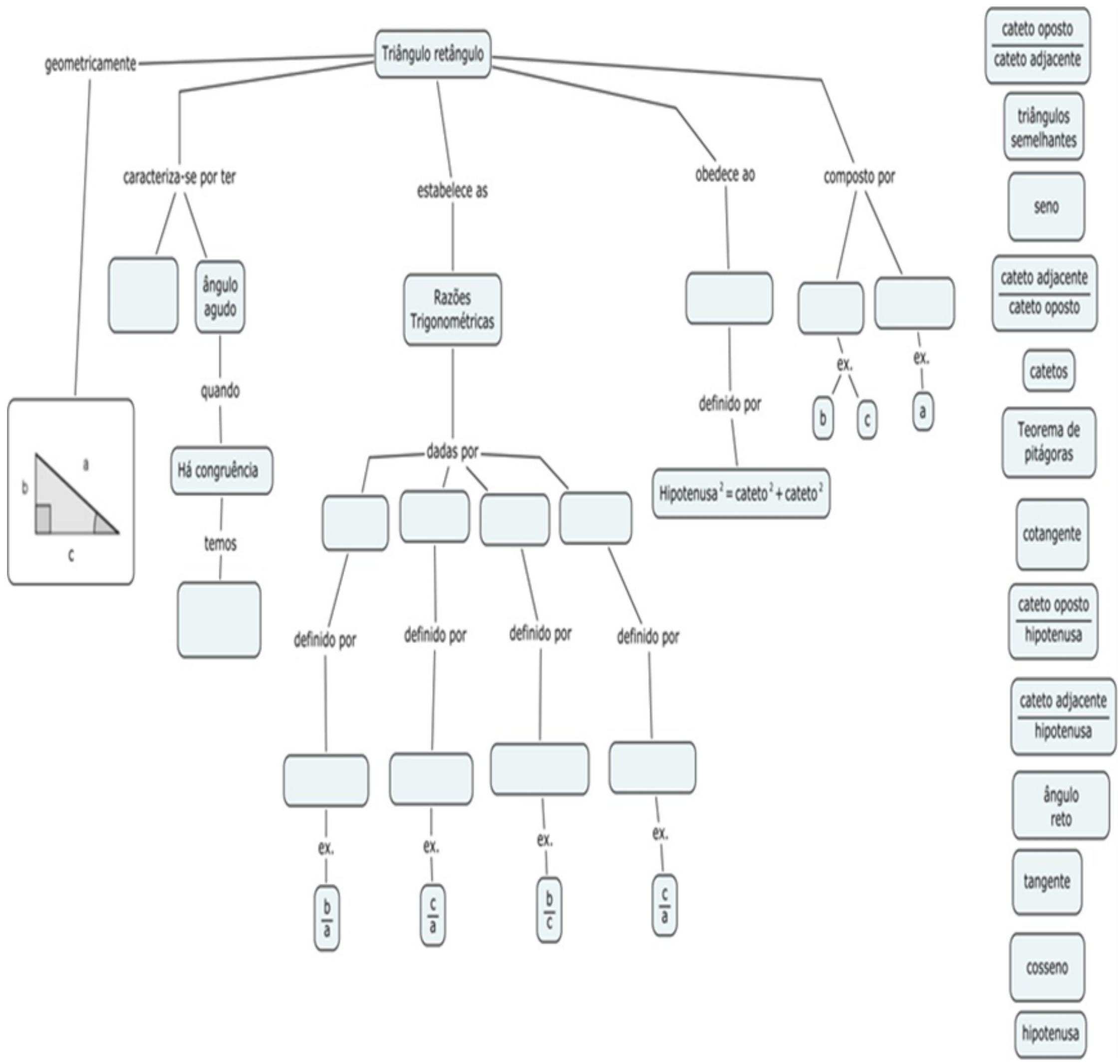
Tivemos 9,3% de alunos que acertaram parcialmente, errando apenas algumas das alternativas, o que sugere, pela nossa observação, que os alunos utilizaram as funções seno e cosseno inadequadamente.

A comparação entre os resultados do teste final e do teste inicial sugere que a sequência de ensino da UEPS foi potencialmente significativa na construção dos conceitos, indicando uma evolução dos conhecimentos dos alunos, de níveis mais concretos e com pouca abstração para níveis conceituais mais complexos.

Na questão 08 do teste final aplicamos um mapa conceitual denominado "mapa conceitual do tipo fechado", previamente construído com alguns conceitos, para ser completado, conforme quadro 28.

O índice de acerto do grupo 01 foi de 93,7%, sendo que apenas um aluno errou o preenchimento, trocando os conceitos de tangente e cotangente. No grupo 02 o índice de acerto foi 69,2%, sendo que os alunos que erraram confundiram as razões trigonométricas. No grupo 03 o índice de acerto foi de 100%. Os resultados indicam que os termos conceituais chave e as palavras de ligação auxiliaram os alunos a buscar conceitos relevantes em sua estrutura cognitiva, construindo assim significados mais completos.

QUADRO 28 - QUESTÃO 08 DO TESTE FINAL



FONTE: O autor (2015)

Da análise dos dados do teste final, observamos que a aplicação da UEPS e a intervenção mediadora do professor forneceram evidencias de captação de significados, compreensão, capacidade de explicar, de aplicar o conhecimento para resolver situações-problema. Assim, a UEPS possibilitou a geração de um campo conceitual progressivo, promovendo uma aprendizagem significativa do conteúdo apresentado.

As disposições para a aprendizagem e a ausência de *subsunçores* podem influenciar significativamente a maneira pela qual a informação é internalizada na estrutura cognitiva, e isto ficou evidente ao longo da aplicação da UEPS para o grupo 01, que, praticamente em todas as ações, apresentou um índice de acerto inferior aos demais, mesmo após todas as tentativas do professor/mediador de aumentar o potencial de aprendizagem desse grupo.

CAPÍTULO 06 – CONCLUSÕES

Este capítulo tem o propósito de apresentar as principais conclusões relativas ao objetivo central e às questões que nortearam o trabalho de pesquisa, tendo por base o referencial teórico, buscando as asserções de conhecimento e de valor, proposições que traduzem o que julgamos serem as respostas aos nossos questionamentos. Também realizamos uma análise acerca das limitações do estudo consideradas mais relevantes e recomendações para futuras pesquisas.

6.1 – Conclusões do estudo

Nesse estudo investigamos o desenvolvimento da aprendizagem em situações de ensino desenvolvidas em uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativas (UEPS) sobre conceitos referentes ao conteúdo *razões trigonométricas no triângulo retângulo*, a partir de conteúdos aplicados à Física. Buscou-se também compreender as dificuldades na aplicação das situações.

Para responder às questões, utilizamos a experiência de ensino em três momentos. No primeiro identificamos os conhecimentos prévios dos quarenta e três alunos participantes da pesquisa, em seguida elaboramos e aplicamos a UEPS e, por fim, realizamos uma análise da evolução conceitual e das dificuldades apresentadas pelos alunos no desenvolvimento da sequência de ensino.

No primeiro momento, identificamos os conhecimentos prévios relevantes presentes nas estruturas cognitivas dos alunos sobre o tema *razões trigonométricas no triângulo retângulo* através de um teste inicial e de um mapa conceitual. Com a análise dos dados evidenciamos conhecimentos relevantes sobre a conceituação e caracterização do triângulo retângulo e dificuldades na aprendizagem sobre a utilização do Teorema de Pitágoras e das razões trigonométricas.

Quando da aplicação das relações trigonométricas com situações do cotidiano, como, por exemplo, relacionadas ao conceito de índice de subida de um objeto, as justificativas apresentadas pelos alunos estavam associadas à Física, expressando experiências de aprendizagem que não associavam o conceito matemático ao conhecimento da Física. Essa observação nos levou a escolher para o segundo momento situações-problema do cotidiano que fossem explicadas utilizando os conhecimentos científicos relacionados aos conceitos relacionados a razões trigonométricas.

No segundo momento deu-se a elaboração e aplicação das UEPS em sala de aula, fundamentadas nos conhecimentos prévios, tendo como referencial os princípios da Teoria da Aprendizagem Significativa, com destaque para:

✓ A predisposição dos alunos em aprender;

✓ A utilização de organizadores prévios como material introdutório, com a função de proporcionar uma ancoragem entre o conhecimento novo e o conhecimento prévio para incorporação e retenção de conhecimentos sobre o tema;

✓ A diferenciação progressiva na atribuição de novos significados aos subsunçores, por exemplo, o índice de subida (aclive numa rampa), com o objetivo de possibilitar a compreensão e aplicação das *razões trigonométricas em um triângulo retângulo*;

✓ A reconciliação integrativa estabelecida na estrutura cognitiva do aluno ao adquirir e reorganizar novos significados, como, por exemplo, utilizar proporcionalidade entre os lados do triângulo retângulo para compreender e aplicar as razões trigonométricas;

✓ A utilização de situações desafiadoras, a partir de fatos e ocorrências presentes no cotidiano do aluno, como potencial cognitivamente inquietador para instigar o aluno a pensar;

✓ O papel de mediador do professor visando viabilizar o intercâmbio e negociação de significados;

✓ A utilização de diferentes estratégias e instrumentos facilitadores da aprendizagem significativa.

Os resultados da pesquisa nos permitiram concluir que os grupos não evoluíram da mesma maneira. O grupo 01, que era composto por ingressantes na universidade, que ainda não haviam iniciado o curso de Licenciatura em Física, apresentou menor predisposição em aprender sobre o conteúdo estudado do que os alunos dos outros dois grupos, sendo um composto por alunos do ensino médio e outro por licenciandos em Física. Observamos também que os alunos do grupo 01 demonstraram aptidão mais acentuada para a resolução de questões de nível técnico do que para as de níveis de conhecimento mobilizável e disponível.

Durante a aplicação da UEPS, ficou evidente a postura passiva dos alunos do grupo 01, possivelmente por estarem habituados a uma aprendizagem com pouco ou nenhuma interação com conceitos relevantes existentes na estrutura. Essa postura foi contínua mesmo após a intervenção mediadora do professor. Entendemos que a aprendizagem mecânica é necessária em momentos de aprendizagem específico, principalmente quando temos dificuldades na obtenção de *subsunçores*, porém observamos que a busca por esse tipo de aprendizagem persistiu no grupo 01 ao longo da sequência de ensino.

A partir dos dados coletados, observamos que, após aplicação da UEPS, as dificuldades apresentadas pelos alunos dos três grupos não estavam relacionadas diretamente ao conteúdo *razões trigonométricas no triângulo retângulo*, uma vez que os alunos conseguiram identificar os conceitos trigonométricos em uma determinada situação, mas não eram capazes de aplicá-los em situações-problema adequadamente. Esse tipo de dificuldade foi mais evidente no grupo 01, caracterizando uma predominância de conhecimento de nível técnico nesse grupo.

Da aplicação da UEPS, destacamos como dificuldades apresentadas pelos alunos: conhecimentos matemáticos específicos inadequados para o emprego das operações matemáticas inerentes ao tema; pouca habilidade de leitura e interpretação de símbolos matemáticos e para relacionar os conceitos à formulação matemática.

Sobre as estratégias de ensino utilizadas, os resultados indicam que os procedimentos apresentados foram motivadores, relevantes e serviram para identificar potencialidades individuais, e também serviram como organizadores prévios eficientes na busca de *subsunçores* mais elaborados. Assim, à medida que esses *subsunçores* ficaram mais elaborados foram capazes de ancorar novas informações para a promoção da aprendizagem significativa.

A utilização do *software GeoGebra* na construção de triângulos retângulos serviu como uma ponte cognitiva que permitiu uma ligação entre os *subsunçores* relevantes e o novo conceito a ser aprendido. Outro exemplo que permitiu a ponte cognitiva foi a leitura e interpretação de textos, como uma letra da música e um poema, e a exibição de um documentário, que funcionaram como estratégias para a inserção dos *subsunçores* necessários ao estudo do Teorema de Pitágoras.

Vale ressaltar que, segundo Novak (1981), os organizadores prévios funcionam somente na medida em que alguns *subsunçores* relevantes existam e quando o aluno percebe as relações entre os *subsunçores* e as novas informações, o que requer um pouco mais do que apenas uma disposição para aprender.

As situações–problema utilizadas no estudo das razões trigonométricas demonstraram ser uma forma simbólica de relacionar, através de fenômenos da Física, o novo conhecimento com o conhecimento prévio relevante na estrutura cognitiva do aluno, de forma não arbitrária e não literal. Permitiram também que observássemos que o produto desta interação ativa e integradora representa o surgimento de um novo significado, que reflete a natureza substantiva e denotativa do produto interativo.

Nesse contexto, podemos concluir que as situações-problema da UEPS relacionaram-se com algum aspecto ou conteúdo existente especificamente relevante nas estruturas cognitivas dos alunos. Isto é, através do software de animação, da experimentação, das imagens utilizadas e das situações cotidianas, foram aprendidos conceitos buscando uma reconciliação integrativa.

As utilizações de variadas estratégias de ensino provocam importantes modificações nas práticas de ensino, oportunizando a aplicação direta e sistemática de novos currículos e novas formas de ensino e de aprendizagem. Essa variedade cria uma interação entre as UEPS e as estruturas cognitivas idiossincráticas dos alunos, o que representa uma característica inerente a uma aprendizagem significativa.

A intervenção do professor em sala de aula foi fundamental para conduzir as explicações e argumentações, que permitiram a discussão e a interpretação do tema de forma mais significativa, permitindo observar, avaliar, adequar e validar as ações dos alunos no processo de ensino e de aprendizagem. Essa intervenção propiciou um melhor desenvolvimento do processo de comunicação matemática, que auxiliou os alunos na reflexão e consolidação do conhecimento científico.

Da análise dos resultados, concluímos que:

(1) os conhecimentos prévios relevantes dos alunos influenciaram significativamente no desenvolvimento da UEPS, tornando-a potencialmente significativa e contribuindo para uma nova postura na ação pedagógica do professor;

(2) As situações-problema norteadas em fenômenos físicos facilitaram a integração de conhecimentos relevantes através das barreiras perceptivas do aluno, e isso auxiliou a obtenção de relações significativas entre os novos conhecimentos e os conhecimentos prévios;

(3) A sequência de ensino da UEPS criou nos alunos uma predisposição à busca do conhecimento de forma ativa e colaborativa;

(4) Da análise dos resultados, podemos afirmar que houve uma evolução conceitual sobre o tema *razões trigonométricas no triângulo retângulo*, que foi identificada na mudança da linguagem matemática dos alunos, utilizada na resolução das questões propostas;

Considerando os princípios que determinam a aprendizagem significativa, conforme descritos por Moreira (2011(b)), concluímos que a UEPS sobre *razões trigonométricas em um triângulo retângulo* proposta tornou-se um material potencialmente significativo, contribuindo para mudanças na postura da ação pedagógica do professor.

Esta pesquisa contribuiu também para reafirmar as ideias da Teoria ausubeliana, porque toda aprendizagem significativa se dá através de um processo interativo, que ocorre entre o material potencialmente significativo e os conhecimentos prévios relevantes existentes na estrutura cognitiva do aluno, possibilitando que o mesmo passe a ter um sistema de ideias ou conhecimentos organizados e significativos.

