UNIBAN – UNIVERSIDADE BANDEIRANTE DE SÃO PAULO

GILENO MOURA DO NASCIMENTO

USO DA ROBÓTICA NO ENSINO DE PROPORÇÃO AOS ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL II

SÃO PAULO

2012

GILENO MOURA DO NASCIMENTO

MESTRADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

USO DA ROBÓTICA NO ENSINO DE PROPORÇÃO AOS ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL II

Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Universidade Bandeirante de São Paulo – Uniban, como exigência para a obtenção do título de **MESTRE EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA** sob orientação da **Profa. Dra. Siobhan Victoria Healy (Lulu Healy).**

SÃO PAULO

2012

Nascimento, Gileno Moura do
Uso da robótica no ensino de proporção aos alunos do Ensino Fundamental II / Gileno Moura do Nascimento. -- São Paulo: [s.n.], 2012.
128p. ; il. ; 30cm

Dissertação (Mestrado) – Universidade Bandeirante de São Paulo, Educação Matemática
Orientadora: Profa. Dra. Siobhan Victoria Healy

1. Robótica 2. Proporção - Matemática I.Título

CDD 512.924

GILENO MOURA DO NASCIMENTO

USO DA ROBÓTICA NO ENSINO DE PROPORÇÃO AOS ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL II

DISSERTAÇÃO APRESENTADA À UNIVERSIDADE BANDEIRANTE DE SÃO PAULO – UNIBAN, COMO EXIGÊNCIA DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Presidente e Orientador

Nome: Siobhan Victoria Healy (Lulu Healy).

Titulação: Profa. Dra.

Instituição Universidade Bandeirante de São Paulo – UNIBAN

Assinatura: ______________________

2ª Examinador

Nome: Alberto José da Costa Tornaghi

Titulação: Prof. Dr.

Instituição: UNESA

Assinatura: ______________________

3ª Examinador

Nome: Monica Karrer

Titulação: Profa. Dra.

Instituição: Universidade Bandeirante de São Paulo – UNIBAN

Assinatura: ______________________

NOTA FINAL: **APROVADO**

Biblioteca

Bibliotecário: ____

Assinatura: ________________________________ Data: ___ / ___ / ___

São Paulo, ___ de ________________ de 2012.

DEDICATÓRIA

À minha esposa ROSELI e ao meu filho RODRIGO.

Pelo incentivo e paciência nos momentos em que não me fiz presente, muitas vezes por estar envolvido no trabalho e estudos.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, agradeço a DEUS, que me concedeu vida, saúde e a oportunidade de ingressar neste programa *Stricto Sensu*, “Porque Dele, e por Ele, e para Ele são todas as coisas. A Ele, pois, a glória eternamente. Amém!” (Romanos 11:36).

À minha orientadora PROFA. DRA. LULU HEALY, por sua dedicação, paciência, envolvimento e importantes direcionamentos, sem os quais a realização deste trabalho não seria possível.

À PROFA. DRA. JANETE BOLITE FRANT e ao PROF. DR. ALBERTO TORNAGHI, por suas importantes contribuições e observações feitas na qualificação deste trabalho, que permitiram um redirecionamento em pontos de vista que eu ainda não havia observado e que muito me auxiliaram na sua conclusão.

Às minhas colegas de mestrado ETIENNE e EDVONETE, pelo companheirismo e incentivo nas atividades desenvolvidas, e que tornaram os momentos de estudos mais fáceis e agradáveis.

Aos alunos que participaram do grupo de pesquisa, com dedicação, desprendimento, alegria e colaboração incansáveis. A seus pais, que voluntariamente permitiram sua participação, e em especial aos pais do LEONARDO, que emprestaram sua filmadora para registro das atividades e gravaram em CD-ROM todos os encontros de atividades realizados.

À instituição de ensino FACULDADE E COLÉGIO CARLOS DRUMMOND DE ANDRADE, pela bolsa concedida para custear parte dos custos, por ceder suas instalações, o material de robótica para a realização das atividades. À direção e coordenação do colégio pelo incentivo, apoio e confiança em permitir o trabalho com seus alunos para a realização desta pesquisa.

A todos os que direta ou indiretamente contribuíram para a realização deste trabalho, meus sinceros agradecimentos.

RESUMO

Esta pesquisa tem como objetivo estudar o uso de um ambiente robótico para a exploração do conceito de Proporção com alunos do Ensino Fundamental II, investigando qual matemática pode emergir por meio da utilização de tal tecnologia. Guiado por uma perspectiva construcionista, a hipótese inicial era que o ambiente robótico pode ser considerado como um micromundo, ou uma incubadora de conhecimento, seguindo a visão de Papert (1993). Foi elaborada uma pesquisa de caráter exploratório, em uma escola de ensino fundamental e médio, investigando as interações e narrativas de alunos do 6.º ano do Ensino Fundamental II, durante atividades com robôs. A metodologia de *"Design Experiments",* experimentos de ensino, norteou o desenvolvimento de todos os aspetos empíricos do estudo. As análises dos dados coletados durante o experimento foram informadas, em particular, pelas ideias de Confrey sobre estratégias envolvendo *splitting (equiparticionamento)*, e buscaram identificar como os alunos tratam relações proporcionais no contexto das atividades com robôs. As análises indicaram que a estratégia de *equiparticionamento* emergiu enquanto os alunos procuram formalizar as operações matemáticas por eles utilizadas nas programações do robô, buscando como objetivo que este desenhasse as figuras proporcionalmente maior ou menor que a figura original proposta na atividade de pesquisa. A necessidade de ajustar o parâmetro de duração de movimentos do robô e direção de seus movimentos fez com que os alunos experimentassem a geometria do corpo, definida por Papert como ponto de partida para a geometria formal, colocando-se, assim, no lugar do robô para simular seus movimentos e desta forma programarem-no para a conclusão do desafio proposto. Por outro lado, também foi constatado que algumas caraterísticas do ambiente robótico utilizados resultaram em imprecisões que ocultaram relações matemáticas ao invés de destaca-las.

Palavras-chave: Ambiente Computacional, Robótica, Razão e Proporção, Geometria, Micromundo, Construcionismo, Educação Matemática.

ABSTRACT

The aim of this research was to study the use of a robotics environment to explore the mathematical concept of proportion with Middle School students and to investigate what mathematics emerges during interactions mediated by this kind of technology. Guided by a constructionist perspective, the initial hypothesis was that the robotics environment could be considered as a microworld, or incubator of knowledge, following the vision of Papert (1993). A research study of an exploratory nature was conducted to investigate the interactions and narratives of 6th year, Middle School students during activities with robots. The methodology associated with Design Experiments shaped all aspects of the empirical work. The analyses of the data collected during the experiment was informed, in particular, by the ideas of Confrey related to strategies involving *splitting* (equipartitioning) and sought to identify how the students treated proportional relations in the context of the activities with robots. These analyses indicated that the splitting strategy emerged as the student attempted to formalize the mathematical operations they used to program the robots, while they were trying to design figures proportionally larger or smaller than an original figure, as proposed in the research activities. The necessity of adjusting the parameters which controlled the duration and direction of the movements of the robots involved the students in experiencing the geometry of the body, which Papert defines as the starting point for a more formal geometry, putting themselves in the place of the robot to simulate its movement and, in this way, programming it to conclude the given challenges. On the other hand, the data also evidenced how some characteristics of the robotic environment which was utilized resulted in imprecisions that hid, rather than emphasized, mathematical relations.

Keywords: Computational Environment, Robotics, Ratio and Proportion, Geometry, Microworld, Constructionism, Mathematics Education.

SUMÁRIO

ÍNDICE DE FIGURAS

ÍNDICE DE TABELAS

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Neste capítulo descreveremos a trajetória e a experiência acadêmica, bem como profissional, que motivaram esta pesquisa.

1.1. Trajetória pessoal

Em 1990, iniciei minha trajetória acadêmica no curso de Bacharel em Matemática com Ênfase à Informática. Posteriormente fiz o curso *Lato Sensu* em Sistemas de Informação com Ênfase em Banco de Dados, e trabalhei por muitos anos na área de engenharia com o uso do software AutoCad, no desenvolvimento de projetos de instalações elétricas e hidráulicas, além de diversos ramos de projetos de arquitetura e da construção civil.

Em razão de treinamentos por mim ministrados a funcionários e estagiários nas empresas onde trabalhei, surgiu o interesse em ministrar aulas em cursos técnicos, nos quais comecei a ter envolvimento com situações de ensino e de aprendizagem, a partir dos quais tive a oportunidade de participar de diversos treinamentos e congressos referentes aos temas pedagógicos de ensino e de aprendizagem.

Nesse período, comecei a me interessar por ministrar aulas de Informática e Matemática também aos alunos do Ensino Fundamental do 6.º ao 9.º anos. A partir de então, ingressei no curso de Licenciatura em Matemática em virtude da exigência da escola para ministrar tais aulas. Atualmente, me dedico às aulas de informática e robótica aos alunos do Ensino Fundamental II, além das aulas de Fundamentos de Programação, Linguagem de Programação ‘C’ e Estrutura de Dados aos alunos do Ensino Superior.

Meu ingresso no Mestrado em Educação Matemática em 2010 foi motivado pelo desejo de aprimorar meu conhecimento e investigar como o uso da Robótica em Educação Matemática pode contribuir na construção do conhecimento dos alunos do Ensino Fundamental, em particular, nesta pesquisa, alunos do 6.º ano.

A linha de pesquisa em Tecnologias Digitais e Educação Matemática foi escolhida pelo trabalho já desenvolvido por mim no ensino de Informática e Robótica, para alunos do Ensino Fundamental II, de uma escola situada no bairro do Tatuapé, São Paulo, SP. Durante o transcorrer dessas aulas de robótica, a Matemática é abordada como tema com o objetivo de provocar a investigação por parte do aluno e que, consequentemente, este aluno possa construir seu conhecimento matemático usando o ambiente robótico.

1.2. O desenvolvimento da pesquisa

Ao iniciar o mestrado, discuti com o Grupo de Pesquisa minhas experiências e expectativas em relação ao projeto que pretendia desenvolver, utilizando um ambiente robótico. Conversando com minha orientadora, percebi a necessidade de dar um foco específico a um conceito matemático, pois inicialmente eu pretendia investigar como um ambiente robótico poderia contribuir para o desenvolvimento do conhecimento matemático dos alunos, e dessa forma o universo de estudo ficaria muito extenso dentro da educação matemática.

Portanto, optamos por estudar a contribuição do ambiente robótico no ensino e aprendizagem de ideias relacionadas ao conceito de razão e proporção. Minha orientadora me propôs como leitura inicial o texto de Celia Hoyles e Richard Noss, no qual eles tentaram “mapear o relacionamento existente entre a pedagogia e o comportamento dos alunos em um micromundo matemático”, (HOYLES e NOSS, 1992, p. 31).

Neste estudo, Hoyles e Noss escolheram como domínio matemático as noções de razão e proporção e a linguagem Logo como meio para operá-lo. Utilizaram como objeto computacional de seu micromundo um objeto chamado HOUSE, que se tratava de um procedimento de programação fixo para fazer o desenho de uma casa na tela do computador. No experimento, eles buscaram monopolizar as possibilidades associadas com o subconjunto de Logo ligado à geometria da tartaruga. Eles argumentaram que algumas ideias de razão e proporção emergem "quase inevitavelmente" (HOYLES e NOSS, 1992, p. 5) quando os alunos programam as tartarugas. A ideia central deles era a de que, quando os aprendizes criassem um procedimento para uma figura particular, a questão de como ampliar ou diminuir a figura frequentemente torna-se um objetivo. Assim, a resolução deste objetivo pode envolver os aprendizes com ideias de proporcionalidade dentro de um contexto que tem muito sentido para eles. Para elucidar a abordagem de Hoyles e Noss em mais detalhes, a Figura 1 apresenta o exemplo de um procedimento de programação na linguagem Logo utilizado na sua pesquisa. O procedimento faz com que a tartaruga desenhe o objeto HOUSE.