6.2 – Recomendações e limitações do estudo

A partir das análises apresentadas nesta pesquisa, faz-se necessário apontarmos algumas recomendações e implicações sobre a sequência didática da UEPS.

Inicialmente, expomos que o maior valor da UEPS reside no fato de que é uma sequência didática fundamentada na teoria ausubeliana, por isso tem como maior potencial de êxito sua utilização na aprendizagem significativa. Embora, isso não inviabilize a utilização dela como uma ferramenta de aprendizagem mecânica, para isso seria necessário que a nova aprendizagem não se relacionasse com um subsunçor já existente, de uma forma que ela possa ser internalizada, diferenciada e reconciliada de significados.

Outro ponto importante reside no fato que, por mais potencialmente significativa que seja a UEPS, para que o novo conhecimento seja aprendido mecânica ou significativamente, essa aprendizagem dependerá, basicamente, da disposição do aluno em aprender do que do material de aprendizagem. Afinal, a ideia central da teoria ausubeliana explicita que o fator isolado de maior influência na aprendizagem é o conhecimento prévio relevante na estrutura cognitiva do aluno, e à medida que o novo conhecimento pode ser relacionado com a estrutura cognitiva do aluno, ele está, pelo menos, parcialmente sob o controle dos sujeitos que aprendem.

Evidenciamos na aplicação das atividades da UEPS problemas relacionados aos conhecimentos matemáticos específicos necessários para as operações matemáticas inerentes ao tema, para leitura e interpretação de símbolos matemáticos e para a relação entre os conceitos e as formulações matemáticas. Portanto, são necessários estudos utilizando recursos com uma maior diversidade de atividades, para que se busque minimizar tais dificuldades, possibilitando uma melhor evolução do conhecimento do tema *razões trigonométricas no triângulo retângulo* no ensino básico.

Algumas dificuldades sobre a inserção da UEPS em sala de aula são: a ausência de condições estruturais nas escolas, a formação dos professores, melhoria no desenho do currículo escolar e dos processos avaliativos.

Não existe uma sequência didática mágica para o ensino, mas sim possibilidades de materiais que sejam potencialmente significativos, que têm por objetivo a melhoria do processo de ensino e aprendizagem e o desenvolvimento de programas de avaliação significativos.

Durante a pesquisa, os percursos percorridos revelaram outras questões a serem abordadas no futuro. É necessário estudos em longo prazo, que permitam investigar a evolução conceitual e as variáveis da estrutura cognitiva em um ambiente escolar por um período de tempo mais prolongado, permitindo que as questões do estudo possam ser analisadas com maior profundidade.

A possibilidade de interdisciplinaridade para a construção da UEPS, como por exemplo, um trabalho integrado entre o ciclo trigonométrico e o conteúdo Movimento Harmônico Simples, trabalhado em Física, com a finalidade de contribuir para a aprendizagem significativa, minimizar dificuldades inerentes a este tópico da Física bem como sobre funções trigonométricas.

Esperamos que esta pesquisa contribua para uma reflexão sobre a importância dos materiais de ensino no processo de ensino e aprendizagem, tornando-os mais significativos e com potencial de fornecer a professores e alunos mudanças no ato de ensinar e aprender.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARAÚJO, M. I. O. **A dimensão ambiental nos currículos de formação de professores de Biologia**. São Paulo, 2004. Tese de Doutorado. FEUSP.

AUSUBEL, D. P..**Psicologia educativa**. Editorial Trillas, México, 1978. Tradução Roberto Helier Domínguez.

_______________. **Aquisição e retenção de conhecimentos: uma perspectiva cognitiva**. Plátano edições técnicas, 2003, Lisboa/Portugal. Tradução de The acquisition and retention of knowledge: a cognitive view. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2000.

BARBOSA, A. A.. **Trajetórias Hipotéticas de Aprendizagem relacionadas às razões e às Funções Trigonométricas, visando uma perspectiva construtivista**. Dissertação de mestrado, 2009, PUCSP.

BARDIN, L.. **Análise de conteúdo**. São Paulo, edições 70, 2011. Tradução de Luís Antero Reto e Augusto Pinheiro.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática do ensino fundamental (3º e 4º ciclos).** Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC /SEF, 1998.

_______. MEC. SEMTEC. **PCN + Ensino Médio: Orientações Educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: Secretaria de Educação Média e Tecnologia, 2004.

_______. MEC. LEI nº 9394, de 20/12/96. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Brasília: MEC, 1996.

_______. MEC. **Orientações Curriculares para o ensino médio. Ciências da natureza, Matemática e suas tecnologias**. Brasília: MEC, 2006, 135p, volume 2.

_______. **Parecer CNE/CP 009/2001 – Diretrizes curriculares nacionais para formação de professores da educação básica em nível superior, cursos de licenciatura, de graduação plena.** 2001, Brasília.

________. **Parâmetros Curriculares Nacionais – Ensino Médio (PCNEM)**. Brasília: MEC, 1999.

BOYER, C. B., **História da Matemática**. 2. ed. São Paulo: Edgar Blucher, 1996.

BORGES, C. F. **Transição das razões trigonométricas do triângulo retângulo para o círculo trigonométrico: uma sequência para ensino**. Dissertação de mestrado, 2009, PUCSP.

BROWN, A. L. **Design experiments: theoretical and methodological challegens in creating complex interventions in classroom settings**. The jornal of the learning sciences, 2(2) p. 141-178. Lawrence Erlbaum Associates, 1992.

COBB, P. CONFREY, J., DISESSA, A. LEHRER, R, SCHAUBLE, L. (2003): '**Design Experiments in Educational Research**'. Educational Researcher; Jan/Feb 2003; 32(1); p. 9-13.

D'AMBROSIO, B**. Como ensinar matemática hoje**. Temas & Debates. Sociedade Brasileira de Educação Matemática. Ano II, n. 2. Brasília, p. 15-19, 1989.

D'AMBROSIO, U. **Educação Matemática: Da teoria à prática.** Campinas – SP: Papirus, 2012, 23ª edição.

DRISOSTES, C. A. T.. **Design interativo de um micromundo com professores de Matemática do ensino de Física**. Dissertação de mestrado, PUC/SP, São Paulo, 2005.

FERNANDES, R. U. **Estratégias pedagógicas com o uso de tecnologias para o ensino de trigonometria na circunferência**. Dissertação de mestrado, 2010, PUCSP.

FERREIRA, E. G.. **O desenvolvimento do sentido de número no âmbito da resolução de problemas de adição e subtração no 2.º ano de escolaridade**. Tese de doutoramento. Universidade de Lisboa, 2012.

FONSECA, J. J. S. **Metodologia da pesquisa científica**. Fortaleza: UEC, 2002. Apostila.

FONSECA, L. S.. **A aprendizagem das funções trigonométricas na perspectiva da Teoria das Situações Didáticas**. Dissertação de mestrado, 2011, UFS.

FORTES, A. W. B. **Razões trigonométricas no triângulo retângulo: uma análise de erros no ensino médio**. Dissertação de mestrado, 2012, UNIFRA.

FORTES, R. M.. **Interpretação de gráficos de velocidade em um ambiente robótico**. Dissertação de mestrado, PUC/SP, São Paulo, 2007.

FRANCO, M. L. P. B.. **Análise de Conteúdo**. Brasília, 3ª edição, Liber Livro Editora, 2008.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4ª ed., São Paulo: Atlas, 2007.

GOMES, S. C.. **Elaboração e aplicação de uma sequência de atividades para o ensino de Trigonometria.** Dissertação de mestrado, 2011. UFRN.

KLEIN, M. E. Z.; COSTA, S. S. C.. Investigando as Concepções Prévias dos Alunos do Segundo Ano do Ensino Médio e seus Desempenhos em alguns Conceitos do Campo Conceitual da Trigonometria. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 24, nº 38, p. 43 a 73, abril 2011.

KLEIN, M. E. Z. **O ensino da trigonometria subsidiado pelas teorias da aprendizagem significativa e dos mapas conceituais**. Dissertação de mestrado. Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, 2009.

LEMOS, E. S. A aprendizagem significativa: estratégias facilitadoras e avaliação. **Aprendizagem Significativa em Revista/Meaningful Learning Review** – v.1(1), p. 25-35, 2011.

LOPES, M. M.. **Construção e aplicação de uma sequência didática para o ensino de trigonometria usando o *software GeoGebra***. Dissertação de mestrado, 2010, UFRN.

MAGALHÃES, A. R. **Mapas Conceituais digitais como estratégia para o desenvolvimento da metacognição no estudo de funções**. Tese de doutoramento. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC/SP, 2009.

MENDES, M. A. **Trigonometria: descobrindo a razão tangente no triângulo retângulo**. Portal do professor, 2011. Acessado em 20 de dezembro de 2012.

MINAYO, M. C. S. (Org.). **Pesquisa social: teoria, método e criatividade**. Petrópolis: Vozes, 2001.

MIRANDA, C. J. V. **A aprendizagem da Trigonometria do triângulo retângulo através da resolução de problemas.** Dissertação de mestrado (relatório da prática de estágio supervisionado), 2010, Universidade de Lisboa.

MOLINA, M.; CASTRO, E.; CASTRO, E. (2007). Teaching Experiments within Design Research. **The International Journal of Interdisciplinary Social Sciences**, 2(4), 435-440, 2007.

MORAES, R. e GALIAZZI, M.C. **Análise textual discursiva**. 2ª ed. rev. Editora Unijuí, Ijuí/RS, 2011.

MOREIRA, M. A. **Aprendizagem significativa: a teoria e textos complementares**. Editora livraria da física, 2011(a), São Paulo/SP.

_________________. Unidades de Enseñanza Potencialmente Significativas – UEPS. **Aprendizagem Significativa em Revista/Meaningful Learning Review** – V1(2), pp. 43-63, 2011(b). (tradução de Moreira).

_________________. **Mapas conceituais e aprendizagem significativa**. Editora Centauro, São Paulo, 2010.

_________________. **Teorias de Aprendizagem**. Porto Alegre: Pedagógica e Universitária, 1999.

_________________. **Uma abordagem cognitivista ao ensino da Física**. Editora da Universidade, Porto Alegre, 1983.

_________________(org.). **A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a investigação nesta área**. Porto Alegre: Faculdade de Física, UFRGS, 2004.

MORENO, L. R.; SONZOGNO, M. C.; BATISTA, S. H. e BATISTA, N. A. Mapa conceitual: ensaiando critérios de análise. **Revista Ciência e Educação**, vol. 13, n. 3, p. 453-463, 2007.

MORTIMER, E. F.. **Linguagem e formação de conceitos no ensino de ciências**. Editora UFMG, Belo Horizonte/MG, 2000.

NOVAK, J. D. **Uma teoria de educação**. Editora Pioneira, São Paulo, 1981. Tradução de Marco Antônio Moreira.

NOVAK, J. D e GOWIN, D. B.. **Aprender a aprender**. Lisboa, Plátano edições técnicas, 1984. Tradução Carla Valadares.

NOVAK, J. D. e CAÑAS, A. J. A teoria subjacente aos mapas conceituais e como elaborá-los e usá-los. **Práxis Educativa**, Ponta Grossa, v.5, n.1, p. 9-29 , jan.-jun. 2010.

NUNES, J. M. V.; ALMOULOUD, S. A. e GUERRA, R. B.. O Contexto da História da Matemática como Organizador Prévio**. Bolema,** Rio Claro *(SP), v. 23, nº 35B, p. 537 a 561, abril 2010.*

OLIVEIRA, G. P.; FERNANDES, R. U. O uso de tecnologias para ensino de trigonometria: estratégias pedagógicas para a construção significativa da aprendizagem. **Educ. Matem. Pesq.,** São Paulo, v.12, n.3, pp.548-577, 2010.

OLIVEIRA, G. P. e GONÇALVES, M. D. Um estudo sobre a noção de esquemas no âmbito da Teoria dos Campos Conceituais. **REVEMAT**. Florianópolis (SC), v. 08, Ed. Especial (dez.), p. 175-189, 2013.

OLIVEIRA, J. E. M. **A trigonometria na educação básica com foco em sua evolução histórica e suas aplicações contemporâneas**. Dissertação de mestrado, 2013, UFV.

OLIVEIRA, T. **Trigonometria: a mudança da prática docente mediante novos conhecimentos**. Dissertação de mestrado, 2010, UFSCar.

PAREIRA, A. C. C. **A obra “De Triangulis Omnimodis Libre quinque” de Johann Muller Regiomontanus (1436 – 1476): uma contribuição para o desenvolvimento da Trigonometria**. Tese de doutoramento, 2010, UFRN.

PEÑA, A. O.; BALLESTEROS, A.; CUEVAS, C.; GIRALDO, L.; MARTÍN, I.; MOLINA, A.; RODRÍGUEZ, A. e VÉLEZ, U. **Mapas conceituais: uma técnica para aprender**. Edições Loyola, São Paulo/SP, 2005.

PIETROCOLA, M. A matemática como estruturante do conhecimento físico. **Revista brasileira de ensino de Física**. V. 19 vol. 01, p. 88-108, agosto, 2002.

POZO, J. I. **Teorias Cognitivas da aprendizagem**. Editora Artes Médicas, 1998.

RIBEIRO, M. R. R. C.. **Possibilidades e dificuldades no desenvolvimento de situações de aprendizagem envolvendo funções trigonométricas**. Dissertação de mestrado, 2011, PUCSP.

RIBEIRO, T. N. **Animações Interativas como instrumento pedagógico nas aulas experimentais de Física: a concepção dos professores**. Dissertação de mestrado. Universidade Federal de Sergipe, 2009.

ROBERT, A.. **Quelques outils d'analyse epistemologique et didactique de connaissances mathématiques à enseigner au lycée et à l'université**. Actes de la IX école d'été de didactique des mathématiques. p.192-212, Houlgate, França,.1997.

ROCHA, J. F. M. (org.). **Origens e evolução das ideias da Física**. EDUFBA, Salvador/BA, 2002.

RODRIGUES, G. L. **Animação interativa e construção dos conceitos da Física: trilhando novas veredas pedagógicas**. Dissertação de mestrado. Universidade Federal da Paraíba, 2005.

SANTAROSA, M. C. P. **Investigação da aprendizagem em Física básica universitária a partir de um ensino que integra situações e conceitos das disciplinas de cálculo 1 e Física 1.** Tese de doutoramento. UFRGS, 2013.

SERGIPE (Estado). **Referencial curricular da rede estadual de ensino**. Secretaria de estado da educação – SEED, Sergipe, 2011.

SANTOS, C. A.B. **O ensino da Física na formação do professor de matemática**. Tese de doutoramento. Universidade Cruzeiro do Sul, 2010.

SILVA, S. A. **Trigonometria no triângulo retângulo: construindo uma aprendizagem significativa**. Dissertação de mestrado. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2005.

SOUZA, C. A. de; VICTER, E. F. e LOPES, J. R.. **Uma breve história da trigonometria e seus conceitos gerais**. Mesquita, RJ: Ed. Entorno, 2011.

SOUZA, C. A.. **Uso da história da trigonometria como elemento facilitador da aprendizagem das funções seno e cosseno: um estudo de caso**. Dissertação de mestrado, 2012, UNIGRANRIO.