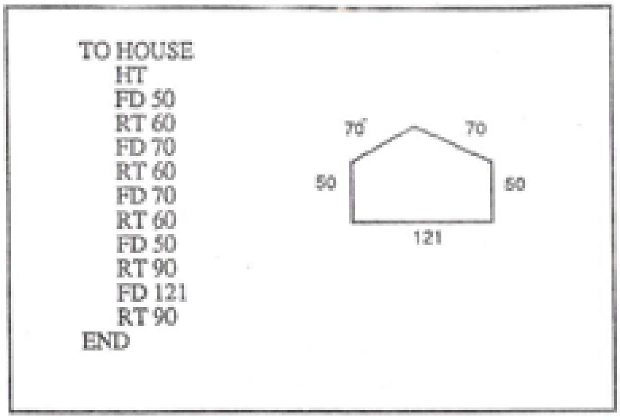


Figura 1 – Objeto HOUSE[1]

O processo na Figura 1 é um exemplo de um procedimento "fixo". Hoyles e Noss descrevem como na linguagem Logo é possível modificar o tamanho da figura HOUSE de duas maneiras diferentes, pelo menos. As entradas para os comandos FD poderiam ser mudadas manualmente – para cada valor dobrando por dois, por exemplo. Ou, para que o objeto HOUSE permanecesse em proporção, as relações entre os lados da casa teriam que ser respeitadas. No objeto HOUSE, apresentado acima, seus lados não estão relacionados de maneira simples e não há nenhuma unidade óbvia comum ou fator de multiplicação para conectar os comprimentos de cada lado da casa. Eles esperavam que a atenção das crianças fosse atraída para encontrar um fator de multiplicação, que permitisse à tartaruga ampliar a casa de

[1] Figura retirada do artigo A Pedagogy for a Mathematical Microworld, Celia Hoyles e Richard Noss, 1992, p. 34.

maneira que não ocorressem sobreposições de traçado ou que algum lado ficasse aberto. Neste exemplo, o intuito é mostrar como integrações com o micromundo têm o potencial de reunir em uma atividade as representações visuais, numéricas e simbólicas.

Optamos então por adaptar as atividades propostas por Hoyles e Noss em seu estudo, para o uso em ambiente robótico – ou seja, nossa ideia era a de que os movimentos dos robôs no espaço substituíssem as tartarugas que se movimentam na tela do computador e fazem desenhos na tela. Pensamos em utilizar programas para controlar as trajetórias dos robôs para que fizessem desenhos em folhas de papel, modificando-os de forma proporcional. Para este projeto escolhemos trabalhar com o kit de robótica Lego módulo NXT com o *software* de programação Mindstorm Lego, uma vez que este equipamento já é utilizado nas aulas de robótica que, em particular no colégio escolhido, fazem parte da grade curricular do Ensino Fundamental II.

A ideia inicial era utilizar os mesmos objetos que Hoyles e Noss usaram na sua pesquisa, porém adaptando-os ao *software* do kit de robótica. Desta forma, pretendíamos verificar as interações dos alunos com as noções de razão e proporção por meio de um micromundo criado em um ambiente robótico. No *design* do micromundo desta pesquisa, optamos inicialmente por um robô que chamamos de protótipo 1, o qual detalhamos no Capítulo 3.

No Capítulo 2, apresentaremos a descrição do conceito de micromundos como marco inicial para justificar o uso de um ambiente robótico para o ensino de uma ideia matemática particular.

No Capítulo 3, serão expostos os procedimentos metodológicos adotados nesta pesquisa, além da descrição detalhada do ambiente e das fases em que ela foi subdividida.

No Capítulo 4, apresentaremos as sessões de desenvolvimento das atividades de pesquisa realizadas durante os experimentos com os alunos participantes, bem como os diálogos e interações ocorridos com o grupo e o ambiente robótico. Também exporemos nossas análises efetuadas a partir dos dados coletados conforme a metodologia adotada para o desenvolvimento desta pesquisa.

No Capítulo 5, demonstramos os resultados alcançados com esta pesquisa a partir das análises descritas no Capítulo 4.

CAPÍTULO 2

MICROMUNDOS, ROBÓTICA E APRENDIZAGEM MATEMÁTICA

Neste capítulo descrevemos os conceitos sobre micromundo e as justificativas de sua utilização nas atividades de pesquisa em um ambiente robótico. Inicialmente visamos investigar de que maneira um ambiente robótico poderia servir como um micromundo de aprendizagem que auxiliasse os alunos do Ensino Fundamental II na construção de conhecimento sobre os conceitos matemáticos de razão e proporção.

A fim de guiar a pesquisa, formulou-se a seguinte questão de pesquisa:

Quais aspetos relacionados à Razão e Proporção emergem durante o uso de um ambiente robótico, como um micromundo de aprendizagem de matemática?

Para iniciarmos nossas investigações utilizando o ambiente robótico, buscamos no PCN de Matemática de 1998 indicações sobre o uso de tecnologias na educação matemática. O ambiente robótico em questão é uma tecnologia que envolve montagem de peças eletromecânicas, sensores, servo-motores e um *software* de programação capaz de atribuir movimentos preestabelecidos pelo programador ao robô. Este ambiente, no qual as atividades de pesquisa serão desenvolvidas, estará detalhadamente descrito nos próximos capítulos.

Nesta busca encontramos então a seguinte afirmação:

> As tecnologias, em suas diferentes formas e usos, constituem um dos principais agentes de transformação da sociedade, pelas modificações que exercem nos meios de produção e por suas consequências no cotidiano das pessoas. Estudiosos do tema mostram que escrita, leitura, visão, audição, criação e aprendizagem são influenciados, cada vez mais, pelos recursos da informática (PCN, 1998, p. 44).

Este documento prossegue afirmando que o uso das tecnologias contribui muito para repensar os processos de ensino e de aprendizagem da matemática, e destaca os seguintes pontos para justificá-lo:

> ✓ Relativiza a importância do cálculo mecânico e da simples manipulação simbólica, uma vez que por meio de instrumentos esses cálculos podem ser realizados de modo mais rápido e eficiente;
> ✓ Evidencia para os alunos a importância do papel da linguagem gráfica e de novas formas de representação, permitindo novas estratégias de abordagem de variados problemas;
> ✓ Possibilita o desenvolvimento, nos alunos, de um crescente interesse pela realização de projetos e atividades de investigação e exploração como parte fundamental de sua aprendizagem;
> ✓ Permite que os alunos construam uma visão mais completa da verdadeira natureza da atividade matemática e desenvolvam atitudes positivas diante de seu estudo (PCN, 1998, p.43).

E sobre como os computadores podem ser usados nas aulas de matemática aponta como objetivo as seguintes finalidades:

> ✓ Como fonte de informação, poderoso recurso para alimentar o processo de ensino e aprendizagem;
> ✓ Como auxiliar no processo de construção de conhecimento;
> ✓ Como meio para desenvolver autonomia pelo uso de *softwares* que possibilitem pensar, refletir e criar soluções;
> ✓ Como ferramenta para realizar determinadas atividades – uso de planilhas eletrônicas, processadores de texto, banco de dados etc. (PCN, 1998, p. 44).

Segundo o PCN, o uso de tecnologia nas salas de aula pode aumentar a motivação, desde que promova um ambiente motivador e desafiador de aprendizagem. Para tanto, é necessário que a proposta de trabalho seja motivadora, a fim de que os alunos não percam o interesse de maneira rápida em relação ao uso de determinada tecnologia. O PCN se posiciona de modo muito positivo, entretanto bastante crítico, em relação ao fato de as metodologias de ensino e aprendizagem estarem entrelaçadas ao uso de tecnologias, alertando para o fato de que utilizar determinada tecnologia não garante que haverá aprendizagem.

Desta forma, esta pesquisa pretende buscar evidências de como o uso de um ambiente robótico pode contribuir para o processo de aprendizagem. Mais especificamente, esta pesquisa tem o intuito de investigar que matemática emerge do uso de um ambiente robótico como um micromundo para aprendizagem matemática.

2.1. Micromundos

Micromundos podem ser entendidos como ambientes de aprendizagem, nos quais os alunos podem interagir manipulando os objetos de estudo, criando-os e testando-os por meio de simulações de mundos artificiais e virtuais, o que faz com que o aluno mergulhe no conhecimento pela exploração e prática de exercícios dos quais possui o controle do ambiente (LAJOIE,2002, p. 178). Pode-se ainda considerar micromundos, segundo a descrição de Papert (1993, p. 125), como incubadoras de conhecimento, que propiciam um ambiente onde ideias específicas ou estruturas intelectuais podem crescer associadas a conceitos históricos ou psicologicamente importantes.

A ideia de micromundos é originalmente descrita por Seymour Papert como mundos autossuficientes nos quais as crianças têm a possibilidade de “aprender para transferir seus hábitos pessoais de exploração para o domínio formal de construção científica” (PAPERT, 1980, p. 177).

Naquela época, Papert imaginava ambientes acessíveis, evocativos e que envolvessem a cultura matemática, nos quais os alunos pudessem imergir e tornarem-se mais fluentes em matemática. Portanto, mundos foram criados tendo em seu núcleo um modelo de domínio de conhecimento matemático. Os *designers* de qualquer micromundo deveriam fornecer modelos representados por um sistema formal e “um conjunto de ferramentas computacionais, cuja funcionalidade é vivida através de *displays* fenomenológicas (física, auditiva, gráfica, etc.)” (HEALY e KYNIGOS, 2009, p. 65). Healy e Kynigos destacam que a característica principal de um micromundo é a de que ele deve crescer com o conhecimento de seus usuários, evoluindo conforme o aluno explora seu território, o qual poderá acrescentar ao modelo inicial novos objetos e relações.

O termo micromundo surgiu cerca de 40 anos atrás, associado à linguagem Logo, entretanto sua funcionalidade e propósito têm evoluído no decorrer de todos esses anos dentro da comunidade de educação matemática. Segundo Healy e Kynigos (2009, p. 64), micromundo tem recentemente sido redescrito como ambientes computacionais nos quais, mediante um conjunto coerente de conceitos e relações, são projetados com tarefas pedagógicas, das quais os alunos podem participar da exploração e consequentemente da construção de significado durante seu aprendizado.

Inicialmente, micromundos eram especificamente ambientes de programação nos quais a principal característica era a de construir modelos gráficos por meio de linguagens de programação. Sua estrutura é composta por regras semânticas da linguagem e também por representações gráficas das relações de domínio que caracterizam o micromundo. Nestes ambientes, a capacidade de fazer relações, estender regras e relações do micromundo é tida como uma principal característica nas interações dos usuários com seus objetos.

Segundo a perspectiva construcionista de autores como Papert, Kafai e Resnick, o retorno imediato, sucinto e epstemológico (caracterizado por eles como espelhos conceituais) ocorre no micromundo em razão de sua característica de ter suas representações executáveis e de ser altamente editável, no qual a exploração e construção estão fortemente presentes (HEALY e KYNIGOS, 2009, p. 64).

Healy e Kynigos afirmam que neste sentido o micromundo é um exemplo de “acesso profundo e estrutural”, no qual a tecnologia pode ser usada por pessoas leigas para construirem suas ferramentas tecnológicas, personalizando-as e usando sua criatividade. Atualmente é possível que esta ideia seja colocada em prática por meio do desenvolvimento de *softwares* que permitem que as pessoas os usem de forma idiossincrática, isto é, de forma particular, personalizada, própria de cada indivíduo, facilitando assim o crescimento de uma cultura tecnológia que contrasta com o instrucionismo, no qual a criatividade e a expressividade são limitadas (HEALY e KYNIGOS, 2009, p. 64).

Ainda segundo Healy (2009), no campo da educação matemática *softwares* com interfaces gráficas de melhor qualidade, representações icônicas e as ferramentas de multimídia usadas como simulação programável permitiram a criação de micromundos que podem ser utilizados por diferentes níveis de professores e de alunos, trazendo novas possibilidades na busca de formas alternativas de formalização facilitando a geração de significados. Podem ainda ser usados como autênticos simuladores nos quais é possível alterar regras dentro dos mundos, gerando o questionamento de como seria quando ocorresse a mudança de tais regras, que muitas vezes podem ser imutáveis dentro de tais mundos.

Para Hoyles (1996, p. 65), a ideia de micromundo é uma intenção de desenvolver atitudes abertas de investigação de questionamentos matemáticos, em que há um modelo de domínio de conhecimento a ser investigado pela interação com o *software*. A exploração deve seguir na direção de promover a aprendizagem, na qual o conhecimento é considerado complexo e inter-relacionado com as ações. Em particular, o modo de interagir com os “habitantes” do micromundo, ou seja, os objetos computacionais devem permitir a criação de novos elementos, mediante a manipulação de elementos já existentes. Assim o micromundo pode crescer com o conhecimento do usuário que o explora.

Hoyles (1992, p. 1) utiliza como justificava para o desenvolvimento de um micromundo a ideia de que as crianças podem aprender construindo o seu conhecimento por meio de brincadeiras com atividades e recursos a elas designadas.

Assim, ela acredita que as crianças podem aprender e refletir ao interagir de forma intuitiva com o computador, e as respostas que ele lhes traz. Portanto, Hoyles afirma que o micromundo pode ser visto como um ambiente computacional ao qual a aprendizagem é incorporada. No sentido de que existem diferentes formas de se abordar a aprendizagem por meio do desenvolvimento de um micromundo, Papert (1980) sugere que imergir na cultura da criança faz com que seja possível que ela se sinta estimulada, por suas próprias experiências, a conhecer aspectos particulares do micromundo. Segundo Hoyles, os inter-relacionamentos que ocorrem entre os objetos de um micromundo e os usuários deste micromundo podem proporcionar uma aprendizagem robusta e duradoura, uma vez que é baseada em intuições que se desenvolveram por meio de ações (HOYLES e NOSS, 1992, p. 1).