THIOLLENT, M. **Metodologia da pesquisa-ação**. São Paulo: Cortez & Autores Associados, 1988.

VARGAS, E. T. Geometria Dinâmica para estudo das relações métricas no triângulo retângulo. **REVEMAT**. Florianópolis (SC), v. 08, Ed. Especial (dez.), p. 266-277, 2013.

WEISZ, T. **O Diálogo entre ensino e aprendizagem**. São Paulo: Editora Ática, 2000.

APÊNDICES

APÊNDICE A

UNIVERSIDADE ANHANGUERA DE SÃO PAULO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Questionário para levantamento e análise do perfil do aluno do Grupo 01

Caro aluno (a), suas informações são de extrema importância para que esta pesquisa possa se desenvolver. Por isso, pedimos que responda a todo o questionário com o máximo de seriedade.

Antecipadamente agradeço a sua atenção e colaboração. Muito Obrigado!

1. Nome____

2. Endereço Completo____
____

3. Idade______________________________anos.

4. Sexo: (   )Masculino   (   ) Feminino.

5. Estado Civil: A) Solteiro(a)   B) casado(a) ou mora com companheiro(a)

6. Se casado(a), o companheiro(a) também pertence à Comunidade Universitária?
A) sim   B) não

7. Caso a resposta anterior seja afirmativa, qual a função do(a) companheiro(a)?
A) discente   B) docente   C) técnico

8. Você tem filhos, Se sim, quantos?
A) Não tenho   B) 01 filho   C) 2 filhos   D) 3 filhos   E) 4 ou mais filhos

9.Com quem você mora? (Assinale apenas uma alternativa.)
A) Com os pais   B) Com o cônjuge   C) Com familiares   D) Com amigos
E) Sozinho

10 - Como se dá sua manutenção financeira?

A) atividade acadêmica B) trabalho formal C) trabalho informal

D) mesada fornecida por membro da família e/ou outro E) renda (poupança)

11. Se você tem atividade remunerada, ela é:

A) eventual B) parcial C) integral

12. Tendo por base que o salário mínimo, qual seu rendimento mensal?

A) até 1 salário mínimo B) de 1 a 2 s/m C) de 2 a 3 s/m

D) de 3 a 5 s/m E) mais de 5

13. Assinale a alternativa que identifica a sua cor/raça:

A) Branca B) Preta C) Parda D) Amarela E) Indígena

14. De que forma você entrou neste curso ? (Assinale apenas uma alternativa.)

A) Vestibular B) Transferência C) Transferência ex -ofício (garantida por Lei)

D) Convênio (E) Prouni (E) Outra. Qual? ________________________

15. Qual o motivo que o (a) levou a escolher o curso.

____

____.

16. O que você pretende fazer logo após se formar? (Assinale apenas uma alternativa.)

A) Trabalhar B) Continuar estudando C) Ambos (A,B) D) Não tenho a menor ideia.

17. Qual a escola que você concluiu o ensino médio?

____.

18. Qual o nível de escolaridade de todos os membros da família (os pais).

____

____.

19. O que você achou do ensino de Matemática no ensino médio?

____

____.

APÊNDICE B

UNIVERSIDADE ANHANGUERA DE SÃO PAULO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Questionário para levantamento e análise do perfil do aluno do Grupo 02

Caro aluno (a), suas informações são de extrema importância para que esta pesquisa possa se desenvolver. Por isso, pedimos que responda a todo o questionário com o máximo de seriedade.

Antecipadamente agradeço a sua atenção e colaboração. Muito Obrigado!

1. Nome____

2. Endereço Completo____
____

3. Idade______________________________anos.

4. Sexo: (   ) Masculino   (   ) Feminino.

5. Estado Civil: A) Solteiro(a)   B) casado(a) ou mora com companheiro(a)

6. Se casado(a), o companheiro(a) também pertence à Comunidade Universitária?
A) sim   B) não

7. Caso a resposta anterior seja afirmativa, qual a função do(a) companheiro(a)?
A) discente   B) docente   C) técnico

8. Você tem filhos, Se sim, quantos?
A) Não tenho   B) 01 filho   C) 2 filhos   D) 3 filhos   E) 4 ou mais filhos

9.Com quem você mora? (Assinale apenas uma alternativa.)
A) Com os pais   B) Com o cônjuge   C) Com familiares   D) Com amigos
E) Sozinho

10 - Como se dá sua manutenção financeira?

A) atividade acadêmica B) trabalho formal C) trabalho informal
D) mesada fornecida por membro da família e/ou outro E) renda (poupança)

11. Se você tem atividade remunerada, ela é:
A) eventual B) parcial C) integral

12. Tendo por base que o salário mínimo, qual seu rendimento mensal?
A) até 1 salário mínimo B) de 1 a 2 s/m C) de 2 a 3 s/m
D) de 3 a 5 s/m E) mais de 5

13. Assinale a alternativa que identifica a sua cor/raça:
A) Branca B) Preta C) Parda D) Amarela E) Indígena

14. Qual o período real (período das disciplinas quais está cursando) do curso que você se encontra?

15. De que forma você entrou neste curso? (Assinale apenas uma alternativa.)
A) Vestibular B) Transferência C) Convênio E) Prouni
D) Outra. Qual? ________________________

16. Qual o motivo que o (a) levou a escolher o curso.
____.

17. O que você pretende fazer logo após se formar? (Assinale apenas uma alternativa.)
A) Trabalhar B) Continuar estudando C) Ambos (A, B) D) Não tenho a menor ideia.

18. Qual a escola que você concluiu o ensino médio?
____.

19. Qual o nível de escolaridade de todos os membros da família (os pais).
____.

20. O que você achou do ensino de Matemática no ensino médio?
____.

APÊNDICE C

UNIVERSIDADE ANHANGUERA DE SÃO PAULO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Questionário para levantamento e análise do perfil do aluno do Grupo 03

Caro aluno (a), suas informações são de extrema importância para que esta pesquisa possa se desenvolver. Por isso, pedimos que responda a todo o questionário com o máximo de seriedade.

Antecipadamente agradeço a sua atenção e colaboração. Muito Obrigado!

1. Nome____

2. Endereço
Completo____
____

3. Idade_____________________________anos.

4. Sexo: (   ) Masculino   (   ) Feminino.

5. Estado Civil: A) Solteiro(a)   B) casado(a) ou mora com companheiro(a)

6. Você tem filhos, Se sim, quantos?
A) Não tenho   B) 01 filho   C) 2 filhos   D) 3 filhos   E) 4 ou mais filhos

7.Com quem você mora? (Assinale apenas uma alternativa.)
A) Com os pais   B) Com o cônjuge   C) Com familiares   D) Com amigos   E) Sozinho

8. Como se dá sua manutenção financeira?
A) atividade acadêmica   B) trabalho formal   C) trabalho informal   D) mesada fornecida por membro da família e/ou outro   E) renda (poupança)

9. Tendo por base que o salário mínimo, qual rendimento mensal da sua família?

A) até 1 salário mínimo B) de 1 a 2 s/m C) de 2 a 3 s/m D) de 3 a 5 s/m E) mais de 5

10. Assinale a alternativa que identifica a sua cor/raça:

A) Branca B) Preta C) Parda D) Amarela E) Indígena

11. Qual a série do ensino médio está cursando?

(a) 1º ANO (B) 2º ANO (C) 3º ANO

12. Qual a escola que você concluiu o ensino fundamental?

____.

13. Qual o nível de escolaridade dos membros de sua família.

PAI: ____

MÃE: ____

14 – Já teve aula sobre o conteúdo Razões trigonométricas no triângulo retângulo:

( ) Não ( ) Sim

5 – Em caso de resposta afirmativa em relação ao conteúdo estudado, informe em qual série, do ensino fundamental ou do ensino médio, isso aconteceu.

____

____

6 – Como acha que foi o ensino desse tema? O que você aprendeu?

APÊNDICE D

UNIVERSIDADE ANHANGUERA DE SÃO PAULO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

TESTE INICIAL

Nome completo:

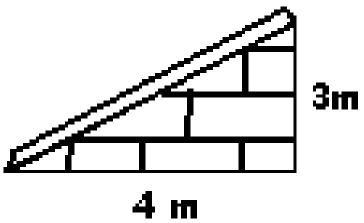
1 – Ao observarmos uma pessoa subindo uma rampa, qual seria a situação pela qual uma pessoa teria menos dificuldades para subir, levando-se em conta o ângulo de aclive da rampa.

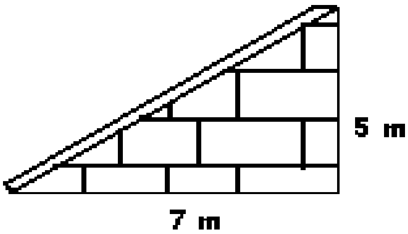
(   ) menor ângulo. Justifique sua resposta:

(   ) maior ângulo. Justifique sua resposta:

2 – Sem conhecer ângulos de subida, qual das duas rampas é a mais íngreme ou a que tem aclive maior? Justifique a sua resposta.

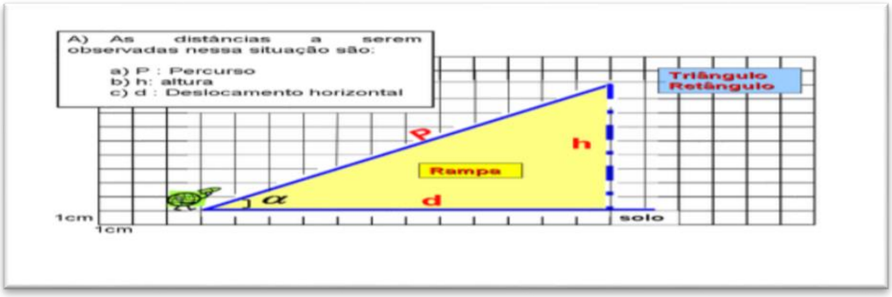
(1)   (2)





Justificativa:

(MENDES, M. A., 2011) Qualquer subida pode ter sua trajetória representada por um triângulo retângulo. Suponha que uma das rampas do problema seja a representada a seguir.



3 - (MENDES, M. A., 2011) O triângulo retângulo é um triângulo que seus lados possuem nomes diferenciados dos demais triângulos. Os lados perpendiculares, que formam o ângulo reto, são denominados de catetos oposto ou adjacente e o lado oposto ao ângulo reto (o lado de maior medida) é denominado Hipotenusa. Portanto, no triângulo acima, de ângulo α, o lado denominado de P é ________________, o lado denominado de h é _________________ e o lado denominado de d é ____________________.

4 - (MENDES, M. A., 2011) Utilizando o valor dado na malha quadriculada na figura da questão 3, meça a altura (h), o deslocamento horizontal (d) e o percurso total da rampa (P).

d = _______________________.

h = _______________________.

P = _______________________.

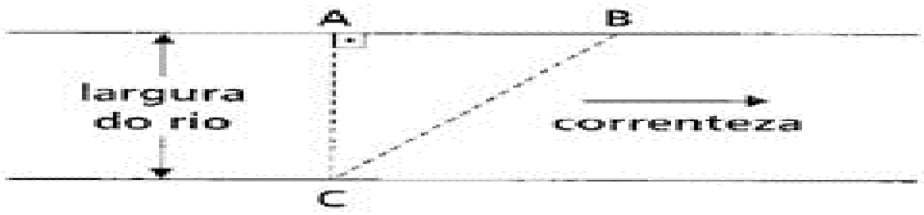
5 – A partir dos valores dos lados encontrados na malha quadriculada, determine as relações trigonométricas abaixo:

(a) sen α = __________________.

(b) cos α = __________________.

(c) tg α = ____________________.

6 – Um turista que pretende pescar em um rio que atravessá-lo de uma margem a outra. Partindo de uma posição representada na figura abaixo pelo ponto C na margem do rio ele pretende atracar no ponto A na margem que fica no outro lado do rio, porém ele consegue chegar no ponto B. Sabendo que a distância percorrida pelo barco do turista da margem C até a B é de 100m e que a distância entre os pontos A e B da margem são de 80m, encontre a largura do rio.



7 - Em certa hora do dia, os raios de Sol incidem sobre um local plano com uma inclinação de 60° em relação à horizontal. Nesse momento, o comprimento da sombra de uma construção de 9 m de altura será aproximadamente igual a quanto?

ANEXO: Tabela trigonométrica.

	30°	45°	60°
seno	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cosseno	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tangente	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

APÊNDICE E

UNIVERSIDADE ANHANGUERA DE SÃO PAULO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

UNIDADE DE ENSINO POTENCIALMENTE SIGNIFICATIVA – 1º ENCONTRO

Nome completo: ____.

Tema: As semelhanças não enganam

O que o aluno poderá aprender com esta aula

- Conceituação e caracterização de um triângulo retângulo;
- Congruência entre triângulos retângulos;
- Resolver problemas, a partir de fatos da natureza, utilizando semelhança de triângulos;

Duração das atividades

2 aulas de 50 min

Conhecimentos prévios trabalhados pelo professor com os alunos

Triângulo retângulo; Congruência entre triângulos retângulos, Princípio da Propagação retilínea da Luz.

Estratégias da aula

<u>CONHECENDO O GEOGEBRA</u>

Vamos utilizar o software GeoGebra.

Descrição

O GeoGebra é um software desenvolvido na Universidade de Salzburg (Áustria) que tem por finalidade se tornar uma ferramenta de ensino da Matemática em seus diversos temas como a geometria, funções e a álgebra. O GeoGebra é composto por recursos que podem oportunizar ao usuário a construção e análise de equações. Também fornece como recurso a construção de figuras com pontos, vetores, curvas, parábolas, etc. O usuário também pode trabalhar com derivadas e com funções matemáticas utilizando gráficos. Ele é um software gratuito e de fácil utilização e manuseio.

Autor

International GeoGebra Institute

Wolfauerstr 90, 4040 Linz, Austria

Tutorial para Utilização da Simulação

Para efetuar download do software escolhido, clique no link: http://www.geogebra.org/cms/pt_BR/download/

Após download, para acessá-lo clique no ícone do menu iniciar e depois *GeoGebra*, como observamos na figura 01.

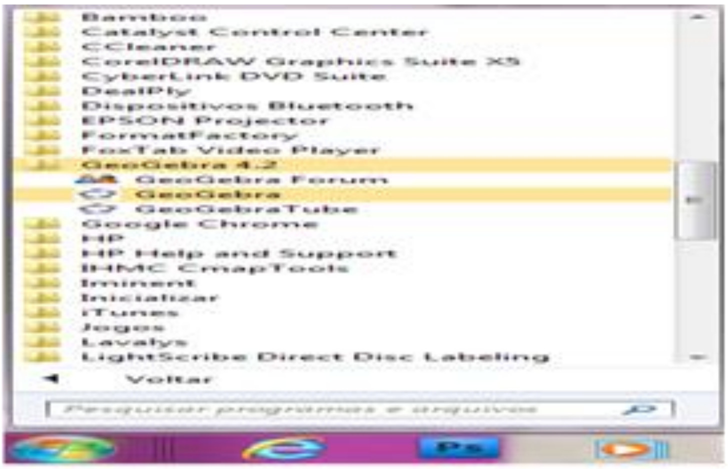


Figura 01 – ícone de acesso ao software GeoGebra

Ao executar a simulação, a tela da figura 03 será exibida.