Sobre o conhecimento intuitivo, diSessa (2000) sustenta que “compreender sua natureza fornece outra maneira importante sobre como pensamos aprendizagem”, e que é preciso reavaliar a eficiência na aprendizagem. “Se uma experiência de aprendizagem não se envolver ou desenvolver o conhecimento intuitivo, ela não começa a ser eficiente no que diz respeito às classes importantes de aprendizagem”[2] (DISESSA, 2000, p. 98).

Segundo as descrições apresentadas para micromundo, um ambiente computacional pode ser visto como um micromundo capaz de incorporar ideias matemáticas, uma vez que as representações de estruturas e relacionamentos na

[2] If a learning experience doesn't engage or develop intuitive knowledge, it doesn't begin to be efficient with respect to important classes of learning.

matemática seriam refletidas pelos alunos por meio da interação com o computador, e que se desenvolva a partir disso a abstração. Para tanto, diversas pesquisas têm sido destinadas a investigar o uso do computador em atividades pedagógicas com o objetivo de estudar um micromundo de aprendizagem, por exemplo, as desenvolvidas por Papert (1980,1993), Hoyles (1992) e Valente (1997).

Dessa forma, buscamos nesta pesquisa verificar as representações de estruturas e incorporações matemáticas por parte dos alunos, ao interagirem com um ambiente robótico no qual a programação para o funcionamento do robô se fará por meio do computador.

2.2. Geometria da tartaruga: um micromundo

Como um exemplo de micromundo pode-se citar a Geometria da Tartaruga criada na Linguagem Logo por Papert (1980).

Papert (1993), ao descrever a geometria da tartaruga, afirma que ela oferece um estilo diferente de fazer geometria em relação ao estilo axiomático de Euclides e o estilo analítico de Descartes. Um conceito fundamental na geometria de Euclides é o ponto, definido como uma entidade que possui uma posição como propriedade, mas que é desprovido de outras propriedades como cor, tamanho ou forma. Isto, segundo Papert, pode fazer com que pessoas que não estão familiarizadas com a matemática formal encontrem dificuldades de entender essa noção de ponto, uma vez que não conseguem relacioná-lo a outras coisas que sabem. Para ilustrar a diferença entre a geometria de Euclides e a geometria da tartaruga, Papert enfatiza a tartaruga como a entidade fundamental de sua geometria, e a compara com o ponto de Euclides. A tartaruga possui a mesma propriedade fundamental do ponto, a sua posição. No entanto, segundo Papert, a tartaruga está mais relacionada a coisas que as pessoas conhecem e, além da posição, ela possui uma direção indicada por sua cabeça assemelhando-se a uma pessoa. Outra característica em destaque é que a tartaruga, ao contrário do ponto, é dinâmica.[3] Assim, a partir da semelhança com o ponto de Euclides, a tartaruga vem servir como um

[3] Esta distinção entre o ponto e a tartaruga deixou de ser tão clara com o advento da geometria dinâmica, dado que o ponto também agora tem um caráter dinâmico.

representante da matemática formal para a criança, além de representar algo conhecido, familiar (PAPERT, 1993, p. 55).

Segundo esta perspectiva, ao trabalhar com a Geometria da Tartaruga, mobilizam-se conhecimentos da criança e o prazer do movimento, utilizando o conhecimento prévio das crianças, definido por Papert como a geometria do corpo, como ponto de partida para o desenvolvimento de pontes para a geometria formal (PAPERT, 1993, p. 58). Isto é, em constraste com a Geometria Euclidiana, a Geometria da Tartaruga tem o que Papert (1980) descreve como uma sintonicidade com o corpo – os alunos fazem conexões sobre o conhecimento de seus próprios corpos e os comandos dados às tartarugas. Formalizando estes comandos em procedimentos, não se corta sua conexão com o corpo, pelo contrário, os procedimentos oferecem recursos com os quais as crianças podem refletir e revivenciar os movimentos descritos por elas, colocando-se elas mesmas no lugar da tartaruga. Neste sentido, relacionando a aprendizagem com movimento, Papert afirma: “Nossa estratégia é tornar visível até mesmo para as crianças o fato de que a aprendizagem de uma habilidade física tem muito em comum com a construção de uma teoria científica” (PAPERT, 1993, p. 96).[4]

Sobre a geometria da tartaruga e sintonicidade com o corpo, Clements e Samara (2009) afirmam que a pesquisa de Papert com Logo e aprendizagem matemática se baseia na forma como os alunos constroem noções espaciais e não apenas de visualização passiva. O processo de construção é resultado de ações perceptivas, imaginárias e de reflexões sobre estas ações, tornando-se experiências ativas, importantes e valiosas para os estudantes.

Clements continua dizendo que, “usando Logo, as crianças podem aprender a pensar em ações da tartaruga como aquelas que podem ser executadas, ou seja, as ações da tartaruga tornam-se ‘sintônicas ao corpo’ (CLEMENTS e SAMARA, 2009, p. 282)”. Ele defende que simplesmente desenhar uma figura no papel não permite a criança alterar o desenho substancialmente e muito menos refletir conscientemente sobre a figura, e que criar um procedimento para desenhá-la usando Logo faz com que os alunos tenham que analisar os aspectos visuais da figura, e seus

[4] Our strategy is to make visible even to children the fact that learning a physical skill, has much in common with building a scientific theory.

movimentos em desenhá-la exigem que reflitam sobre como os componentes da figura são agrupados para formá-la. Escrever um procedimento em Logo para desenhar a figura “[...] permite, ou obriga o aluno a externalizar expectativas intuitivas. Quando a intuição é traduzida em um programa torna-se mais intrusiva e mais acessível à reflexão (PAPERT, 1980). Assim, Clements e Samara argumentam que os alunos têm que “analisar os aspectos espaciais da forma e refletir sobre como eles podem construi-la”, e que crianças das séries iniciais mostraram maior consciência explícita das propriedades das formas e do significado de medidas depois de trabalharem com a tartaruga (CLEMENTS e SAMARA, 2009, p. 282).

Nas figuras abaixo temos exemplos de construções geométricas realizadas por meio da Geometria da Tartaruga.

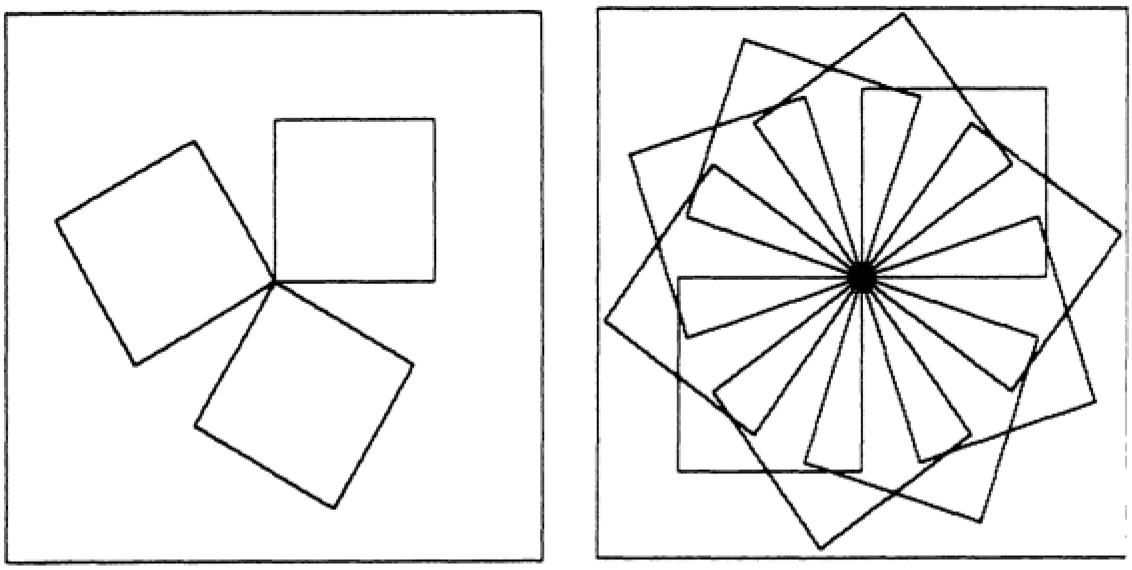


Figura 2 – Desenhando com Logo[5]

Neste exemplo, Papert mostra como as crianças, por meio da linguagem Logo, podem fazer novas construções com uma simples rotação da imagem original. Preocupado em abrir portas intelectuais para ideias poderosas, ele afirma que, mesmo em desenhos simples como estes, é possível observar que a geometria da tartaruga trabalha importantes ideias, como ângulos e repetição controlada. Assim, ela é uma geometria que pode ser aprendida facilmente, além de realizar a efetiva compreensão de muitas ideias matemáticas (PAPERT, 1993, p. 62).

[5] Figuras retiradas do livro de Papert, *Mindstorms*: children, computer, and powerful ideas (p. 62).

2.3. Robótica

Como descrito anteriormente, o uso de tecnologia na educação não é um assunto apenas discutido recentemente, conforme apresentado nos relatos citados de Papert (1981,1993), Resnick (1990), Noss e Hoyles (1992). Neste sentido, ao estudar o histórico da informática na educação, focando os Estados Unidos, França e Brasil, observa-se a disposição destes governos em investir em computadores, *softwares* e formação de professores, segundo Valente (1997). No Brasil, pode-se destacar o projeto Educom realizado nas universidades: UFPe, UFMG, UFRJ, UFRGS e Unicamp. Deste projeto surgiram os cursos de formação de professores Formar, Formar I e Formar II.

Mesmo antes do fim do século passado, pesquisadores começaram a expressar certa preocupação com o impacto, ou melhor, falta de impacto das tecnologias nas atividades escolares. Em 1997, Valente apontou que os investimentos para introduzir computadores nas salas de aula não trouxeram mudanças pedagógicas expressivas. Valente conclui dizendo: “As práticas pedagógicas inovadoras acontecem quando as instituições se propõem a repensar e a transformar a sua estrutura em uma estrutura flexível, dinâmica e articuladora” (VALENTE e ALMEIDA, 1997, p. 24).

Entretanto, seu otimismo sobre a realização do potencial de tecnologia digital aparentemente foi ressuscitado com iniciativas como o projeto chamado OLPC (One Laptop Per Child), apresentado ao governo brasileiro em 2005 por Nicholas Negroponte, Seymour Papert e Mary Lou Jepsen. No Brasil, este programa ficou conhecido como Prouca (Programa Um Computador por Aluno).[6] Valente (2010) faz comentários a respeito deste programa chamando a atenção para o fato de que se o aluno tiver o computador em sua mochila, isto deverá trazer uma mudança significativa na maneira como a tecnologia é usada na sala de aula. Ele afirma que será necessário que o professor recrie sua dinâmica de sala de aula, uma vez que o aluno terá acesso à informação em tempo real.

Valente acredita que atualmente no Brasil a tecnologia nas escolas se encontra em uma fase em que o professor começa a entender que ela pode ser

[6] Disponível em: <http://www.uca.gov.br/institucional/projeto.jsp>. Acesso em: 22 fev. 2012.

usada para desenvolver conteúdo de sua disciplina, e que a próxima fase será aquela em que este professor começará a desenvolver projetos que Valente chama de “transdisciplinares”, isto é, que envolvam as diversas disciplinas em um único projeto mediante o uso da tecnologia (VALENTE, 2010).

Outro aspecto destacado por Valente é o de que, segundo ele, nos encontramos vinculados à representação linguística por palavra, portanto faz-se necessário o uso de outros tipos de recursos como imagem, som e animação, e a isso ele chama de uso de outros letramentos.

> “O letramento digital, que é a incorporação da tecnologia digital na sua maneira de pensar e fazer; o letramento alfabético, que é o uso da palavra escrita e falada; o letramento imagético, que seria o uso das imagens; o letramento sonoro, o uso do som (VALENTE, 2010).

Neste sentido, buscamos então em um ambiente robótico estes tipos de letramentos, uma vez que o aluno tem a possibilidade de trabalhar com animação, som e imagens, criando modelos, programando-os e transformando-os a fim de atender aos requisitos da atividade pedagógica para a qual este micromundo foi projetado, e no qual os alunos estão inseridos como habitantes. Concluída a execução do desafio inicial, novos desafios, novas soluções, e provavelmente mudanças podem surgir e assim os alunos deverão alterar tanto o modelo montado quanto o programa. Estes objetos manipulados por meio de programação Hoyles (1993, p. 10) chama de “objetos computacionais evocativos” (ECOs – Evocative Computational Objects), uma vez que, por meio de sua manipulação, o aluno interage com o ambiente explicitando suas relações com o objeto matemático em questão mediante a comunicação com os colegas do grupo e o professor.

A organização de um micromundo tem o intuito de permitir a construção do conhecimento em uma forma *generative*[7], isto é, as crianças podem construir e articular relações matemáticas que são gerais dentro do micromundo, embora interpretáveis e significativas apenas dentro deste contexto (HOYLES, 1993, p. 9). Em nosso caso, construir e articular procedimentos para delimitar o comportamento de robôs. Assim esses comportamentos têm dois sentidos: matemático e cotidiano.

---

[7] Definição dada por Hoyles (1993).

Logo, ECOs representam a parte da ação dos habitantes do micromundo; a outra parte é composta pelas generalizações sobre estas ações feitas pelos aprendizes. Hoyles usa a expressão “abstração situada” para se referir a estas generalizações; ela define estas abstrações como *building blocks.*

O termo ECOs foi cunhado por Richard Noss e Celia Hoyles para enfatizar a ressonância do objeto com o domínio do conhecimento, isto é, que evoca (chama, faz aparecer) o conhecimento, em vez de ser simplesmente uma ponte entre o concreto e o abstrato. Hoyles cita Sherry Turkle (1991) que usou a expressão objetos evocativos no contexto dos computadores, afirmando que estes “provocam a pensar sobre os limites entre a vida, matéria e mente” (HOYLES, 1993, p. 8).

Em suma, a posição da Hoyles é a seguinte:

> Interações no micromundo, portanto, exibem dois processos complementares: a “matemática concretizada” de um lado, pela construção e manipulação de ECOs e “ação formalizada” pela articulação das abstrações situadas no outro (HOYLES, 1993, p. 9).[8]

O material Lego Mindstorms Education será explorado nas atividades desenvolvidas nesta pesquisa, com as expectativas acima descritas de criar um micromundo. Pretende-se investigar se realmente este material pode ser visto como um micromundo de ensino e de aprendizagem de conteúdos matemáticos. A descrição detalhada do material de robótica usado nesta pesquisa encontra-se no Capítulo 3. As montagens serão desenvolvidas pelos alunos, bem como as respectivas programações, e assim o aluno poderá simular situações que possam refletir os conceitos matemáticos e suas relações com o mundo real. Dado o envolvimento do aluno com as montagens e programação, espera-se que novas estruturas e funções possam ser habilitadas, além do desenvolvimento de diferentes estratégias a níveis de complexidade que possam estimular os alunos a construir seu conhecimento.

Neste sentido, a noção do construcionismo de Papert (1993) estará presente, pois o ambiente da robótica educacional tem potencial para que ocorra a aprendizagem por meio do movimento, do processo de repensar e da própria

[8] Microworld interaction thus exhibits two complementary processes: on the one hand “concretizing mathematics” by the construction and manipulation of ECOs and “formalizing the action” by the articulation of situated abstractions on the other.

brincadeira. Por conseguinte, esse ambiente apresenta as características descritas, de um micromundo de aprendizagem.

O construcionismo está relacionado ao envolvimento do aprendiz em construir algo externo ou compartilhável, na medida em que também constrói seu conhecimento. Portanto, o construcionismo poderia ser compreendido como um ciclo de internalização de experiências advindas do ambiente e da interação com objetos e com as pessoas, promovendo a externalização do que em seu interior se transformou em conhecimento, repetindo-se este ciclo durante todo o processo de aprendizagem (RESNICK e KAFAI, 1996, p. 177).

Segundo Resnick, o pensamento construcionista acrescenta ao ponto de vista construtivista a "ênfase crítica sobre construções particulares do sujeito", ao que Papert afirma:

> Entendemos "construcionismo", como incluindo, mas indo além, ao que Piaget chamaria de "construtivismo". A palavra com o V expressa a teoria de que o conhecimento é construído pelo aluno, não auxiliado pelo professor. A palavra com o N expressa a ideia, ainda, que isso acontece especialmente e felizmente quando o aprendiz está engajado na construção de algo externo ou pelo menos compartilhável [...] um castelo de areia, uma máquina, um programa de computador, um livro. Isso nos leva a um modelo usando um ciclo de internalização do que está fora, em seguida, a externalização do que está dentro (PAPERT, 1990, p. 3).[9]

Resnick assevera que o construcionismo também ressalta a ideia de que, por meio do trabalho em grupo, compartilhando resultados e artefatos, o aprendiz poderá construir seu conhecimento dentro de um contexto social. Segundo ele, este enfoque sobre a natureza compartilhada abre portas para compreender a ligação destas ideias às teorias das ciências sociais e antropológicas sobre os processos nos quais os resultados e artefatos são efetivamente construídos por grupos de pessoas e não somente pelo indivíduo. Assim, compartilhando os resultados e

---

[9] "We understand 'constructionism' as including, but going beyond, what Piaget would call 'constructivism'. The word with the V expresses the theory that knowledge is built by the learner, not supplied by the teacher. The word with the N expresses the further idea that this happens especially felicitously when the learner is engaged in the construction of something external or at least shareable... a sand castle, a machine, a computer program, a book. This leads us to a model using a cycle of internalization of what is outside, then externalization of what is inside and so no (PAPERT, 1990, p. 3).

artefatos, estes podem ser chamados de construções sociais e culturais (RESNICK e KAFAI, 1996, p. 177).

Do ponto de vista de interações sociais com o uso do material de robótica pelos alunos, alguns pesquisadores salientam a perspectiva de Vygotsky, no qual para o desenvolvimento cognitivo a criança deve experimentar o uso do funcionamento mental em situações sociais, antes que esta criança possa internalizar este funcionamento e utilizá-lo de maneira independente (TRACEY e MORROW, 2006, p. 109).

Se estas crianças forem acompanhadas por outras pessoas e, em particular, por pessoas que assumem o papel do professor, durante todo este processo, poder-se-á destacar outro ponto marcante da teoria de Vygotsky, chamado de ZDP (Zona de Desenvolvimento Proximal). Outra ideia destacada por Vygotsky recebe o termo "*scaffolding"* ("Andaimes") para se referir à forma como o aprendiz constrói seu conhecimento através da assistência de um adulto ou de outro colega mais competente durante os episódios de aprendizagem, na forma de "pistas, lembretes, encorajamento, quebrar o problema em etapas, dando um exemplo, ou outra coisa que permite que o aluno cresça de forma independente como aprendiz" (SLAVIN, 1997, p. 48, apud TRACEY e MORROW, 2006, p. 109).

Vygotsky (1978) argumenta que o ato de brincar exerce influência no desenvolvimento da criança, e que o brinquedo é uma forma de a criança satisfazer sua necessidade de agir em relação ao mundo adulto, indo além dos objetos a que ela tem acesso. A associação entre a brincadeira e o progresso cognitivo aparece em destaque nos escritos de Vygotsky sobre a zona de desenvolvimento proximal. Ele afirma que a brincadeira dá à criança o desejo de formular um novo sistema operacional e que por meio da brincadeira ela poderá relacionar seu "Eu" fictício e seu papel na brincadeira mediante suas regras.

"[...] maiores conquistas de uma criança são possíveis na brincadeira, as conquistas que amanhã se tornarão seu nível básico de ação real e de moralidade" (VYGOTSKY, 1978, p. 100).[10]

[10] "[…] a child's greatest achievements are possible in play, achievements that tomorrow will become her basic level of real action and morality."

Este aspecto lúdico da brincadeira e suas regras poderão se evidenciar durante todo este trabalho. Ludicidade segundo Távora (2007), tem sua origem no latim e significa jogo, divertimento e passatempo, em que a alegria e o desafio predominam (ROSA, 2008, p. 30).

Referindo-se ao lúdico, Rosa (2008) sustenta que é uma categoria primária da vida como essencial à criação de novos objetos, e que a própria civilização está inserida em um constante jogo. Ela menciona:

> [...] a verdadeira civilização não pode existir sem certo elemento lúdico, porque a civilização implica a limitação e o domínio de si própria, a capacidade de não tomar suas próprias tendências pelo fim último da humanidade, compreendendo que se está encerrado dentro de certos limites livremente aceites. De certo modo, a civilização sempre será um jogo governado por certas regras, e a verdadeira civilização sempre exigirá o espírito esportivo, a capacidade de *fair play*. O *fair play* é simplesmente a boa-fé expressa em termos lúdicos (HUIZINGA, 1993, p. 234, apud ROSA, 2008, p. 55).

O aspecto lúdico é uma prática que pode ser utilizada nas ações de ensino e, nesta pesquisa especificamente, em Educação Matemática, uma vez que estimula a prática pela procura por respostas e de soluções aos desafios propostos pelo professor durante sua prática pedagógica. Assim, ao longo da programação do robô e de sua execução, os alunos envolvidos poderão se sentir estimulados a buscar suas próprias soluções através da interação entre os membros do grupo de estudo e o material de robótica.

Sob o aspecto lúdico, o material de robótica pode propiciar aos alunos uma aprendizagem descontraída e divertida, o que dará uma imagem prazerosa ao desenvolvimento da aula e da apresentação de conceitos matemáticos, que da forma tradicional, isto é, aula puramente expositiva, torna-se chata, cansativa e não proporciona a interação dos alunos, o que pode dificultar aos estudantes sua construção de conhecimento na qual possam apropriarem-se dos conceitos apresentados e discutidos pelo professor.

“Quando as situações lúdicas são intencionalmente criadas pelo adulto com vistas a estimular certos tipos de aprendizagem, surge a dimensão educativa” (KISHIMOTO, 2001, p. 36, apud ROSA, 2008, p. 57).

Outro aspecto que se destaca deste material de robótica é descrito por Papert, no sentido de que a aprendizagem natural ocorre quando não há uma reprodução de informações, e sim uma aprendizagem contextualizada. Neste sentido, os alunos, ao interagirem com o robô e com a programação necessária para proporcionar-lhe movimento, poderão estar desenvolvendo seu raciocínio e habilidades por meio de situações que lhes sejam significativas. Isto nos remete à definição de micromundos dada por Papert.

> Oferecendo às crianças a oportunidade de aprender e de usar a Matemática através de um modo não formalizado de conhecer, encoraja ao invés de inibir a eventual adoção também de um modo formalizado [...] (PAPERT, 1994, p. 22, apud ROSA, 2008, p. 64).

Embutida nesta definição está a ideia de que os micromundos trazem novas possibilidades para novas práticas matemáticas, servindo como pontos entre atividades lúdicas e físicas e suas formalizações – um ponto entre o informal e o formal. Healy (2002) argumenta que a concepção de Papert foi de mundos compostos de objetos computacionais, os quais poderiam consolidar uma matemática não apenas formal, mas "autorrelacionada, incorporada, objetos materiais, sociais e atividades" (PAPERT, 1992, p. XV).

> O computador está nas entranhas entre o mundo de sistemas formais e coisas físicas; mas tem a habilidade de tornar o abstrato em concreto. No caso mais simples, um objeto se movendo na tela do computador pode ser definido pela maioria das regras formais e ser como uma construção da matemática pura; mas é algo visível, quase palpável (TURKLE & PAPERT, 1991, p. 162).[11]

Para Papert, então, o processo de aprendizagem matemática é um processo no qual a atividade física e sensório-motora serve como a base para a construção de significados matemáticos. No entanto, a importância das "coisas físicas" não diminui com sua conexão com um sistema formal – elas permanecem com uma parte integral do sentido matemático do aprendiz. Um ponto de vista semelhante caracteriza as posições mais recentes. Radford e seus colegas, por exemplo, argumentam: "A atividade sensório-motora não é meramente um estágio de

[11] "The computer stands betwixt and between the world of formal systems and physical things; it has the ability to make the abstract concrete. In the simplest case, an object moving on a computer screen might be defined by the most formal of rules and so be like a construct in pure mathematics; but it is as the same time visible, almost tangible" (TURKLE & PAPERT, 1991, p. 162).

desenvolvimento que se desvanece em estágios mais avançados, mas é bem presente no pensamento e na conceituação (RADFORD et al., 2005).[12]

Neste sentido, descreveremos no próximo item a relevância das atividades perceptuais motoras que acreditamos estarem relacionadas às práticas e interações dos alunos com o material robótico e o objeto matemático em questão nesta pesquisa.

2.4. Atividade perceptivo-motora

Existem várias pesquisas que investigam como se dá a ligação entre o formalismo matemático e as experiências perceptivo-motoras. Experiências estas as quais o aluno tem a oportunidade de vivenciar, por meio da prática de experiências, a relação entre os resultados obtidos em experimentos e mediante o cálculo matemático propriamente dito. Esta ligação entre a prática e o conhecimento teórico é investigada por diversos pesquisadores (HEALY, JAHN e FRANT, 2010; ANTINUCCI, 2001; ANICHINI, ARZARELLO, CIARRAPICO e ROBUTTI, 2004; NEMIROVSKY, 2008), e chamada de conhecimento corporificado.