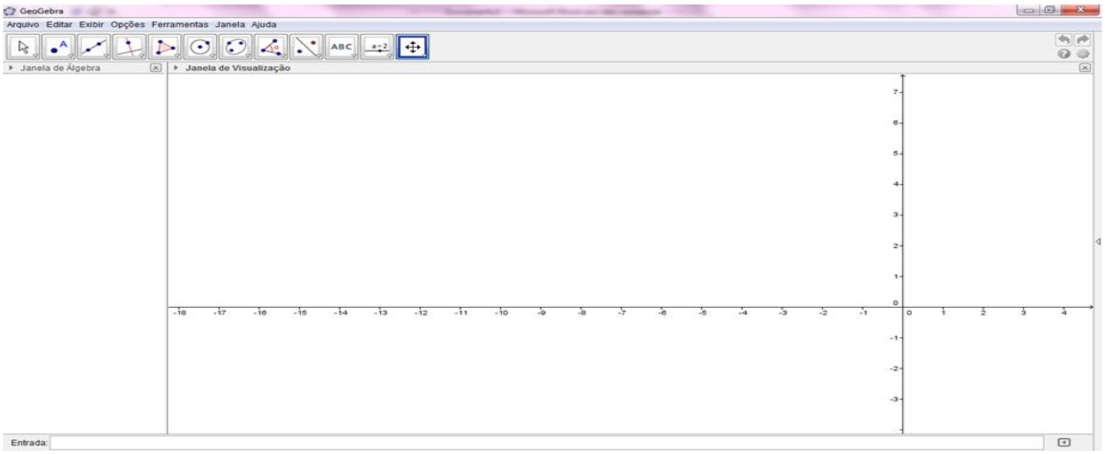


Figura 02 – Tela inicial de exibição do *software GeoGebra*.

Conhecendo o GeoGebra

O software permite a utilização de determinadas variáveis da geometria, da álgebra e de equações matemáticas, além da construção e interpretação de gráficos. Segue um esboço, na figura 03, das principais estruturas e controles do software.

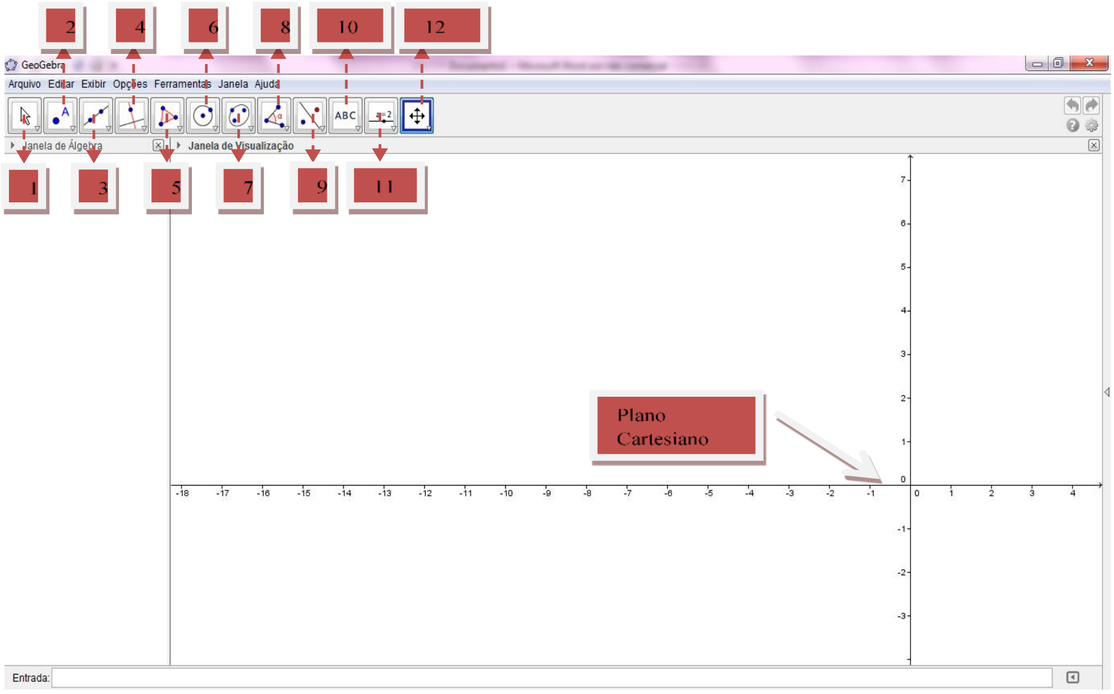


Figura 03 – Tela inicial de exibição do *software GeoGebra*.

1 - Mover: tem a função de mover pontos, formas, rotação em torno de um ponto e a gravação para a planilha de cálculos.

2 - Criar no ponto: tem a função de criar novos pontos, pontos em objeto, vincular e desvincular pontos, inserção de dois objetos, ponto médio ou centro e número complexo.

3 - Definir reta por dois pontos: tem a função de construir retas definidas por dois pontos, segmento definido por dois pontos, segmento com comprimento fixo, semireta definida por dois pontos, caminho poligonal, vetor definido por dois pontos, vetor a partir de um ponto.

4 - Criar reta perpendicular: tem a função de criar reta perpendicular, reta paralela, mediatriz, bissetriz, reta tangente, reta polar ou diametral, reta de regressão linear e lugar geométrico.

5 - Criar polígono: tem a função de criar polígono, polígono regular, polígono.

6 - Criar círculos: tem a função de criar círculos, semicírculos, arcos e setores circulares.

7 - Criar elipse: tem a função de criar elipses e também hipérbole e parábola.

8 - Criar ângulos: tem a função de definir ângulos.

9 - Criar reflexão: tem a função de criar reflexão em relação a uma reta, a um ponto, a um círculo. Também efetua translação por um vetor.

10 - Inserir texto: tem a função de inserir texto, imagem e funções à mão livre.

11 - Controle deslizante: tem a função de movimentar determinado ponto.

12 - Mover janela de visualização: tem a função de arrastar quando necessário a janela de visualização do Geogebra.

MOMENTO 01

Conhecendo o triângulo retângulo.

2.1 - Clique em mover janela de visualização e coloque os eixos do plano cartesiano o mais próximo do canto esquerdo possível para melhorar a visualização do polígono a ser construído, como se visualiza na figura 01.

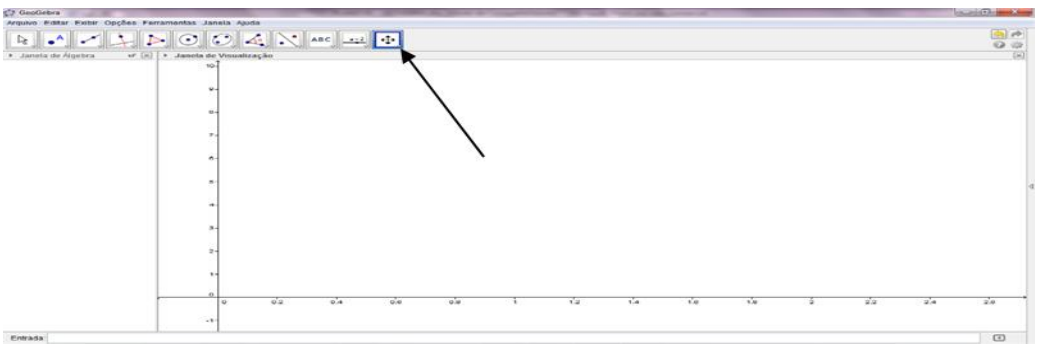
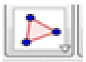


Figura 04 – ícone responsanvel pela movimentação da Janela de visualização

2.2 - Em seguida, clique no ícone polígono  selecione nos eixos cartesianos arrastando o cursor os três vértices do polígono e retorne ao vértice de origem efetuando um clique, por fim, estará formado o seu triângulo retângulo. Veja como exemplo o triângulo construído na figura 02:

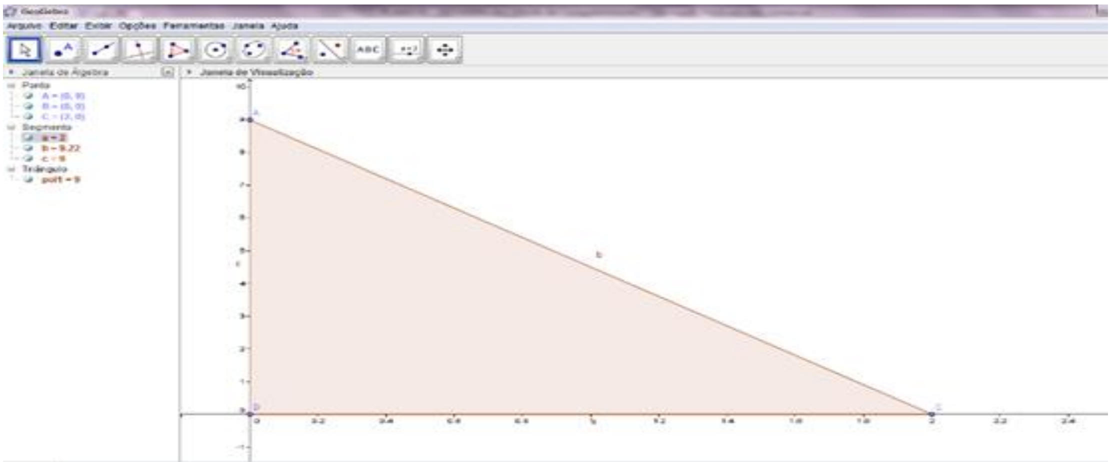


Figura 05 – Exemplo de triângulo retângulo construído no utilizando o ícone polígono do *software GeoGebra*.

Obs. 1: Após efetuar essa operação clique no ícone mover, para que, ao realizar nova operação não venha a marcar um novo ponto na tela.

Obs. 2: Caso em algum segmento de reta não apareça a sua denominação, clique com o botão direito do mouse e aparecerá uma tela na qual exibirá o ícone exibir rótulo.

Obs. 3: Para ficar somente com o triângulo retângulo, retirando assim os eixos cartesianos, clique com o botão direito do mouse na janela de visualização e em seguida no ícone eixos, e assim a sua janela ficará somente com o triângulo retângulo.

2.3 - Agora vamos expor os valores dos ângulos no triângulo retângulo desenhado. Para isso clique no ícone ângulo  na barra de ferramentas e logo depois três pontos no triângulo retângulo desenhado ou duas retas no mesmo polígono formado na janela de visualização. Realize essa operação até encontrar os três ângulos internos formados no triângulo. Veja exemplo na figura 06.

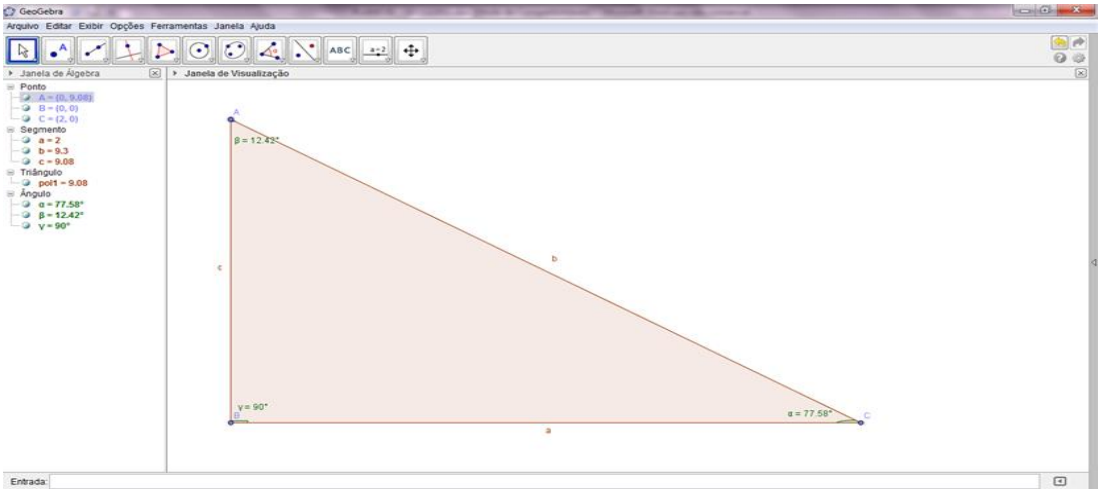


Figura 06 – Tela de exibição do software GeoGebra expondo os valores dos ângulos formados triângulo retângulo construído.

2.4 - Uma vez construído o triângulo retângulo e exposto os valores dos seus ângulos internos, responda a atividade abaixo:

<u>ATIVIDADE</u>.

1 – Caracterize um triângulo retângulo.

Resposta:

2 – Denomine os lados a, b e c do triângulo, indicando que são os catetos e a hipotenusa;

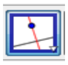
Resposta:

3 – Tendo como referencial um determinado ângulo α (indique o ângulo escolhido por você), responda quem seria a hipotenusa, o cateto oposto e o cateto adjacente a partir do ângulo escolhido.

Resposta:

MOMENTO 02

Descobrindo triângulos congruentes ou triângulos semelhantes.

3.1 – A partir do triângulo retângulo construído no momento anterior, clique no ícone reta perpendicular  da barra de ferramentas e crie uma reta perpendicular que passe pela hipotenusa e pelo vértice oposto a ela, conforme Figura 03.

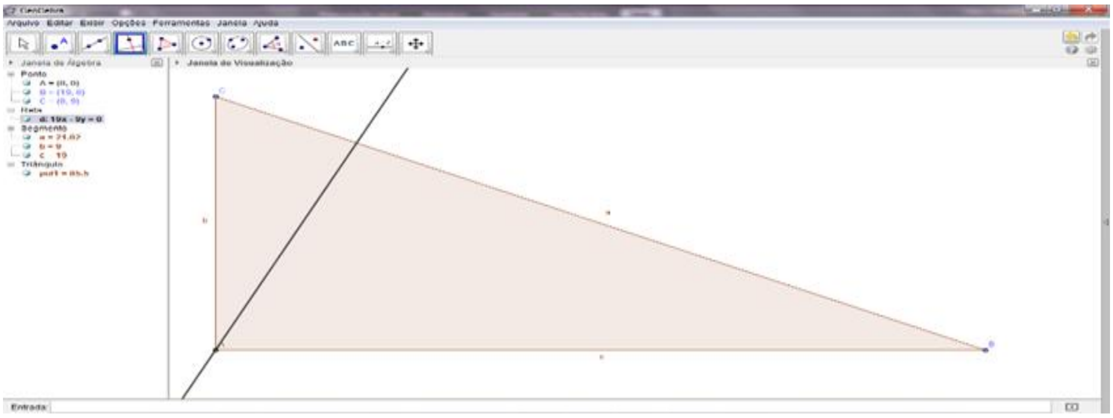
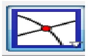


Figura 07 – Exemplo de construção de uma reta perpendicular a hipotenusa que passa pelo vértice oposto a ela utilizando o ícone reta perpendicular do *software GeoGebra*.