Neste sentido, Gallese e Lakoff (2005) descrevem da seguinte forma:

> Nós defendemos que o conhecimento conceitual é corporificado, ou seja, ele é mapeado dentro do nosso sistema sensório-motor. Nós defendemos que o sistema sensório-motor não só fornece estrutura para o conteúdo conceitual, mas também caracteriza o conteúdo semântico dos conceitos em termos da maneira que nós funcionamos com os nossos corpos no mundo (GALLESE e LAKOFF, 2005, p. 455-456).[13]

Sendo assim, o uso de um ambiente que propicie experimentos com atividades perceptivo-motoras pode auxiliar os professores na sua prática pedagógica, objetivando a construção do conhecimento por parte de seus alunos. A forma de aprendizado perceptivo-motora se diferencia da metodologia unicamente simbólica, no sentido de criar um ambiente que pode ser virtual, físico ou

---

[12] Sensorimotor activity is not merely a stage of development that fades away in more advanced stages, but rather is thoroughly present in thinking and conceptualizing (RADFORD et al., 2005).

[13] Gallese and Lakoff (2005): “We will argue that conceptual knowledge is embodied, that is, it is mapped within our sensory-motor system. We will argue that the sensory-motor system not only provides structure to conceptual content, but also characterizes the semantic content of concepts in terms of the way that we function with our bodies in the world” (p. 455-456).

tecnológico, o que propicia a construção de conhecimento com mais eficácia em relação à aula apenas expositiva (ROBUTTI, 2006).

Tal abordagem de ensino não é excludente em relação à representação numérica, simbólica ou gráfica, mas é outro caminho cujo objetivo é a integração entre estas representações, de tal forma a propiciar ao aluno meios de construção de seu conhecimento de maneira rica, prazerosa e permanente. Isto não significa que a simples manipulação de objetos e materiais venha garantir que o aprendizado ocorra. As pesquisas demonstram que se faz necessária a definição de em qual contexto as tarefas e a mediação do professor podem ser adequadas (MARIOTTI, 2002; NOSS, 1995, apud ROBUTTI, 2006).

Em seu experimento de ensino com crianças entre 5 e 6 anos de idade, envolvendo atividades perceptivo-motoras, cujo foco didático foi desenvolver o sentido de gráficos, utilizando calculadora e sensores, Robutti (2006) argumenta sobre a importância de cada elemento envolvido na representação gráfica, como um conjunto de competências. Healy et al. (2010, p. 398) também descrevem seu experimento de ensino com um grupo de professores de matemática, cujo propósito foi investigar o discurso e as interações sobre o sentido de gráficos, fazendo uso de calculadora e sensores.

Em ambos os relatos, de Robutti e de Healy et al., destacou-se que atividades perceptivo-motoras oferecem uma maneira de sentir experiencialmente as propriedades e relações matemáticas expressas em representações simbólicas. Uma vez compreendida a ligação entre as três (as atividades, as representações e as propriedades do objeto matemático em questão), o aluno será capaz de desenvolver generalizações, abstrações e estender o uso dos símbolos a outras situações relacionadas (ARCAVI, 1994, apud ROBUTTI, 2006).

Nesta perspectiva, a atividade perceptivo-motora encontra-se presente no pensamento e conceituação, como parte integrante da abstração matemática, por exemplo, “a descrição de como alunos de cálculo usam a ideia da localização física de corpos no espaço como metáfora para abstrair e conceitualizar pontos no plano cartesiano” (HEALY, FRANT e JAHN, 2010, p. 396).

2.5. Escolha de razão e proporção

O pensamento proporcional tem sido um objeto de interesse de diversas investigações por parte dos pesquisadores em educação matemática (BEHR, HAREL, POST e LESH, 1992, CLARK e KAMII, 1996; LAMON, 1993, 2005; MAIOR, 2002; STEFFE, 1994), pois, na avaliação dos pesquisadores, o aluno que demonstra boa habilidade no desenvolvimento do raciocínio proporcional mostra ter também um bom desempenho em álgebra e geometria. Os padrões de erros e equívocos cometidos pelos alunos em relação ao pensamento proporcional despertam o interesse dos pesquisadores sobre alunos do ensino médio e posterior (FAUGHN, 2009, p. 254).

Lesh, Post e Behr (1988) afirmam:

> O raciocínio proporcional é uma forma de raciocínio matemático que envolve o sentido de covariância e múltiplas comparações, assim como a aptidão para reunir e processar mentalmente diversos conjuntos de informação. O raciocínio proporcional está relacionado com inferência e predição e envolve o pensamento qualitativo e quantitativo (LESH, POST e BEHR, 1988, p. 1).

Segundo Lamon, (apud FAUGHN, 2009, p. 254), o pensamento proporcional é assim definido: “Raciocínio proporcional refere-se a detectar, expressar, analisar, explicar e fornecer elementos de prova em apoio das afirmações sobre relacionamentos proporcionais” (LAMON, 2005, p. 4).

Sobre o pensamento matemático quando da manipulação de números, destacamos o pensamento aditivo e o pensamento multiplicativo, e que possivelmente este é o motivo de grande parte dos erros cometidos pelos alunos, em relação ao pensamento proporcional. É a escolha entre estes dois pensamentos no momento em que se torna necessário resolver problemas envolvendo razão e proporção (FAUGHN, 2009, p. 254).

Faughn (2009), analisando testes aplicados por Allain (2000), argumenta que os erros cometidos pelos alunos submetidos ao teste mostram haver uma desconexão entre o mundo contextual da razão e do mundo numérico das frações (FAUGHN, 2009, p. 257).

“Raciocinar com razões e proporções é amplamente considerado como uma ponte vital entre o numérico, a matemática concreta da aritmética e da abstração algébrica” (JITENDRA e STAR, 2009, p. 757).

De acordo com Jitendra e Star (2009), alunos dos EUA apresentam dificuldades de trabalhar com o raciocínio de razão e proporção em várias avaliações nacionais e internacionais, e que na avaliação TIMSS 2003[14] apenas 55% dos alunos da 8.ª grade foram capazes de resolver um problema de proporção de rotina. Problemas de razão e proporção se apresentam frequentemente aos alunos do Ensino Fundamental e Médio em forma textual, e que assim se mostram um desafio ainda maior a tais alunos, pois eles devem compreender a linguagem e informação factual do problema, além de identificar as informações relevantes nele, para então criar uma representação mental adequada. Tais dificuldades são importantes para que o aluno faça a conexão com diferentes significados, interpretações e relações com operações matemáticas.

No Brasil, os dados obtidos por meio do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica – SAEB (BRASIL, 2008) sugerem que os alunos apresentam as mesmas dificuldades na compreensão do conceito de razão e proporção. Em testes realizados com alunos do Ensino Médio, referentes ao conceito de razão e proporção, destacam-se:

- Teste envolvendo relações de proporcionalidade com o objetivo de identificar figuras que sejam semelhantes. Apenas 33% dos alunos responderam corretamente o teste (BRASIL, 2008, p. 81).
- Teste envolvendo variação proporcional, relação de números diretamente proporcionais, para distribuição de prêmios a um grupo de indivíduos. Apenas 56% dos alunos responderam corretamente o teste (BRASIL, 2008, p. 101).
- Teste envolvendo porcentagem, identificar as relações entre os componentes de um grupo de pessoas e suas preferências a um determinado tipo de

[14] Trends in International Mathematics and Science Study at the Fourth and Eighth Grades. Cerca de 50 países de todo o mundo participam no TIMSS. Um projeto do IEA (International Association for the Evaluation of Educational Achievement), com sede em Amsterdã, dirigida pela International TIMSS Centro de Estudos do Boston College, em colaboração com uma rede mundial de organizações e representantes dos países participantes.

bebida. Apenas 33% dos alunos responderam corretamente o teste (BRASIL, 2008, p. 102).

Portanto, estes dados indicam que os alunos que chegaram ao Ensino Médio continuam apresentando dificuldades em relação à compreensão de razão e proporção, os quais já foram trabalhados desde o 6.º ano (5.ª série) do Ensino Fundamental.

Mediante tais dificuldades dos alunos, existe uma rica história, no campo da Educação Matemática, de intervenções destinadas a ajudar os alunos a se tornarem mais bem-sucedidos na compreensão e capacidade de resolver problemas com razão e proporção (LESH, POST e BEHR, 1988; BEHR, HAREL, POST e LESH, 1992; LITWILLER e BRIGHT, 2002; LAMON, 2007). Apesar de a investigação sobre este assunto ter sido proeminente nas décadas de 1980 e início de 1990, os estudiosos em educação matemática continuam explorando formas de melhorar a aprendizagem deste importante tópico do conteúdo matemático (JITENDRA e STAR, 2009, p. 757).

Para Lesh, Post e Behr (1988) o raciocínio aditivo aparece naturalmente como um estágio inicial do desenvolvimento do raciocínio proporcional. Eles citam como exemplo deste pensamento uma tarefa proposta a um aluno do 7.º ano, para que ele ampliasse um retângulo 2x3. O aluno respondeu corretamente, pois, se ele dobrasse as medidas dos lados, obteria um retângulo de 4x6. Foi-lhe pedido que ampliasse novamente de tal forma que a base fosse 9. Assim o aluno respondeu que o retângulo resultante seria de 7x9, pois, se ele dobrasse a base, ficaria com 12, portanto ele somou 3 a cada lado. Deste exemplo outro fato destacado por eles é que o paradigma do raciocínio utilizado pela criança varia em conformidade com a tarefa dada ou de uma tarefa para outra, dependendo das características de cada uma, como complexidade numérica e localização da quantidade desconhecida, por exemplo, as expressões[15] abaixo (LESH, POST e BEHR, 1988, p. 14).

$$\frac{x}{B}=\frac{C}{D}\ \textit{versus}\ \frac{A}{x}=\frac{C}{D}\ \textit{versus}\ \frac{A}{B}=\frac{x}{D}\ \textit{versus}\ \frac{A}{B}=\frac{C}{x}.$$

[15] Expressões extraídas de Lesh, Post e Behr (1988, p. 14).

Nos estudos de Lamon (1993, apud STEINTHORSDOTTIR, 2006), foram encontradas várias estruturas contextuais que provocaram diferentes níveis de sofisticação nas estratégias de solução e, consequentemente, níveis distintos de dificuldades. Para ela existem cinco fatores principais associados a tais dificuldades (STEINTHORSDOTTIR, 2006, p. 170). São eles:

- Ausência ou presença de razão inteira.
- Localização do número desconhecido.
- Complexidade numérica, isto é, o tamanho dos números da razão.
- Igualdade/Desigualdade da razão, ou seja, ausência ou presença de uma diferença repetitiva entre a medição utilizada.
- Quantidade, isto é, contínua ou discreta.

Steinthorsdottir (2006) destaca dois tipos de erros que ocorrem com frequência em estratégias relacionadas ao raciocínio proporcional: o primeiro é quando o aluno ignora parte da informação dada no problema; o segundo é quando o aluno utiliza a estratégia aditiva. Steinthorsdottir afirma que o raciocínio acumulativo, isto é, a estratégia de se aplicar o conhecimento de adição e subtração à proporção, parece ser a estratégia dominante entre os estudantes desde a infância até a sua adolescência. Neste raciocínio o aluno observa um padrão dentro de uma relação e em seguida procura aplicá-lo à resolução da proporção, tentando construir aditivamente a quantidade desconhecida. Esta estratégia pode ser aplicada com sucesso em problemas com razões inteiras, entretanto pode ocasionar erro de cálculo se aplicada a razões não inteiras (STEINTHORSDOTTIR, 2006, p. 170-171).

Steinthorsdottir, em seu estudo, classificou as estratégias dos alunos conforme a seguinte tabela:

Estratégia	Descrição da Estratégia
Sem conceito	Nenhuma tentativa para resolver um problema ou usar números aleatoriamente
Qualitativa	As relações numéricas são utilizadas para a estimativa.
Diferença de relação	A diferença entre os números na proporção conhecida é usada para criar uma segunda relação com a mesma diferença.
Acumulação	A relação é conhecida aditivamente construindo até chegar a um número de destino (o número conhecido da segunda razão).
Combinada	Multiplicação é usada para chegar perto de um número de destino (o número conhecido da segunda razão), mas recorreram à acumulação, a diferença de razões, ou o pensar qualitativo para ajustar para multiplicadores não inteiros.
Multiplicativa	Raciocínio multiplicativo dentro ou entre espaços de medida para obter uma solução.