3.2 - Depois que construir a reta perpendicular que passa pela hipotenusa do triângulo retângulo e pelo vértice oposto a ele, é necessário determinar o ponto de intersecção entre a reta construída e o lado que ela está perpendicular. Para isso, clique no ícone intersecção de dois objetos  e logo depois nas duas retas (reta perpendicular e a hipotenusa) onde é necessário encontrar o ponto de intersecção. Ver exemplo na figura 08.

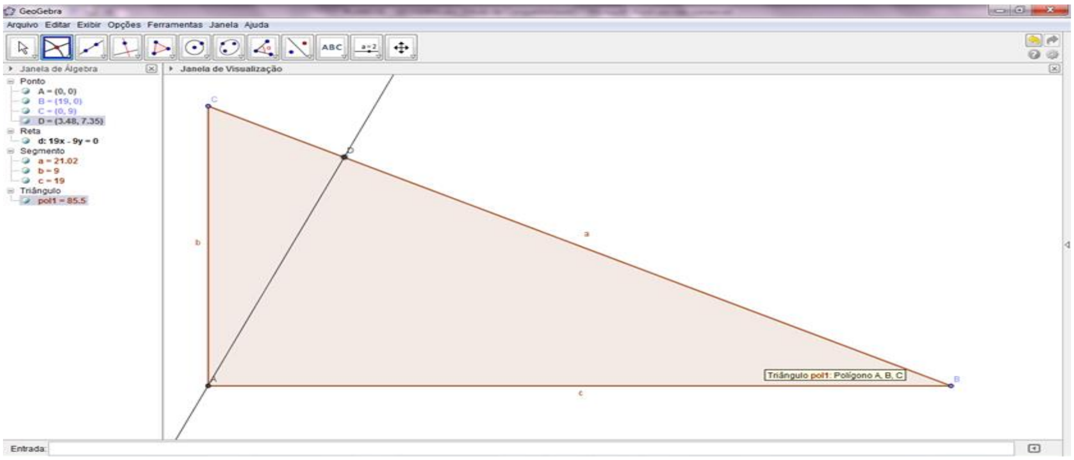


Figura 08 – Tela de exibição do *software GeoGebra* o ponto de interseção entre a hipotenusa e a reta perpendicular a ela.

3.3 – Em seguida, com o botão direito do mouse clique na reta perpendicular formada e clique em exibir objeto, porque assim a reta ficará oculta, uma vez que não necessitamos da reta e sim do ponto de intersecção originado que chamaremos de ponto D. Ver exemplo na figura 09.

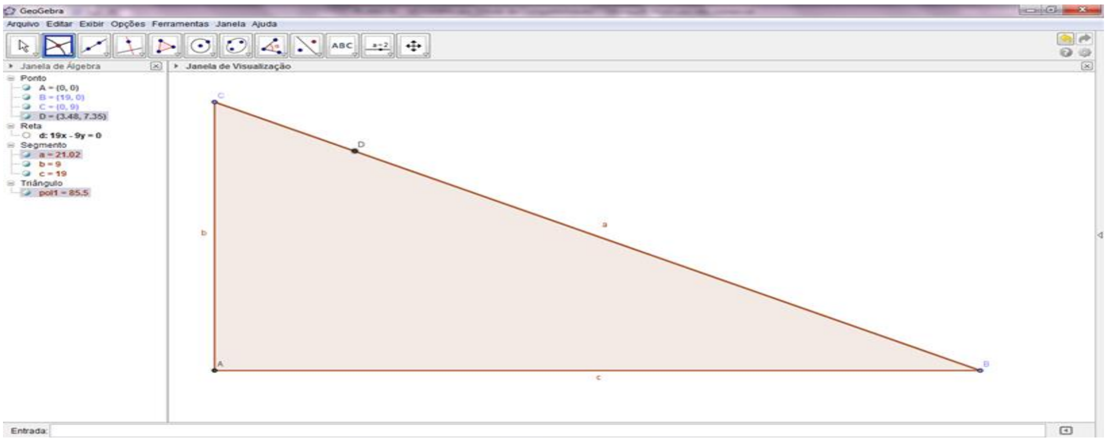
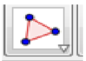


Figura 09 – Tela de exibição do *software GeoGebra* exibindo ocultação da reta perpendicular a hipotenusa.

3.4 – Utilizando o ponto D, construiremos dois novos polígonos. Clique no ícone polígono  da barra de ferramentas e crie os triângulos ADCA e ADBA. Ver exemplo n figura 10.

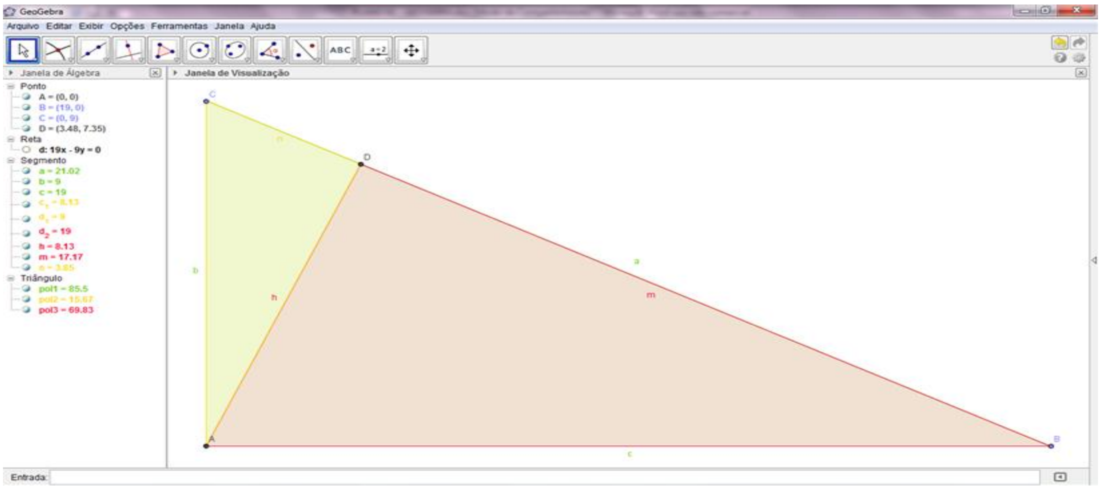
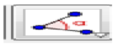


Figura 10 – Tela de exibição do *software GeoGebra* exibindo triângulos ADCA e ADBA construídos.

Obs.: Para que possamos visualizar melhor os lados vamos renomear seguindo o padrão da figura. Para renomear é necessário está com o ícone mover ativado e clicar o mouse com o botão direito e em renomear modificar. Lados iguais mantém a nomeação do triângulo retângulo maior construído primeiramente, deixando as outras nomeações ocultas.

3.5 – Com o ícone ângulo  na barra de ferramentas, encontre o valor dos ângulos internos dos dois triângulos retângulos formados.

ATIVIDADE

1 – Como você pode determinar se dois triângulos sejam congruentes ou semelhantes?
Resposta:

2 – A partir dos dois triângulos formados e dos ângulos internos. Que conclusão você pode chegar em relação aos valores encontrados?
Resposta:

MOMENTO 03

Semelhança entre triângulos retângulos.

4.1 – Desabilite o triângulo 01 (triângulo pol 1) na janela de álgebra do software GeoGebra.

4.2 – Clique no ícone ponto em objeto  e coloque um ponto objeto no segmento AC de um dos triângulos e no segmento AB do outro triângulo.

4.3 – Clicando com o botão direito do mouse em cada um dos pontos objetos você inclua a ação animar e observe que os pontos irão se movimentar pelos dois triângulos.

4.4 – Clique no botão pause que fica no canto inferior esquerdo da janela de visualização do software GeoGebra.

4.5 – Com o ícone mover da barra de ferramentas do Geogebra acionado faça coincidir os pontos objetos em um mesmo ponto dos triângulos, por exemplo, coloque os pontos objeto E e F no ponto D. Observe o que acontece.

4.6 – Notem, com essa operação do software GeoGebra, os pontos objetos E e F percorrem os segmentos correspondentes no mesmo intervalo de tempo. Ver exemplo na figura 11.

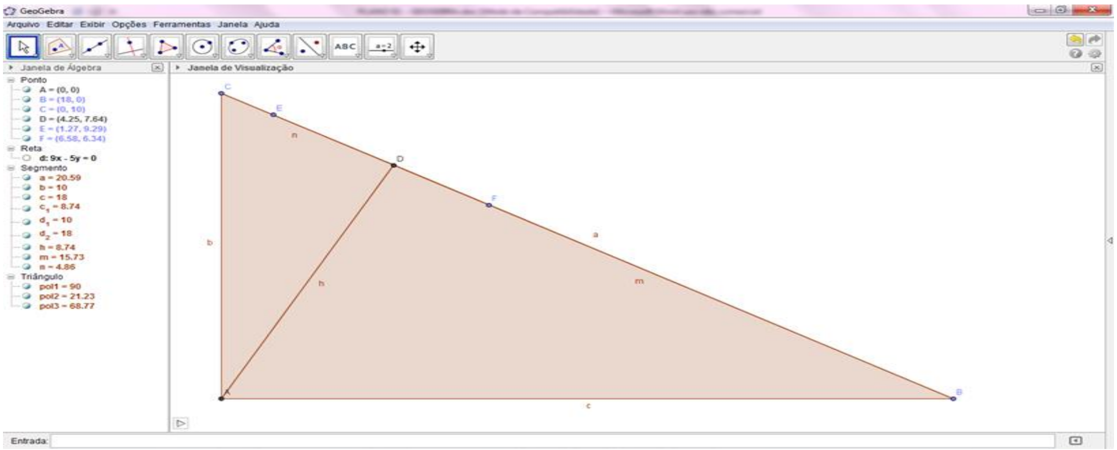


Figura 11 – Tela de exibição do *software GeoGebra* mostrando os pontos objetos E e F nos triângulos ADCA e ADBA construídos.

ATIVIDADE:

1 – O que você pode concluir sobre os deslocamentos observados?

Resposta:

MOMENTO 04

Temos que a velocidade é a relação do espaço percorrido pelo tempo que ocorre esse deslocamento. Se eles percorrem lados diferentes ao mesmo tempo é porque existe uma proporcionalidade entre os lados. Verificamos, então, que as relações de congruência não dependem dos triângulos, mas sim do valor dos ângulos dos mesmos.

Aplicação: Em meios homogêneos e transparentes a luz se propaga em linha reta. Este princípio constitui a base para a explicação de diversos fenômenos, como, por exemplo, a formação de sombras e penumbra, a ocorrência de eclipses, as fases da lua e o funcionamento da câmara escura de orifício (exemplo: máquina fotográfica).

Neste contexto, podemos aplicar o conhecimento da congruência entre triângulos retângulos para casos experimentais referentes ao Princípio de Propagação Retilínea da Luz.

Exemplificando: Para determinar a altura de um edifício, um homem de 1,80 m de altura mediu o comprimento da sombra da torre e encontrou 40 m e com o auxílio de um amigo mediu o comprimento de sua sombra e encontrou 1,0 m. De posse desses dados, determine a altura do edifício.

Solução:

$$\frac{1{,}8}{1{,}0} = \frac{40}{H}$$

$$H = 72m$$

A altura do edifício é de 72m.

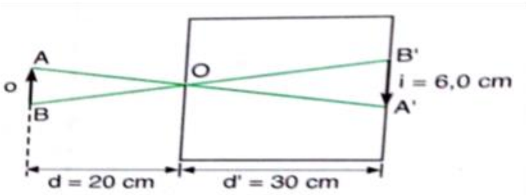
Exercício de Aplicação

1 – (PUCC) Um observador nota que um edifício projeta no solo uma sombra de 30m de comprimento, no instante em que um muro de 1,5 m de altura projeta uma sombra de 50 cm. Determine a altura do prédio.

2 – (EF Edson Queiroz –CE) Um grupo de escoteiros deseja construir um acampamento em torno de uma árvore. Por segurança, eles devem colocar as barracas a uma distância tal da árvore que, se esta cai, não venha a atingi-los. Aproveitando o dia ensolarado eles mediram, ao mesmo tempo, os comprimentos das sombras da árvore e de um deles, que tem 1,5 m de altura, os valores encontrados foram de 6,0 m e 1,8 m, respectivamente. A distância mínima de cada barraca à árvore deve ser de:

(a) 6,0 m (b) 5,0 m (c) 4,0 m (d) 3,0 m (e) 2,0 m

3 – Um objeto linear está situado a 20 cm de uma câmara escura de orifício, de comprimento 30 cm. Sabendo que a altura da imagem projetada é de 6,0 cm, determine a altura do objeto. Ver figura abaixo.



Respostas: 1 – 90m 2 – b 3 – 4cm

Referencial Bibliográfico:

CALÇADA, C. S. e SAMPAIO, J. L. **Física Clássica – Óptica e ondas**. São Paulo, editora atual, 1998.

GASPAR, A. **Física: ondas, óptica e termodinâmica**. São Paulo/SP, editora ática, 1ª edição, 2000.

Grupo de reelaboração do ensino de Física. **Física 2 – física térmica e óptica**. São Paulo, editora universidade de São Paulo, 5ª edição, 2000.

IEZZI, G. **Fundamentos de matemática elementar, 3**. São Paulo, editora atual, 8ª edição, 2004.

LUZ, A. M. R. da e ALVARES, B. A. **Curso de Física, volume 02**. São Paulo/SP, editora Scipione, 2005.

MENDES, M. A. **Trigonometria: descobrindo a razão tangente no triângulo retângulo**. http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=28649. Acessado em 08/09/2013.

APÊNDICE F

UNIVERSIDADE ANHANGUERA DE SÃO PAULO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

UNIDADE DE ENSINO POTENCIALMENTE SIGNIFICATIVA – 2º ENCONTRO

Nome completo: ____.

Tema: O Teorema de Pitágoras

O que o aluno poderá aprender com esta aula

- O Teorema de Pitágoras;
- Algumas aplicações sobre o teorema de Pitágoras;
- Resolver problemas, a partir de fatos da natureza, utilizando o Teorema de Pitágoras;

Duração das atividades

2 aulas de 50 min

Conhecimentos prévios trabalhados pelo professor com os alunos

Triângulo retângulo; Teorema de Pitágoras, Princípio da Propagação retilínea da Luz; operações com vetores em direções perpendiculares.

Estratégias da aula

MOMENTO 01

Discutindo o Teorema de Pitágoras

Ler o trecho da música “uma Arlinda Mulher” e o poema matemático: “o quociente e a incógnita”. Analise-os e responda o questionário abaixo:

Uma Arlinda Mulher – (Mamonas Assassinas).	**Poema matemático: O quociente e a incógnita (Millôr Fernandes).**
Te encontrei Toda remelenta e estronchada num bar, Entregue às bebida Te cortei os cabelos do suvaco e as unhas do pé Te chamei de querida Te ensinei Todos os auto-reverse da vida E o movimento translação que faz a Terra girar Te falei Que era importante competir Mas te mato de pancada se você não ganhar! Você foi Agora a coisa mais importante Que já me aconteceu neste momento Em toda a minha vida Um paradoxo do pretérito imperfeito Complexo com a Teoria da Relatividade Num momento crucial Um sábio soube saber que o sabiá sabia assobiar E quem amafagafar os mafagafinhos Bom amafagafigador será Te falei Que o pediatra é o doutor responsável pela saúde dos pé O 'zoísta' cuida dos zóios e o oculista Deus me livre, nunca vão mexer no meu! Pois pra mim Você é uma besta mitológica Com cabelo pixaim parecida com a Medusa Eu disse isso *Pra rimar com a soma dos quadrados dos catetos* *Que é igual à porra da hipotenusa*	"Às folhas tantas do livro de matemática, um quociente apaixonou-se um dia doidamente por uma incógnita. Olhou-a com seu olhar inumerável e viu-a, do ápice à base. Uma figura ímpar olhos rombóides, boca trapezóide, corpo ortogonal, seios esferóides. Fez da sua uma vida paralela a dela até que se encontraram no infinito. "Quem és tu?" - indagou ele com ânsia radical. *"Eu sou a soma dos quadrados dos catetos,* *mas pode me chamar de hipotenusa".* E de falarem descobriram que eram o que, em aritmética, corresponde a almas irmãs, primos entre-si. E assim se amaram ao quadrado da velocidade da luz numa sexta potenciação traçando ao sabor do momento e da paixão retas, curvas, círculos e linhas senoidais. Nos jardins da quarta dimensão, escandalizaram os ortodoxos das fórmulas euclidianas e os exegetas do universo finito. Romperam convenções Newtonianas e Pitagóricas e, enfim, resolveram se casar, constituir um lar mais que um lar, uma perpendicular. Convidaram os padrinhos: o poliedro e a bissetriz, e fizeram os planos, equações e diagramas para o futuro, sonhando com uma felicidade integral e diferencial. E se casaram e tiveram uma secante e três cones muito engraçadinhos e foram felizes até aquele dia em que tudo, afinal, vira monotonia. Foi então que surgiu o máximo divisor comum, frequentador de círculos concêntricos viciosos, ofereceu-lhe, a ela, uma grandeza absoluta e reduziu-a a um denominador comum. Ele, quociente percebeu que com ela não formava mais um todo, uma unidade.

	Era o triângulo tanto chamado amoroso desse problema, ele era a fração mais ordinária. Mas foi então que Einstein descobriu a relatividade e tudo que era espúrio passou a ser moralidade, como, aliás, em qualquer Sociedade ..."

Questionário:

1 – Referindo-se ao teorema de Pitágoras, o que a música da Banda Mamonas Assassinas e o poema de Millôr Fernandes tem em comum? O que eles falam está correto?

Resposta:

MOMENTO 02

Conhecendo o Teorema de Pitágoras

Vamos assistir ao documentário "O legado de Pitágoras: Pitágoras e outros" que pode ser conseguido na videoteca da TV Escola, o canal da educação do Ministério da Educação - MEC do governo do Brasil. Após assisti-lo, vamos responder e discutir a atividade abaixo.

Figura 01 – Tela inicial do documentário o Legado de Pitágoras.

ATIVIDADE

1 - A partir do que foi observado ao assistir o documentário, enuncie o teorema de Pitágoras:

Resposta:

2 – Marque a alternativa que corresponde à descrição matemática correta do teorema de Pitágoras a partir do triângulo abaixo:

a) $a^2 + c^2 = b^2$

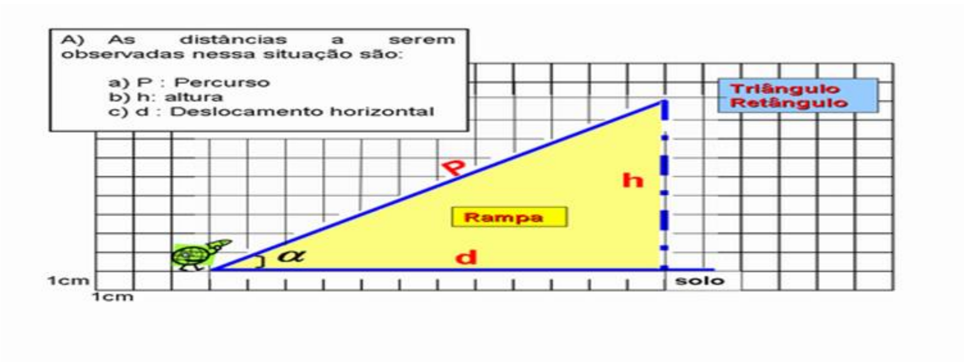
(b) $b^2 + a^2 = c^2$

(c) $a^2 - c^2 = b^2$

(d) $b^2 - c^2 = a^2$

(e) $c^2 - b^2 = a^2$

(MENDES, M. A., 2011) Qualquer subida pode ter sua trajetória representada por um triângulo retângulo. Suponha que uma das rampas do problema seja a representada a seguir.



3 - (MENDES, M. A., 2011) O triângulo retângulo é um triângulo que seus lados possuem nomes diferenciados dos demais triângulos. Os lados perpendiculares, que formam o ângulo reto, são denominados de **catetos oposto ou adjacente** e o lado oposto ao ângulo reto (o lado de maior medida) é denominado **Hipotenusa**. Portanto, no triângulo acima o lado denominado de P é ______________,o lado denominado de h é _____________ e o lado denominado de d é ________________.

4 - (MENDES, M. A., 2011) Utilizando o valor dado na malha quadriculada, meça a altura, o deslocamento horizontal e o percurso total da rampa.

d = ____________________________.

h = ____________________________.

P = ____________________________.

5 – No documentário, ao realizar medições com raios quilométricos através de GPS e satélites em solo europeu os pesquisadores encontraram que a soma dos quadrados dos catetos não era igual ao quadrado da hipotenusa. Indique uma hipótese para o fato dissertado no vídeo sobre a incoerência dos resultados para a experiência com o teorema de Pitágoras.
Resposta:

MOMENTO 3

Aplicação para o Teorema de Pitágoras

Vamos discutir e resolver a seguinte situação: Um barco ao atravessar um rio com correnteza consegue chegar ao outro lado da margem? E o ponto de chegada seria o mesmo se não existisse correnteza? Para iniciarmos as discussões vamos ler o seguinte texto:

Soma de Vetores

Extraído livro: Física – Mecânica III – módulo 3 – ensino médio. Autores: Alvaro Csapo Talavera e Luciano Pozzani. Editora Nova Geração, São Paulo, SP, 2003.

A região que compreende as cidades de Petrolina (PE) e Juazeiro (BA) concentra os maiores produtores de manga e uva do país. Costuma-se chamar essa próspera região de pólo agroindustrial Petrolina-Juazeiro e, de fato, é quase impossível falar de uma cidade sem citar a outra. São cidades geminadas, separadas apenas pelo rio São Francisco. Antigamente, dezenas de embarcações a vapor, conhecidas como gaiolas, cruzavam o rio de uma cidade a outra. Contudo, a construção da barragem da usina hidrelétrica de Sobradinho alterou profundamente as condições de navegabilidade do rio. Surgiram pequenas ondas, semelhantes às existentes no mar, que praticamente inviabilizaram a navegação das embarcações de grande porte. Afinal, para que uma embarcação atravesse um rio de um ponto a outro, é necessário levar em conta fatores como a velocidade do vento e da água.

Imagine que um barco vai cruzar um rio de uma margem à outra. A largura do rio é de 32m e vamos supor que a velocidade do barco tenha intensidade de 8m/s. A figura 02 ilustra essa situação.

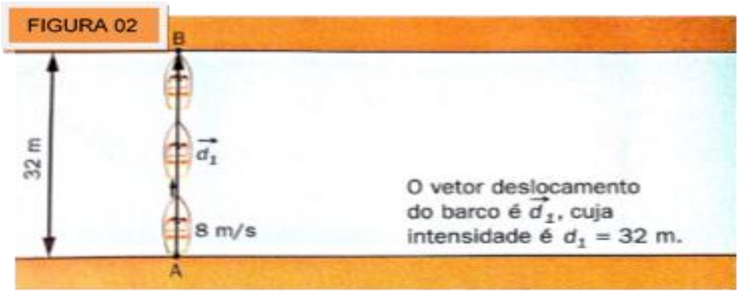


Figura 02 – Representação gráfica do movimento de um barco ao cruzar um rio de uma margem a outra (Talavera e Pozzani, 2003, p.37).

Se as águas estiverem calmas, o barco irá cruzar o rio de uma margem à outra em 4s. Mas o que acontecerá se estiver em movimento?

Para responder essa pergunta, vamos supor que as águas se movimentam com uma velocidade de 6m/s para a direita. Nesse caso, o barco não vai mais atingir o ponto B e sim outro ponto, situado a sua direita, como mostra a figura 03.

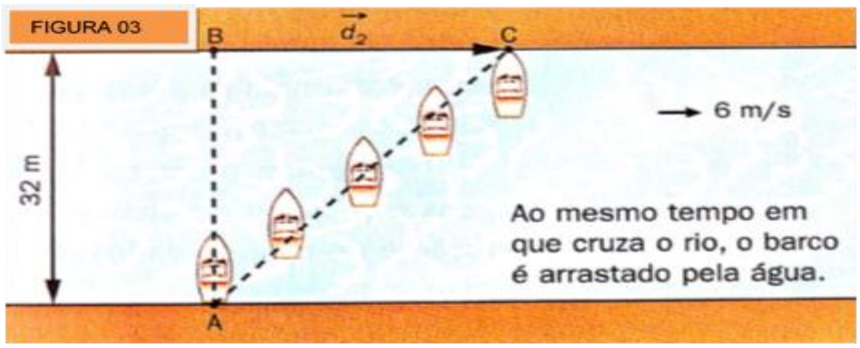


Figura 03 – Representação gráfica do movimento de um barco ao cruzar um rio de uma margem a outra e sendo arrastado pela água (Talavera e Pozzani, 2003, p.37).

Isso acontece porque, além de cruzar o rio de uma margem à outra, o barco também se desloca rio abaixo, como podemos visualizar na figura 03. O deslocamento do barco, arrastado pela água, é representado pelo vetor d_2 da figura. Pensando um pouco, podemos achar sua intensidade: nos mesmos 4 s que leva para ir de uma margem à outra, o barco é arrastado para a direita com uma velocidade de 6 m/s. Então ele descerá 24 m (6x4), ou seja, o módulo do vetor d_2 é 24 m.

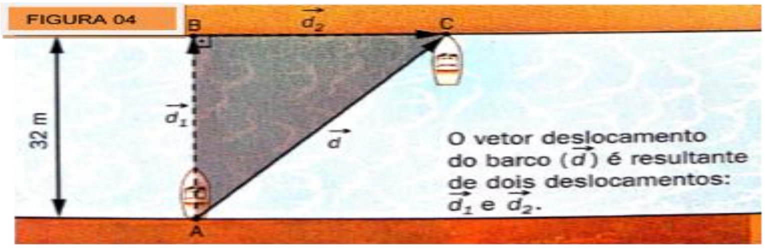
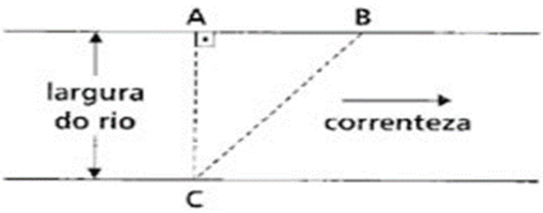


Figura 04 – Representação gráfica do vetor deslocamento do movimento de um barco ao cruzar um rio de uma margem a outra e sendo arrastado pela água (Talavera e Pozzani, 2003, p. 37).

Podemos concluir que para operações com vetores perpendiculares utiliza-se o Teorema de Pitágoras para descobrimos a relação entre as distâncias percorridas e as velocidades vetoriais do objeto em movimento:

Exercício de Aplicação:

1 - Um turista que pretende pescar em um rio que atravessá-lo de uma margem a outra. Partindo de uma posição representada na figura abaixo pelo ponto C na margem do rio ele pretende atracar no ponto A na margem que fica no outro lado do rio, porém ele consegui chegar no ponto B. Sabendo que a distância percorrida pelo barco do turista da margem C até a B é de 100m e que a distância entre os pontos A e B da margem são de 80m, encontre a largura do rio.



2 – (UF-PI – modificado) Um barco, cuja velocidade em relação à margem é 4,0 m/s, movimenta-se em um rio cuja a correnteza tem velocidade de 3,0 m/s em relação ás margens. Ao tentar atravessar o rio até a outra margem a favor da correnteza, a velocidade do barco para um observador na margem do rio tem módulo igual a:

(a) 7,0 m/s (b) 5,0 m/s (c) 4,0 m/s (d) 3,0 m/s (e) 1,0 m/s

3 - Um barco a motor atravessa um rio de largura 400 m, perpendicularmente a correnteza e atinge a margem oposta 300 m rio abaixo. Encontre o deslocamento do barco de uma margem a outra.

Respostas: 1 – 60m 2 – b 3 – 500m

Referencial Bibliográfico:

CALÇADA, C. S. e SAMPAIO, J. L. **Física Clássica: Cinemática**. São Paulo/SP, editora atual, 1998.

GASPAR, A. **Física: Mecânica**. São Paulo/SP, editora ática, 1ª edição, 2000.

Grupo de Reelaboração do ensino de Física – GREF. **Física 1: Mecânica**. São Paulo/SP, editora da Universidade de São Paulo, 6ª edição, 2000.

IEZZI, G. **Fundamentos de matemática elementar, 3**. São Paulo, editora atual, 8ª edição, 2004.

LUZ, A. M. R. da e ALVARES, B. A. **Curso de Física, volume 01**. São Paulo/SP, editora Scipione, 2005.

MENDES, M. A. **Trigonometria: descobrindo a razão tangente no triângulo retângulo**. Portal do professor, 2011. Acessado em 20 de dezembro de 2012.

TALAVERA, A. C. e POZZANI, L. **Física: mecânica III: módulo 3, ensino médio**. São Paulo/SP, editora Nova geração, 2003.

O Legado de Pitágoras – Pitágoras e outros. Youtube (postado em 09/12/2011). http://www.youtube.com/watch?v=dmorYuxbJHE. Acessado em 08/09/2013.

APÊNDICE G

UNIVERSIDADE ANHANGUERA DE SÃO PAULO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Nome completo: ____.

UNIDADE DE ENSINO POTENCIALMENTE SIGNIFICATIVA – 3º ENCONTRO

Tema: Razões trigonométricas no triângulo retângulo I.

O que o aluno poderá aprender com esta aula

- Razões Trigonométricas no Triângulo Retângulo;
- Algumas aplicações sobre Razões Trigonométricas no Triângulo Retângulo;
- Resolver problemas, a partir de fatos da natureza, utilizando as Razões Trigonométricas no Triângulo Retângulo;

Duração das atividades

2 aulas de 50 min

Conhecimentos prévios trabalhados pelo professor com os alunos

Triângulo retângulo; Teorema de Pitágoras, Razões Trigonométricas no Triângulo Retângulo, Vetores, Projeção de vetores, Força Peso, Força Normal, Força de Atrito.

Estratégias da aula

<u>MOMENTO 01</u>

Atividade: Verificação de proporcionalidade entre lados de um triângulo retângulo.

A partir do triângulo retângulo ABCA foi marcado um ângulo β e γ, e em seguida construído os triângulos semelhantes ABDA e ACDA.