Tabela 1 – Estratégias dos alunos para resolverem problemas de falta de valor proporcional[16]

Segundo Steinthorsdottir (2005), o raciocínio proporcional representa um marco no desenvolvimento do raciocínio matemático das crianças, e a compreensão de razão e proporção é a base fundamental para o entendimento das crianças, que, apesar de demonstrarem bases para o raciocínio proporcional, demoram a desenvolver o domínio de tal conteúdo matemático. Há vários estudos sobre o raciocínio proporcional das crianças (INHELDER e PIAGET, 1958; RESNICK e SINGER, 1993) que evidenciam influências como as estruturas numéricas, o relacionamento multiplicativo dentro e entre as relações que compõem um cenário proporcional (STEINTHORSDOTTIR, 2005, p. 225)

Sobre a estrutura numérica, Steinthorsdottir (2005, p. 226) se refere ao relacionamento multiplicativo, no qual ele afirma que a relação entre os elementos na mesma proporção é a relação multiplicativa entre as partes correspondentes das duas relações, e que esta relação multiplicativa pode ser inteira ou não. Da mesma forma, Lamon, Sowder e Schappelle (1995, p. 169) asseveram que a proporção é um índice comparativo que transmite a ideia de valor relativo. Ela adota em suas pesquisas a perspectiva teórica de que a razão é composta por uma unidade,

[16] Tabela retirada de Steinthorsdottir (2005, p. 172). Tradução nossa.

formada por unidades nas quais estão comparando-se os resultados das multiplicações de cada unidade.

Argumentando sobre estruturas multiplicativas, Confrey (1988) diz que o conceito de multiplicação como adição repetida não é adequado para a multiplicação repetida e que seria mais apropriado o conceito por ela chamado de *splitting (equiparticionamento)*. Ela conjectura que as formas de ensino de multiplicação que são usadas enfatizam mais a multiplicação como adição repetida do que multiplicação como desdobramento ou ampliação, levando a uma confusão sobre as estruturas aditivo/contagem e a construção multiplicativo/divisional. Ela destaca também que há a necessidade do fortalecimento da compreensão dos alunos desta visão alternativa de multiplicação. Confrey relata:

> A experiência de uma criança com ações de divisão e ampliação desenvolve-se relativamente independente de sua experiência com contagem ou enumeração, embora ocorra um mapeamento de um para o outro (CONFREY, 1988, p. 253)[17]

Assim, Confrey sustenta que este modelo alternativo, por ela denominado de *splitting,* é mais adequado para o conceito de razão e proporção e posteriormente da mudança multiplicativa das funções exponenciais. Entre as ações das crianças, por ela observadas, e que poderiam ser interpretadas como multiplicativas e relacionadas à adição, estão: aposição, junção, anexação e remoção. Entre as que parecem relacionadas à multiplicação, estão: o compartilhamento, o dobrar, dividir simetricamente e ampliar, das quais se encontram as bases para o *splitting*. Portanto, em sua definição primitiva, o *splitting* pode ser conceituado como a forma de criar, simultaneamente, várias versões de um original.

Sob a perspectiva de Confrey, relativamente aos estudos sobre o entendimento e à construção do conhecimento do conceito de razão e proporção, é que esta pesquisa pretende verificar a possibilidade do desenvolvimento da construção do conhecimento, dos alunos do 6.º ano do Ensino Fundamental, em relação a este conteúdo matemático, usando o material robótico Mindstorms Edu NXT, registrando durante o experimento de ensino as interações dos alunos com o material, seus erros, acertos e operações matemáticas por eles usadas para o

[17] “A child’s experience of the actions of splitting and magnifying develops relatively independently of his/her experience with counting or enumerating, although a mapping does occur from one to the other.”

desenho de figuras geométricas em tamanhos proporcionais à figura original, inicialmente dada na tarefa a ser cumprida. Em particular, quer investigar se este ambiente pode estimular aprendizes que utilizam espontaneamente ideias do mundo do *splitting*.

No próximo capítulo apresentaremos a metodologia adotada para o desenvolvimento de nossa pesquisa.

CAPÍTULO 3

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo apresentaremos a metodologia Experimento de Ensino, a qual optamos por utilizar pelo fato de estar associada ao modo como os alunos, por meio de suas interações com o meio, os materiais, as tarefas e as intervenções do professor-pesquisador, podem construir seu conhecimento sobre um objeto matemático em particular.

Também apresentaremos o detalhamento do material de robótica utilizado, a descrição das atividades e o *design* do micromundo, do momento em que iniciamos a adaptação ao experimento de Hoyles e Noss, conforme descrito no Capítulo 1, até o momento em que foi usado na coleta de dados.

3.1. Experimento de ensino

A metodologia empregada para que se obtivessem respostas em relação à questão que motiva esta pesquisa foi um tipo de “Design Experiment”, um experimento de ensino, definido por Cobb, Confrey et al. (2003, p. 9) como uma metodologia que conduz ao desenvolvimento de teorias, e não apenas a um estudo empírico. Eles afirmam ainda que são teorias simples com um alvo específico de um processo de aprendizagem.

Steffe e Thompson afirmam que Experimentos de Ensino não eram bem aceitos nos meios educacionais, e começaram a se destacar nos EUA em 1970 por duas razões: a primeira delas é que os modelos de experimentos foram criados fora da educação matemática, objetivando outras finalidades da educação dos alunos, além de que os estudos realizados com estes modelos na educação matemática se mostraram inadequados, enfatizando assim a necessidade de novos modelos específicos para esta área da educação. A segunda razão era a distância existente entre a prática de pesquisa e a prática de ensino, o que as análises conceituais indicaram não haver coerência entre o desempenho matemático e a compreensão matemática (STEFFE e THOMPSON, 2000, p. 269, 270 e 271).

De acordo com Steffe e Thompson, a metodologia de experimento de ensino não é padronizada, mas se apresenta como uma ferramenta conceitual usada na organização das atividades dos pesquisadores que a utilizam, configurando-se como ferramenta exploratória que se derivou das experiências de Piaget, com o objetivo de explorar como os alunos aprendem matemática. Os elementos da metodologia de experimento de ensino são definidos da seguinte forma:

> Uma experiência de ensino envolve uma sequência de episódios de ensino (STEFFE, 1983). Um episódio de ensino inclui um agente de ensino, um ou mais alunos, uma testemunha dos episódios de ensino, e um método de gravação que transparece durante o episódio. Esses registros, se disponíveis, podem ser usados na preparação de episódios subsequentes, bem como na realização de uma análise retrospectiva conceitual da experiência docente. Estes elementos são pertinentes para todos os experimentos de ensino (STEFFE e THOMPSON, 2000, p. 273).

Pretende-se, com os experimentos de ensino, identificar e estabelecer padrões sucessivos no modo de pensar dos alunos, usado no relacionamento desses padrões com os meios pelos quais apoiam e organizam seu desenvolvimento (COBB, *et al.*, 2003, p. 11).

Um ponto muito importante ao planejar o desenvolvimento de um experimento de ensino é definir a intenção teórica que sustentará tal experimento, o que se pretende estudar, e considerar as suposições sociais e intelectuais das formas de ensino (COBB, et al., 2003, p. 11). Ao conceituar o ponto de partida, elemento de pesquisa, trajetória do experimento e perspectivas finais, resta formular um projeto capaz de incorporar as conjecturas iniciais e os meios pelos quais ocorre o ensino. Os meios de apoio à aprendizagem do aluno devem ser interpretados considerando a complexidade do ensino e aprendizagem, e com isto a preocupação com as formas de documentar os dados de pesquisa, do experimento de ensino, deve ser especialmente atendida.

O objetivo principal de um experimento de ensino é melhorar o projeto inicial, testando e revisando as conjecturas inicialmente formuladas, por meio da análise e realimentação dos dados advindos do raciocínio dos alunos e do ambiente de ensino. Uma das características dessa metodologia é que a equipe de pesquisadores se aprofunde na compreensão do fenômeno estudado durante o andamento dos experimentos, o que justifica a importância da documentação e registro do experimento de ensino, quando de sua utilização, bem como dos dados obtidos para a futura análise. Neste sentido, deve-se observar e registrar o que os alunos produzem em seu trabalho, postura corporal, gestos e interação social (COBB, *et al.*, 2003, p. 11 e 12).

Neste processo, a análise retrospectiva do experimento de ensino, bem como dos registros produzidos durante os trabalhos com os alunos, é de suma importância para o alcance de resultados capazes de expressar informações confiáveis sobre o ponto de vista de reproduzir padrões que possam ser usados no ensino e aprendizagem do ambiente da educação matemática.

3.1.1. Lego Mindstorms NXT Education

O equipamento Mindstorms NXT Education é composto por diversas peças de montagem que se caracterizam como mecânicas e eletrônicas, além de um *software* de programação que permite definir os movimentos que serão executados pelo modelo montado pelos alunos.

Na Figura 3, é apresentada a caixa com as peças de montagem que compõem o material de robótica que foi utilizado durante os experimentos de ensino desenvolvidos neste projeto.

Figura 3 – Kit de montagem Mindstorms Education[18]

Dentre os componentes deste kit de montagem, destacamos o controlador lógico programável chamado de NXT, que permite o controle simultâneo de três dispositivos como servos-motores ou lâmpadas, que são conectados em suas portas

[18] Imagem disponível em: <http://www.legoeducation.us/store/detail.aspx>. Acesso em: 18 abr. 2011.

de saída, designadas de A, B e C. Este equipamento permite ainda o controle de sensores, por exemplo, de luz, toque, distância, som e temperatura, estes, por sua vez, conectados em suas portas de entrada, designadas de 1, 2, 3 e 4. Esta ordem de conexão dos dispositivos não pode ser trocada, por exemplo, servomotor nas portas 1, 2, 3 ou 4 e sensores nas portas A, B, ou C, com o risco não só de que o robô não execute a tarefa programada, mas também de danificar os equipamentos. Tais conexões estão exemplificadas na Figura 4 e na Figura 5.

Figura 4 – Conexão de Servomotores[19]

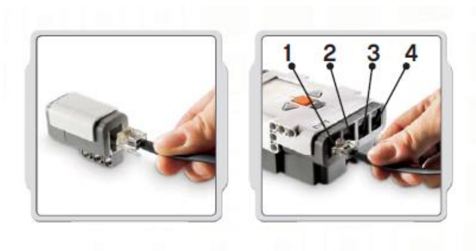


Figura 5 – Conexão de Sensores[2]

Na Figura 6, é apresentada a imagem do controlador lógico programável NXT. O botão central na cor laranja permite ligar o NXT e também funciona como o botão de confirmação de escolha do usuário às opções do menu de comandos, que aparece em seu display,[20] além de colocar em execução o programa escolhido.

Figura 6 – NXT[2]

[19] Imagem retirada do manual Lego NXT *user guide*.
[20] Tela de cristal líquido no centro do NXT.

Os botões cinza claro, em formato triangular, do lado esquerdo e direito do botão laranja, servem para que o usuário possa navegar no menu de comandos, e, ao selecionar uma opção, também navegar nas subopções existentes, por exemplo, na opção que aparece na Figura 6, My Files, escolher qual o programa que deseja que o robô execute.

O botão retangular cinza escuro serve para desligar o NXT, ou, uma vez selecionado um programa, apagá-lo da memória do NXT.

A caixa do kit de montagem possui dois sensores de toque, um sensor de luz, um sensor de som e um sensor de distância; o sensor de temperatura é adquirido por meio de pedido específico à empresa distribuidora do material.

O sensor de toque permite que o NXT verifique se o botão está pressionado ou não, para que assim o robô execute ações por meio do pressionamento desse botão. O sensor de luz permite que o robô verifique intensidades de luz e cor para executar uma ação. Da mesma forma ocorre com o sensor de som, que permite ao robô verificar uma intensidade de som. Por sua vez, o sensor de distância faz a medição da distância que o robô se encontra em relação a um objeto, para movimentar-se de acordo com o que foi previamente programado.

Na Figura 7, está sendo apresentada a imagem dos sensores, respectivamente da esquerda para a direita: sensor de toque, som, luz e distância, com os três servosmotores conectados ao NXT.

Figura 7 – Sensores e Motores Conectados ao NXT[21]

[21] Imagem disponível em: <http://www.nxtlegomindstorms.com/page3.html>. Acesso em: 18 abr. 2011.

O ambiente de programação, do kit de robótica Lego Mindstorms NXT Education, é composto por ícones[22] que representam os sensores e servosmotores, os quais são dispostos na linha de comandos do programa, formando assim a sequência de ações que o robô deverá seguir para executar o que o usuário deseja que ele faça.

Na Figura 8, apresentamos o ambiente de programação e a seguir a descrição dos principais ícones de comandos utilizados em um programa.