Com o auxílio dos valores dos lados do triângulo retângulo da figura 01, para medir os lados dos triângulos retângulos, façam as seguintes operações:

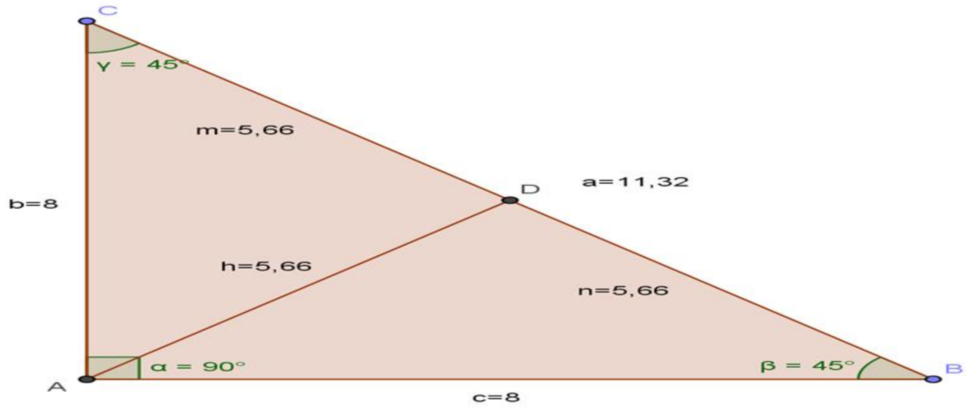


Figura 01 – Triângulo retângulo com os valores pré-estabelecidos para as atividades.

1º) Fixando os ângulos β e γ, efetue a razão entre o cateto adjacente e a hipotenusa para os triângulos todos os triângulos retângulos semelhantes ABDA e ACDA definidos na figura 01.

2º) Fixando os ângulos β e γ, efetue a razão entre o cateto oposto e a hipotenusa para os triângulos todos os triângulos retângulos semelhantes ABDA e ACDA definidos na figura 01.

3º) Fixando os ângulos β e γ, efetue a razão entre o cateto oposto e o cateto adjacente para os triângulos todos os triângulos retângulos semelhantes ABDA e ACDA definidos na figura 01.

4º) Fixando os ângulos β e γ, efetue a razão entre o cateto adjacente e o cateto oposto para os triângulos todos os triângulos retângulos semelhantes ABDA e ACDA definidos na figura 01.

Atividade

1 – Que conclusão podemos chegar sobre as medidas realizadas?

Resposta:

2 – Considerando um triângulo retângulo e fixando um ângulo agudo, complete as afirmações abaixo com a respectiva razão trigonométrica (sen, cos, tg e cotg):

(a) $\frac{cateto\ oposto}{hipotenusa} =$

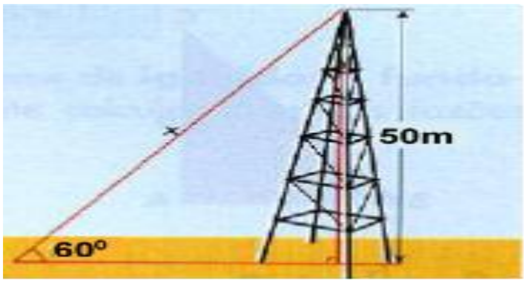
(b) $\frac{cateto\ adjacente}{hipotenusa} =$

(c) $\frac{cateto\ oposto}{cateto\ adjacente} =$

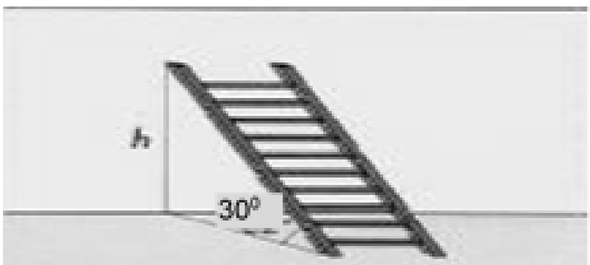
(d) $\frac{cateto\ adjacente}{cateto\ oposto} =$

<u>Atividade de aplicação</u>

1 – Uma torre de transmissão de ondas de tv foi instalada em um terreno plano a uma altura de 50m em relação ao solo. Para segurança da torre foi instalado um cabo de tensão que forma com o solo um ângulo de 60^0. Encontre qual seria o comprimento do cabo?



2 – Para trocar a luminária de uma parede de sua casa, Antenor necessitou colocar uma escada inclinada em relação a parede criando um ângulo de 30^0 com o solo, como mostra a figura. Sabendo que a escada tem um comprimento de 5m, calcule a altura h do muro.



MOMENTO 02

Aplicação à razão trigonométrica no triângulo retângulo

Atividade

1 - Ao subir uma ladeira a pé, você fica mais cansado do que andando numa superfície plana. Por que isso acontece?

Resposta:

2 – Em rampas para cadeirantes, para facilitar o deslocamento da pessoa na subida ou na descida, o aclive da mesma deve ser maior ou menor? Justifique a sua resposta.

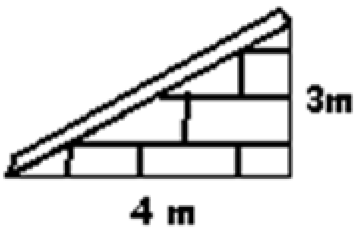
Resposta:

3 - Ao observarmos uma pessoa subindo uma rampa e considerando o ângulo de aclive qual a situação em que a pessoa teria menos dificuldades para subir? Justifique sua resposta.

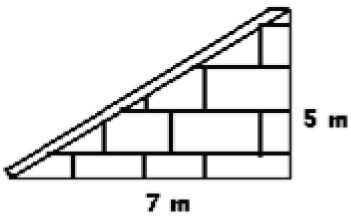
(   ) menor ângulo.   (   ) maior ângulo.

4 – Sem conhecer ângulos de subida, qual das duas rampas é a mais íngreme, ou seja, a que tem aclive maior? Justifique a sua resposta.

(1)



(2)



Experimento: Rampa de atrito.

(Experimento cadastrado por **Com Ciência Física UERJ** em 24/06/2009 no site Ponto ciência, link http://pontociencia.org.br/experimentos-interna.php?experimento=319, acessado oe 05/10/2013).

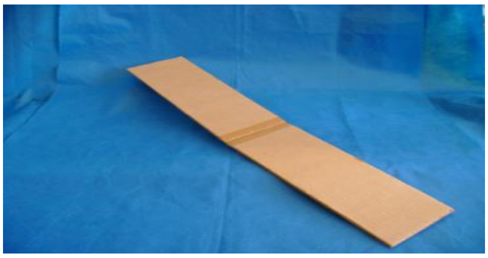
Objetivo: Aplicação das razões trigonométricas para discutir sobre a relação entre o ângulo em um plano inclinado e o aclive do mesmo através de um experimento bem simples.

1 – Material necessário.

- ✓ 2 retângulos de papelão rígido de (30x10x0,5) cm cada;
- ✓ 2 tampas de refrigerante;
- ✓ Lixa;
- ✓ Fita adesiva;
- ✓ Tesoura.
- ✓ Transferidor

Construção

Passo 01 - Com a fita adesiva, unir os dois retângulos de papelão.



Passo 02 – Com o aparato, coloque a tampa de refrigerante para deslizar gradativamente em diferentes valores de ângulos com o auxílio do transferidor.

Coletando os dados.

1 – Anote, para os valores dos ângulos abaixo, o comportamento da tampa de refrigerantes por você observado.

Ângulo	Descrevendo o que observou
10^0	
20^0	
30^0	
40^0	
50^0	
60^0	
70^0	

2 - A partir do que foi observado elabore hipótese(s) sobre o comportamento da tampa de refrigerante e o ângulo no plano inclinado.

Passo 03 – Com a lixa entregue pelo professor recorte um circulo do tamanho da superfície da tampa de refrigerante. Em seguida cole o círculo na tampa de refrigerante.

Passo 04 – Com o aparato, coloque a tampa de refrigerante, agora áspera devido a lixa, para deslizar gradativamente em diferentes valores de ângulos com o auxílio do transferidor.

Coletando os dados.

1 – Anote, para os valores dos ângulos abaixo, o comportamento da tampa de refrigerantes por você observado.

Ângulo	Descrevendo o que observou
10^0	
20^0	
30^0	
40^0	
50^0	
60^0	
70^0	

2 - A partir do que foi observado elabore hipótese(s) sobre o comportamento da tampa de refrigerante e o ângulo no plano inclinado.

Referencial Bibliográfico:

CALÇADA, C. S. e SAMPAIO, J. L. **Física Clássica: Dinâmica e Estática**. São Paulo/SP, editora atual, 1998.

Ponto Ciência. **Experimento: Rampa de atrito**. Cadastrado por Com Ciência Física UERJ em 24/06/200. http://pontociencia.org.br/experimentos-interna.php?experimento=319, acessado em 05/10/2013.

GASPAR, A. **Física: Mecânica**. São Paulo/SP, editora ática, 1ª edição, 2000.

Grupo de Reelaboração do ensino de Física – GREF. **Física 1: Mecânica**. São Paulo/SP, editora da Universidade de São Paulo, 6ª edição, 2000.

IEZZI, G. **Fundamentos de matemática elementar, 3**. São Paulo, editora atual, 8ª edição, 2004.

LUZ, A. M. R. da e ALVARES, B. A. **Curso de Física, volume 01**. São Paulo/SP, editora Scipione, 2005.

TALAVERA, A. C. e POZZANI, L. **Física: mecânica II: módulo 2, ensino médio**. São Paulo/SP, editora Nova geração, 2003.

APÊNDICE H

UNIVERSIDADE ANHANGUERA DE SÃO PAULO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Nome completo: ____.

UNIDADE DE ENSINO POTENCIALMENTE SIGNIFICATIVA – 4º ENCONTRO

Tema: Razões trigonométricas no triângulo retângulo II.

O que o aluno poderá aprender com esta aula

- Algumas aplicações sobre Razões Trigonométricas no Triângulo Retângulo;
- Resolver problemas, a partir de fatos da natureza, utilizando as Razões Trigonométricas no Triângulo Retângulo;

Duração das atividades

2 aulas de 50 min

Conhecimentos prévios trabalhados pelo professor com os alunos

Triângulo retângulo; Teorema de Pitágoras, Razões Trigonométricas no Triângulo Retângulo, Vetores, Projeção de vetores, Força Peso, Força Normal, Força de Atrito.

Estratégias da aula

MOMENTO 01

Figura 01 – Tirinha de Calvin e Haroldo (como é chamado no Brasil). Série de tiras criada, escrita e ilustrada pelo autor norte-americano Bill Watterson.

Após ler a tirinha em quadrinho, observamos que em pistas de esqui o esquiador acelera na descida. Para que a força resultante que atua no sentido do movimento seja cada vez maior é necessário aumentar ou diminuir o aclive da rampa?

Vamos discutir a situação descrita acima com o software de animação do Núcleo de Construção de Objetos de Aprendizagem (NOA) do departamento de física da Universidade Federal da Paraíba. Disponível em: http://www.fisica.ufpb.br/~romero/objetosaprendizagem/Rived/03bForcasPlanoInclinado/index.html (Acessado no dia 05 de outubro de 2013).

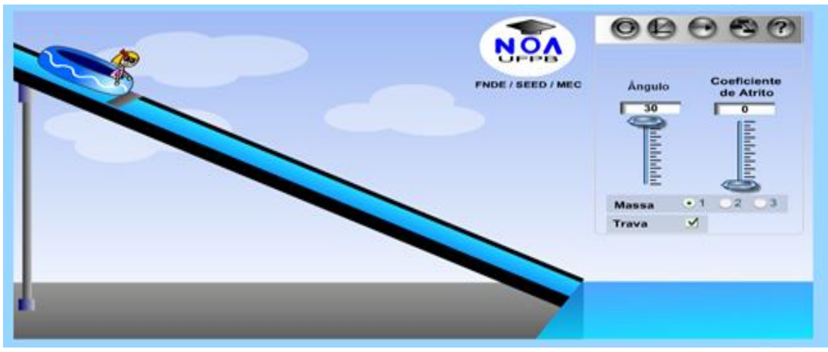


Figura 02: Tela inicial da animação sobre o plano inclinado.

Atividade

1 – A medida que cresce o ângulo de inclinação do plano em relação ao solo o que o ocorre com o deslocamento da menina?

Resposta:

2 – O que ocorre com o deslocamento da menina caso o coeficiente de atrito aumente?

Resposta:

MOMENTO 02

Aplicando as razões trigonométricas no triângulo retângulo ao fenômeno das forças em um plano inclinado.

Ao subir ou a descer uma ladeira temos forças que podem auxiliar ou dificultar o movimento dos corpos. Observando a figura 03 no plano e depois a figura 04 em plano que está inclinado podemos observar as forças que agem no bote que a menina está.

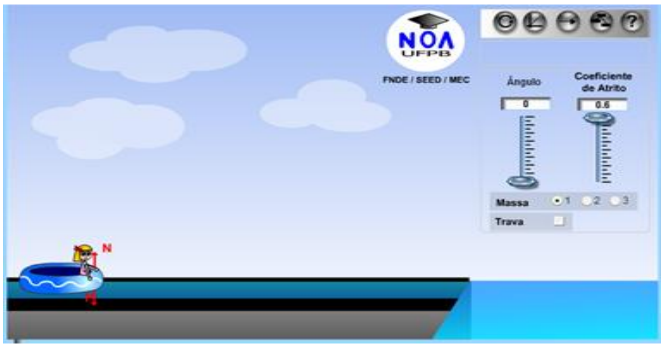


Figura 03: Tela do *software* indicando as forças que agem sobre o bote com a menina quando ela está no plano.

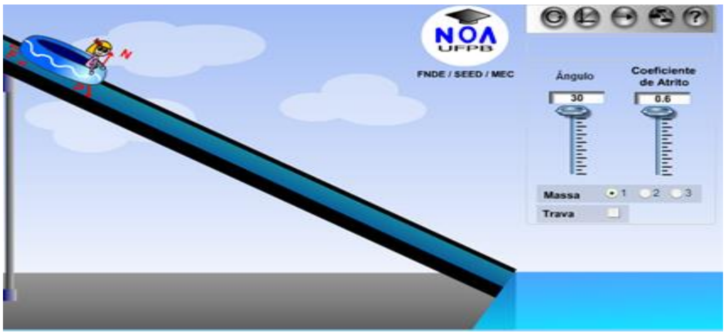


Figura 04: Telas do software indicando as forças que agem sobre o bote que está com a menina quando ela num plano inclinado.

Ao subir ou a descer uma ladeira temos forças que podem auxiliar ou dificultar o movimento dos corpos. Na figura 05, foi esquematizado as forças que agem sobre o bote que está com a menina quando ela está num plano inclinado.

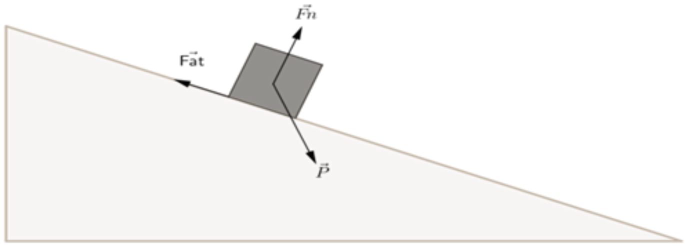


Figura 05: Exposição das forças atuantes em uma superfície inclinada.