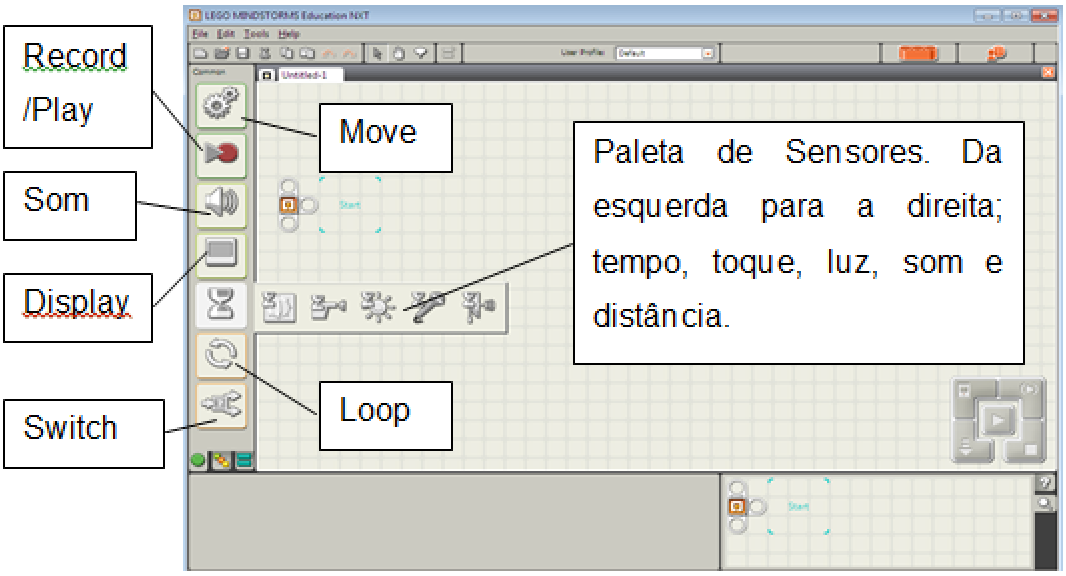


Figura 8 – Ambiente de Programação

Descrição de cada ícone de comando:

- Move: Faz com que seja definido qual servomotor fará o movimento, em qual direção, por quanto tempo e qual a direção.
- Record/Play: Grava o movimento que o robô faz e, em seguida, o faz repetir o mesmo movimento.
- Som: Executa um som pré-gravado no NXT, por um tempo determinado pelo programador.

---

[22] "A palavra ícone vem do grego *ikone* que significa imagem. No ambiente informatizado de trabalho, o termo ícone é empregado para toda imagem pequena destinada a substituir uma linha de comando ou encaminhar uma sequência de procedimentos". Disponível em: <http://www.eps.ufsc.br/teses96/pereira/cap3/capitulo3.htm>. Acesso em: 18 abr. 2011.

- Display: Apresenta no visor de cristal líquido do NXT as informações sobre seu movimento, leitura de sensores e informações dos motores conectados a ele.
- Paleta de sensores: permite escolher qual sensor será usado para controlar os movimentos do robô.
- Loop: Faz com que o robô repita as ações programadas dentro deste comando, por um tempo indeterminado, até que um sensor seja acionado ou ainda por uma quantidade de vezes determinada pelo programador.
- Switch: Permite que o programador possa fazer duas linhas de programa, nas quais a sua execução dependerá da condição do sensor testada no início deste comando, em outras linguagens de programação, chama-se este comando de estrutura condicional.

Para iniciar a programação, basta selecionar o ícone de comando desejado, com o botão esquerdo do mouse e arrastá-lo até a tela de programação, soltando-o sobre o quadrado onde está escrito Start, conforme aparece na Figura 8.

Cada ícone de comando colocado na linha de programação pode ser configurado, da maneira mais adequada, conforme o que o programador desejar que o robô execute, por exemplo, na Figura 9, foi colocado o ícone Move, e, enquanto ele estiver selecionado, é possível alterar qual porta, A, B ou C, irá comandar o servomotor, qual será a sua potência, o parâmetro de duração do movimento – que pode ser em graus, segundos, rotações ou ilimitado –, e sua direção – para frente ou para trás.

Quando o comando Move é configurado para duas portas simultaneamente, por exemplo, AB, AC ou BC, é possível, usando o comando *steering* (letra A na Figura 9), configurar a potência de um dos motores para ser maior que o do outro, se os motores estiverem controlando rodas de lados opostos do robô, isto fará com que ele realize uma curva, em vez de seguir em linha reta na sua trajetória de movimento. O comando *steering* estabelece uma relação proporcional entre as potências dos dois motores (a posição default é equivalente a uma razão 1:1). Este comando *steering* aparece destacado na Figura 9, letra A. Na ausência de um comando como o *steering*, os usuários teriam que determinar a razão entre as potências dos motores, para obter a curva desejada, manualmente, o que poderia representar uma boa oportunidade para explorar proporções diretas e indiretas. Entretanto, quando o usuário utilizar o comando *steering*, é mais provável que a curva desejada resultará de um processo de tentativa e erro, visto que não há nenhum *feedback* no *software* para indicar numericamente a diferença nas potências. Ou seja, neste caso, a disponibilidade da ferramenta *steering* efetivamente oculta uma relação matemática da qual o aluno possa se apropriar para programar o robô de maneira que este faça a curva imaginada pelo aluno.

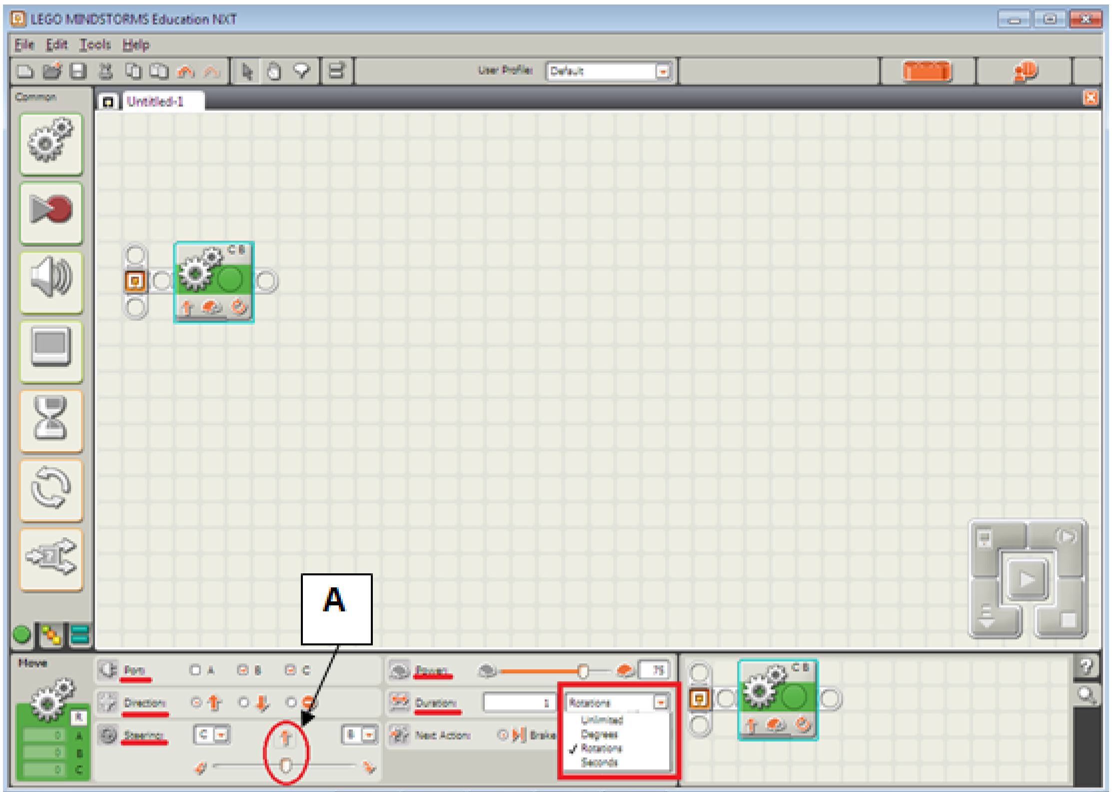


Figura 9 – Inserindo e configurando o Move no programa

Apresentamos neste momento um exemplo de programa que fará o robô, dotado de dois motores, conectados nas portas B e C, se movimentar durante 5 segundos para frente. Após este tempo ele fará uma parada por 1 segundo, e em seguida iniciará um movimento para trás com duração de 2 segundos e mudará de direção movimentando-se por mais 3 segundos, em linha reta à sua nova direção. Todos os movimentos serão feitos com potência de 75%, conforme a programação ilustrada a seguir da Figura 10 até a Figura 13.

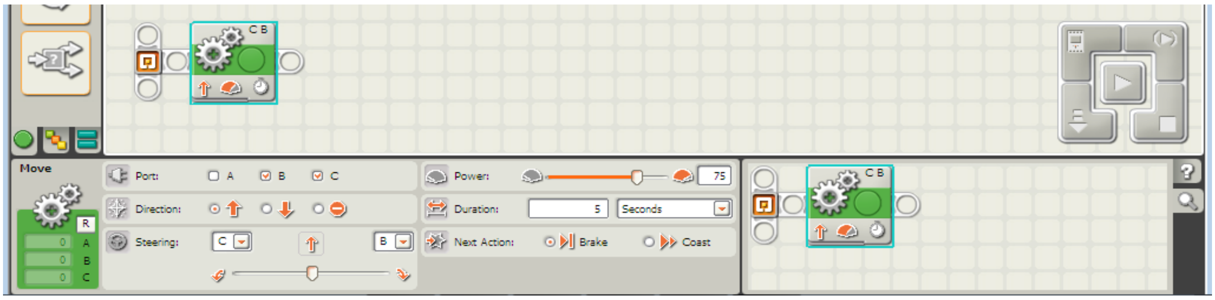


Figura 10 – Passo 1

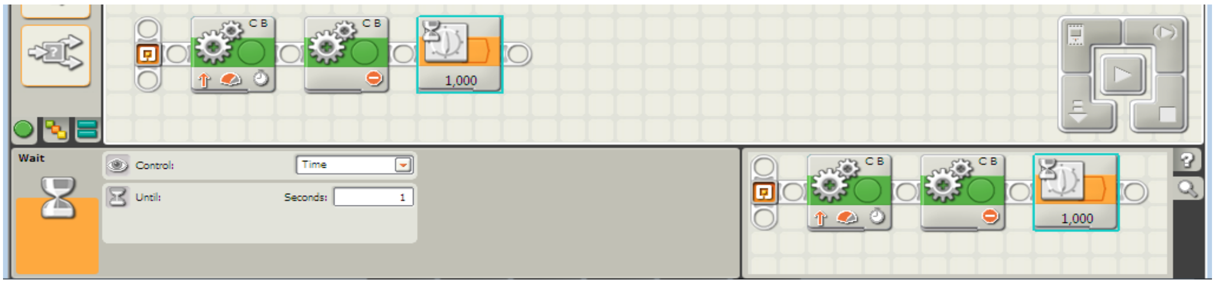


Figura 11 – Passo 2

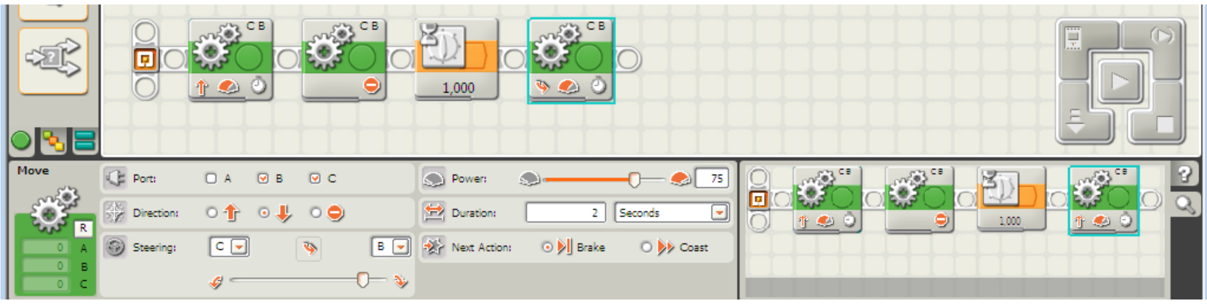


Figura 12 – Passo 3

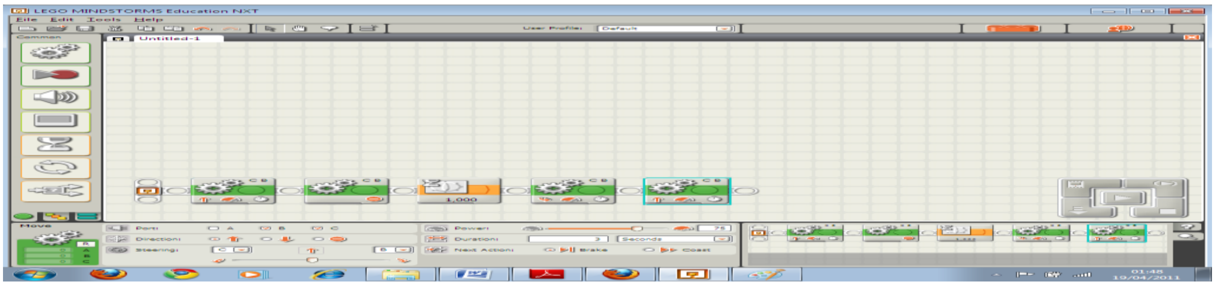


Figura 13 – Passo Final

O NXT é dotado de uma porta USB e de Bluetooth, que são os meios pelos quais o programador poderá transferir o programa, feito no computador, para o NXT. A transferência ocorre quando o programador clicar sobre o botão *Download* ou sobre o botão *Play*, que se encontram no canto inferior direito do ambiente de programação, conforme a Figura 14 e Figura 15.