Temos então a ação da Força Peso ($\overrightarrow{P}$) aplicada pela Terra, a força de reação normal do plano ($\overrightarrow{Fn}$) e a força de atrito ($\overrightarrow{Fat}$), que é uma força na qual um corpo exerce sobre o outro tangencialmente à superfície de contato que se opõe ao movimento ou deslizamento.

A situação descrita pode ser melhor analisada se decompor a Força Peso ($\overrightarrow{P}$) em duas componentes: uma na direção do movimento do bote e outra na da direção da Força Normal ($\overrightarrow{Fn}$). Observe a figura 04:

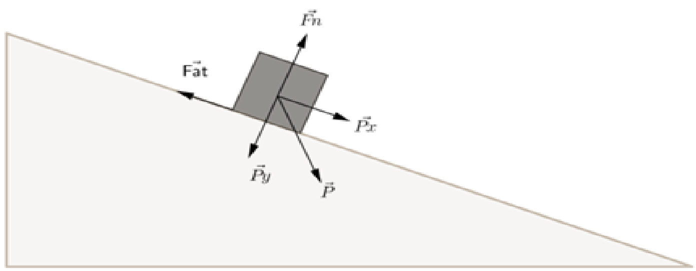


Figura 06: Exposição da Força Peso decomposta em suas componentes em um Plano inclinado.

Teremos, então:

$$Px = P.sen\theta$$

$$Py = P.cos\theta$$

Como o bote não irá se movimentar na direção definida como y, as componentes $\overrightarrow{Fn}$ e $\overrightarrow{Py}$ são de mesmo módulo, ou seja, $\overrightarrow{Fn} = \overrightarrow{Py}$.

Na ausência da Força de Atrito e em uma superfície completamente lisa, a única força que atua sobre o bloco é a componente vetorial $\overrightarrow{Px}$.

Essa componente $\overrightarrow{Px}$, que está agindo na mesma direção do movimento, será responsável pela aceleração do corpo caso esteja em movimento de descida do plano como observado no software de animação. Caso o bote tivesse que subir o plano inclinado, a componente será responsável por uma desaceleração do bote nessa direção.

Portanto, quando um corpo sobe a ladeira, a componente da força Resultante na direção do movimento $\overrightarrow{Px}$ é responsável pela Força resultante que age no corpo na ausência de força de atrito, então, a componente é diretamente proporcional a Força Peso do corpo e ao $\operatorname{sen}\theta$. O Peso depende da massa do corpo e da aceleração gravitacional do local (P = m.g).

Em nossa situação é importante observamos o comportamento do ângulo θ, considerando que o $\operatorname{sen}\theta$ é uma função crescente, isso significa que a função seno cresce de 0^0 a 90^0, tendo um valor crescente compreendido entre 0 e 1. Isso significa que quanto maior o ângulo de aclive no plano inclinado, maior a Força Resultante que é submetida a um corpo num plano inclinado.

Para calcularmos a aceleração que o corpo fica submetido no plano inclinado temos que fazer o seguinte:

Fr = Px

Como: m.a = P.senθ

Substituindo P por m.g

m.a = m.g.senθ

Encontramos que a aceleração será:

$\underline{a = g.sen\theta}$

Conclui-se que a aceleração do corpo em um plano inclinado não depende da massa do corpo, mas da inclinação do plano, por isso, quanto maior o ângulo maior será a aceleração do corpo na descida ou maior será a resistência ao corpo na subida. Isso pode significar que quanto maior o ângulo para subir, mais pisar fundo você terá que ter!

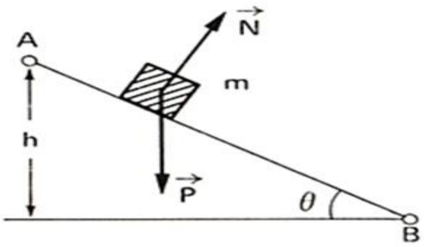
Exercícios de Aplicação:

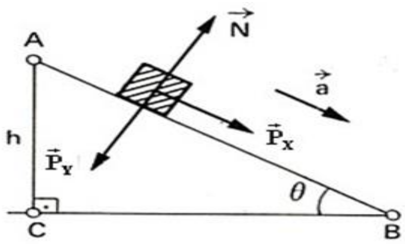
1 - Um bloco de peso igual a 100 N está apoiado num plano inclinado de 30º em relação à horizontal, que não oferece atrito, e é abandonado no ponto A, conforme a figura. Determine:

a) a aceleração com que o bloco desce o plano;

b) a intensidade da reação normal sobre o bloco;

c) A Força Resultante que o corpo possui enquanto desce o plano.



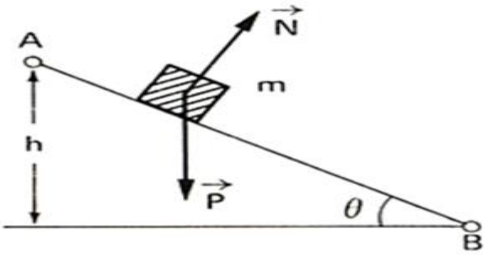


2 – Um corpo de peso 200N é abandonado sobre um plano inclinado sem atrito, como mostra a figura. Sabendo que θ=60º, determine:

a) a intensidade da força normal exercida pelo plano inclinado sobre o bloco;

b) o módulo da aceleração adquirida pelo bloco;

c) a intensidade da força resultante exercida sobre o bloco.

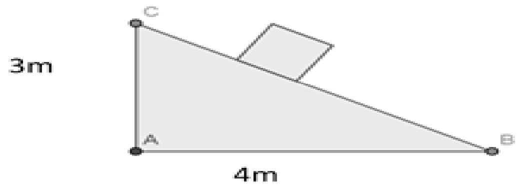


3 – Uma caixa é abandonada em um ponto C de um plano inclinado, conforme mostra a figura. Sabendo-se que o Peso do corpo vale 80 N, determine:

a) a aceleração com que a caixa desce o plano;

b) a intensidade da reação normal sobre o bloco;

c) A Força Resultante que o corpo tem enquanto desce o plano.



ATIVIDADE

Elabore um mapa conceitual sobre o tema *razões trigonométricas no triângulo retângulo.*

Referencial Bibliográfico:

CALÇADA, C. S. e SAMPAIO, J. L. **Física Clássica: Dinâmica e Estática**. São Paulo/SP, editora atual, 1998.

GASPAR, A. **Física: Mecânica**. São Paulo/SP, editora ática, 1ª edição, 2000.

Grupo de Reelaboração do ensino de Física – GREF. **Física 1: Mecânica**. São Paulo/SP, editora da Universidade de São Paulo, 6ª edição, 2000.

IEZZI, G. **Fundamentos de matemática elementar, 3**. São Paulo, editora atual, 8ª edição, 2004.

LUZ, A. M. R. e ALVARES, B. A. **Curso de Física, volume 01**. São Paulo/SP, editora Scipione, 2005.

TALAVERA, Alvaro Csapo e POZZANI, Luciano. **Física: mecânica II: módulo 2, ensino médio**. São Paulo/SP, editora Nova geração, 2003.

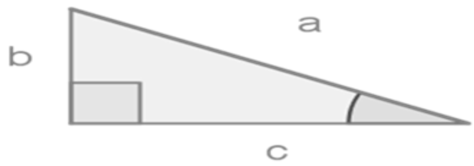
TAVARES, R. **Forças – plano inclinado**. Software: http://www.fisica.ufpb.br/~romero/objetosaprendizagem/Rived/03bForcasPlanoInclinado/index.html. Acessado em 05/10/2013.

APÊNDICE I

UNIVERSIDADE ANHANGUERA DE SÃO PAULO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

TESTE FINAL

1 – A partir do triângulo retângulo abaixo e Fixando o ângulo β, efetue a correspondência:



(1) sen β	( ) c/a
(2) cos β	( ) c/b
(3) tg β	( ) b/c
(4) cotg β	( ) b/a

2 - (COVESP---PE) Um barco atravessa um rio num trecho onde a largura é 100m, seguindo uma direção que forma um ângulo de 30º com uma das margens. Assinale a alternativa certa para a distância percorrida pelo barco para atravessar o rio.

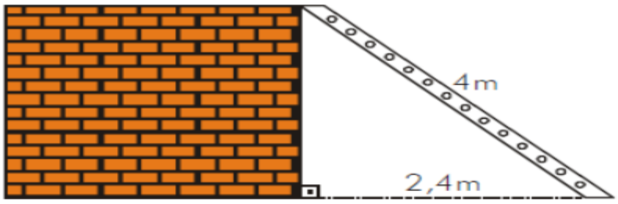
a) 100m   b) 200m   C) 150m   d) 250m

3 - (UNIFOR-CE) Em certa hora do dia, os raios do Sol incidem sobre um local plano com uma inclinação de 60º em relação à horizontal. Nesse momento, o comprimento da sombra de uma construção de 6m de altura será, aproximadamente:

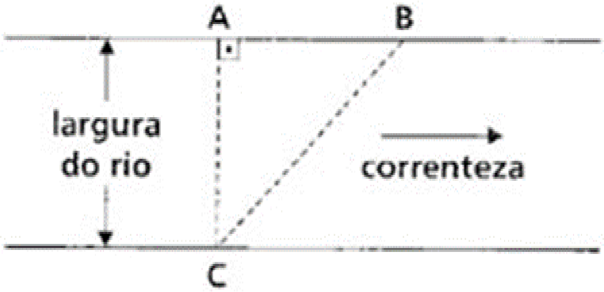
a) 10,2m   b) 8,5m   c) 5,9m   d) 4,2m   e) 3,4m

4 - (MOJI-SP) Uma escada que mede 4m tem uma de suas extremidades aparada no topo de um muro, e a outra extremidade dista 2,4m da base do muro. A altura do muro é:

a) 2,3m b) 3,0m c) 3,2m d) 3,8m



5 - Para determinar a distância de uma margem a outra do rio um navegante mediu a distância de partida no ponto C até atracar no outro lado da margem no ponto B da margem do rio que dista 50m. Sabendo que a distância entre os pontos A e B é de 30m, determine a distância entre a margem C até A.



6 – Um menino de 1,5m de altura produz uma sombra de 50cm. No mesmo instante, um prédio próximo do menino produz uma sombra de 20m. A altura do prédio, em metros, é:

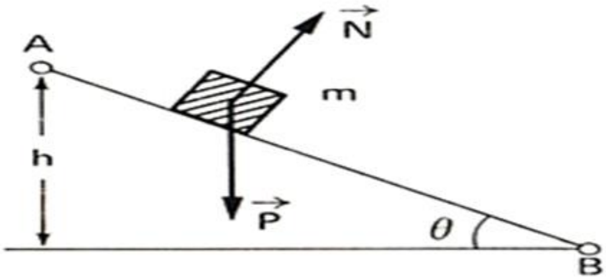
(a) 20 (b) 30 (c) 50 (d) 60 (e) 10.

7 - Um corpo de peso 100N é abandonado sobre um plano inclinado sem atrito, como mostra a figura. Sabendo que $\theta=60^0$, determine:

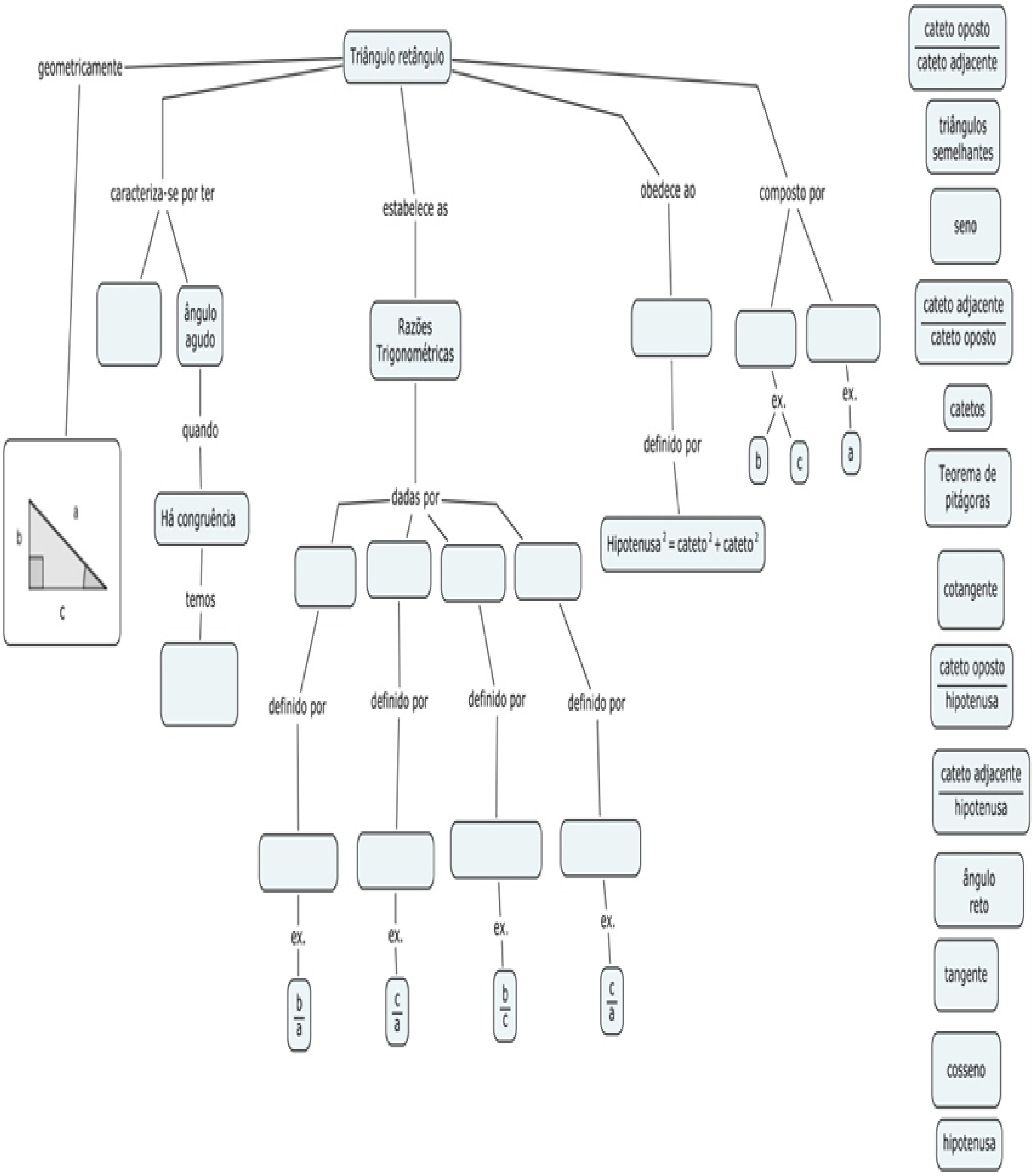
a) a intensidade da força normal exercida pelo plano inclinado sobre o bloco;

b) o módulo da aceleração adquirida pelo bloco;

c) a intensidade da força resultante exercida sobre o bloco.



08 – Preencha os espaços do mapa conceitual a partir dos conceitos nos quadros ao lado.



ANEXO: Tabela trigonométrica.

	30°	45°	60°
seno	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cosseno	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tangente	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$