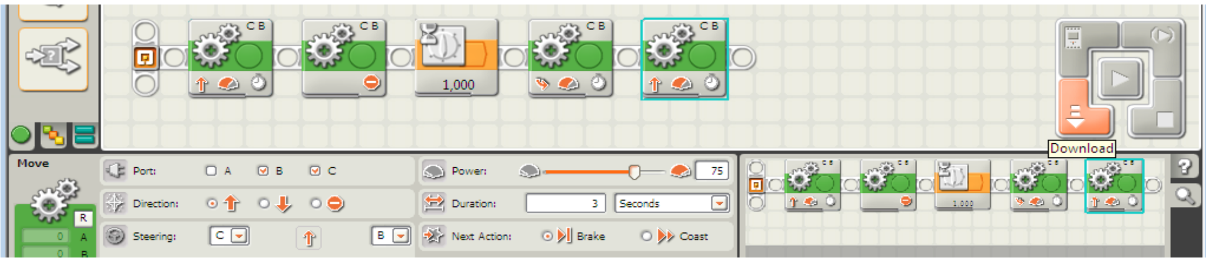


Figura 14 – Download do Programa para o NXT

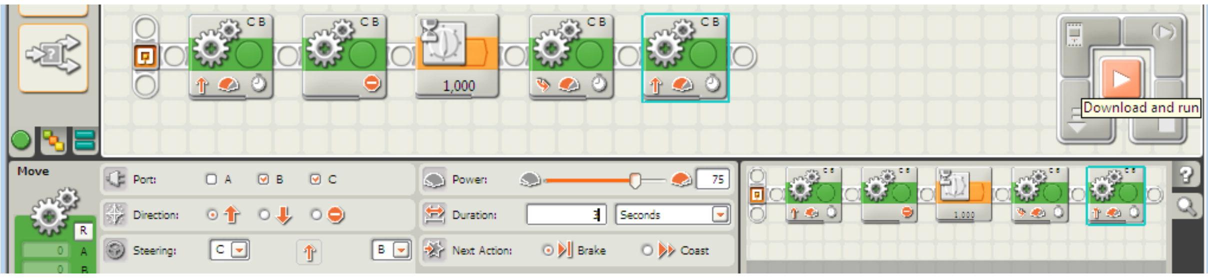


Figura 15 – Download and Run para o NXT

Ao clicar o botão Download, o programa será transferido para o NXT, mas só iniciará a sua execução quando for pressionado o botão laranja no próprio NXT.

Ao clicar o botão Download and Run, o programa será transferido para o NXT e já iniciará a sua execução. Isto pode ocasionar a sua queda, caso esteja sobre a mesa de trabalho.

Com o conhecimento e aprendizado dos ícones de programação e suas respectivas funcionalidades, a ideia é que o aluno seja capaz de criar programas mais elaborados que possam envolver, eventualmente, o uso de variáveis, operadores matemáticos e operadores lógicos, implementando programas mais complexos e ações do movimento mais variadas ao robô.

Neste sentido, o robô, com a sua programação e todos os elementos que se correlacionam, poderia ser visto como um micromundo no qual os alunos experimentam, brincam e manipulam objetos matemáticos e têm a possibilidade de se aprofundar no conhecimento sobre estes.

Sob esta perspectiva de micromundos, propomos a seguinte questão, anteriormente descrita no tópico de pesquisa: *Quais aspetos relacionados à Razão e Proporção emergem durante o uso de um ambiente robótico, como um micromundo de aprendizagem de matemática?*

3.2. Fases de pesquisa

Esta pesquisa se dividiu em duas fases, assim organizadas:

- ✓ Na fase 1 a ênfase se concentrou no *design* do micromundo e nas atividades a serem nele desenvolvidas.
- ✓ Na fase 2 concentramos nossa atenção na experimentação e no ambiente da escola.

3.2.1. Fase 1 – Descrição das atividades

As atividades inicialmente propostas para serem utilizadas no experimento de ensino foram adaptadas ao ambiente robótico descrito neste capítulo, a partir do experimento de ensino desenvolvido por Hoyles e Noss (1992), no qual o objeto de ensino foi a noção matemática de razão e proporção, utilizando-se como micromundo a linguagem de programação Logo. Hoyles e Noss descrevem como objetivo de seu experimento mapear a relação existente entre o comportamento dos alunos em um micromundo de aprendizagem e da matemática que está por trás da intenção pedagógica das atividades nas quais os alunos estarão envolvidos.

Nossa intenção em fazer esta adaptação foi verificar a mesma relação acima descrita com o uso de um ambiente robótico. Quanto às atividades, tanto com papel e lápis como as que serão desenvolvidas com o robô, elas se encontram detalhadas no Anexo.

3.2.2. Fase 1 – Design do Micromundo

Com o intuito de trabalhar nestas atividades, como primeiro passo foi necessário criar um micromundo de aprendizagem partindo do planejamento de montagem de um robô, utilizando o kit de robótica descrito em detalhes no tópico Lego Mindstorms NXT Education, que pudesse se movimentar conduzindo uma caneta para fazer os desenhos previamente programados.

Para iniciarmos, desenvolvemos o robô descrito no item protótipo 1 e, a partir disto, procuramos programá-lo para que desenhasse no papel o objeto HOUSE de

Hoyles e Noss, descrito no Capítulo 1, adaptando para o software de programação deste material de robótica, o procedimento utilizado por Hoyles e Noss.

Nossa expectativa era de que o robô, depois de programado, se movimentasse fazendo o desenho do objeto HOUSE. Outro aspecto desejado no experimento com o robô foi o de programá-lo para armazenar o valor da distância por ele percorrida durante o desenho do quadrado, utilizando variáveis. O intuito era usar o valor da variável nas operações matemáticas necessárias para redesenhar o quadrado em proporção, de forma ampliada ou reduzida.

Como pretendíamos que os alunos se envolvessem principalmente com a tarefa de programar os robôs, decidimos que todos eles deveriam utilizar o mesmo robô. O robô Protótipo 1 foi o primeiro modelo que desenvolvemos.

3.2.2.1. Protótipo 1

O primeiro modelo de robô montado (Figura 16 – Protótipo 1), com base na revista de montagem dos alunos, Manual de Montagens Lego, página 155, não possuía peças específicas que se destinassem a prender a caneta, no entanto ele foi escolhido por suas características de locomoção, e, para prender a caneta, fizemos adaptações neste modelo.

Figura 16 – Protótipo 1

Após sua montagem fizemos os primeiros testes, com o intuito de verificar seu desempenho, antes da realização do experimento com os alunos. Em relação a sua locomoção, este modelo pareceu ser perfeito, pois podia se movimentar livremente e sem restrições quanto à distância a ser percorrida. Com isso tínhamos a expectativa de que os alunos poderiam fazer desenhos em formatos grandes, maiores do que a folha de sulfite A4. Esse era nosso propósito, o de que os alunos tivessem liberdade para experimentarem sem restrição em relação à locomoção do robô, e, para que não houvesse perigo de o robô cair, faríamos as atividades com as folhas de papel presas ao chão.

Antes de realizar qualquer atividade com alunos, foi necessário testar se o modelo Protótipo 1 era apropriado. Ao executarmos o primeiro programa, adaptamos as medidas de movimento para frente e de rotação do ambiente da tartaruga para o ambiente de programação do ambiente robótico. Iniciamos então o teste do movimento do robô e, neste momento, começamos a nos deparar com dificuldades de execução do robô, até então não pensadas por nós. O robô, ao se movimentar, arrastando a caneta para formar o desenho da casa, nem sempre virava no ângulo correto para mudar de direção e desenhar cada lado da casa, talvez pelo atrito das rodas no papel e muitas vezes até por derrapar sobre este. Desta forma, o desenho final não representava a casa originalmente desejada.

Persistimos em fazer com que o robô desenhasse a casa, pois pretendíamos manter uma correlação entre os experimentos de Hoyles e Noss com o Logo e nosso experimento com o ambiente robótico. Assim, fizemos vários testes alterando no programa a potência dos motores, a duração de seu movimento em graus para virar e desenhar cada lado corretamente. Todas as tentativas foram frustradas, pois os desenhos produzidos não correspondiam à casa. O robô começava a desenhar um dos lados da casa e, no momento de desenhar o telhado, a mudança de ângulo de rotação no eixo do motor, para fazê-lo mudar de direção, fazia com que o robô desenhasse os outros lados da casa, convergindo para dentro do desenho, o que o fazia ultrapassar o limite do início do desenho do primeiro lado da casa, ou algumas vezes não fechando o desenho da casa. Podíamos perceber nitidamente mais uma vez que o robô derrapava sobre a folha ou mesmo ficava enroscado por fração de segundos em razão do atrito da caneta ou das rodas no papel.

Em virtude da nossa insistência em fazer com que o robô desenhasse corretamente a casa, não estávamos dando a atenção necessária à mudança do mundo virtual, na tela do computador do ambiente da tartaruga, para o mundo real com peças eletromecânicas interagindo com atrito e derrapagens no meio em que o robô estava inserido.

Após todas estas tentativas, optamos trocar o desenho da casa por uma figura geométrica mais simples de ser desenhada pelo robô, mas que pudesse permitir o estudo das noções de razão e proporção. Decidimos então iniciar com o desenho de um quadrado, com comandos de programação simples, como fazer o robô andar para frente, virar a 90º e repetir estes movimentos por quatro vezes até concluir o desenho do quadrado. Desejávamos que a partir do primeiro quadrado desenhado pudéssemos ampliá-lo ou reduzi-lo utilizando as noções de razão e proporção.

Depois de os testes com o objeto casa não terem sido bem-sucedidos, em relação a nossas expectativas iniciais, programamos então o robô para desenhar um quadrado qualquer, sem nos preocuparmos com o tamanho dos lados. Neste instante, nos deparamos novamente com a dificuldade do robô em virar precisamente a 90º para mudar de direção. Decidimos mudar o objeto da CASA para o QUADRADO porque pensávamos que o fato de o robô não desenhar a casa tinha relação com os ângulos necessários para desenhar o telhado, e, por este motivo, todo o desenho ficava comprometido. Assim, pensamos que utilizando uma figura como o quadrado, no qual todos os ângulos são de 90º, não teríamos mais problema com a execução do robô.

Não foi o que ocorreu, pois o robô iniciava o desenho do primeiro lado e, ao virar 90º para desenhar o segundo lado, este ângulo não estava correspondendo exatamente a 90º. Com isto, a figura final não parecia em nada com um quadrado, porque a cada vez que o robô mudava de direção ocorria uma imprecisão em relação ao ângulo que deveria ser de 90º.

Apresentamos a seguir a Figura 17 e a Figura 18, que mostram o desenho feito pelo robô.

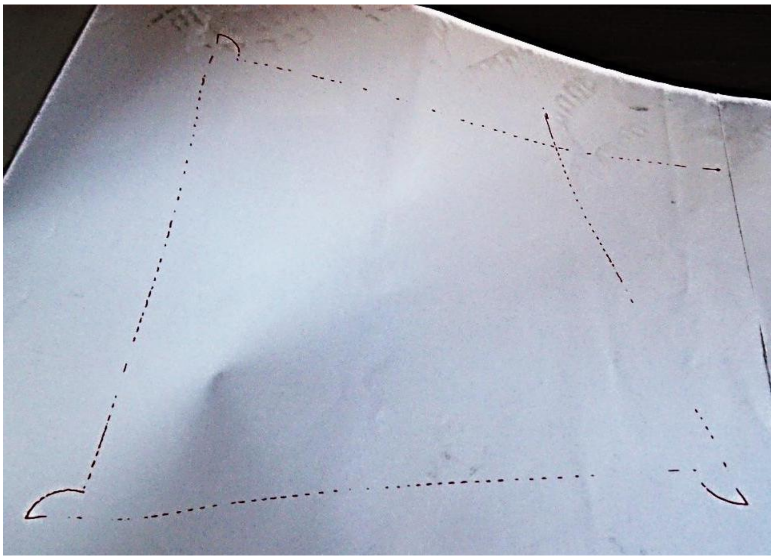


Figura 17 – Primeiro desenho do Quadrado

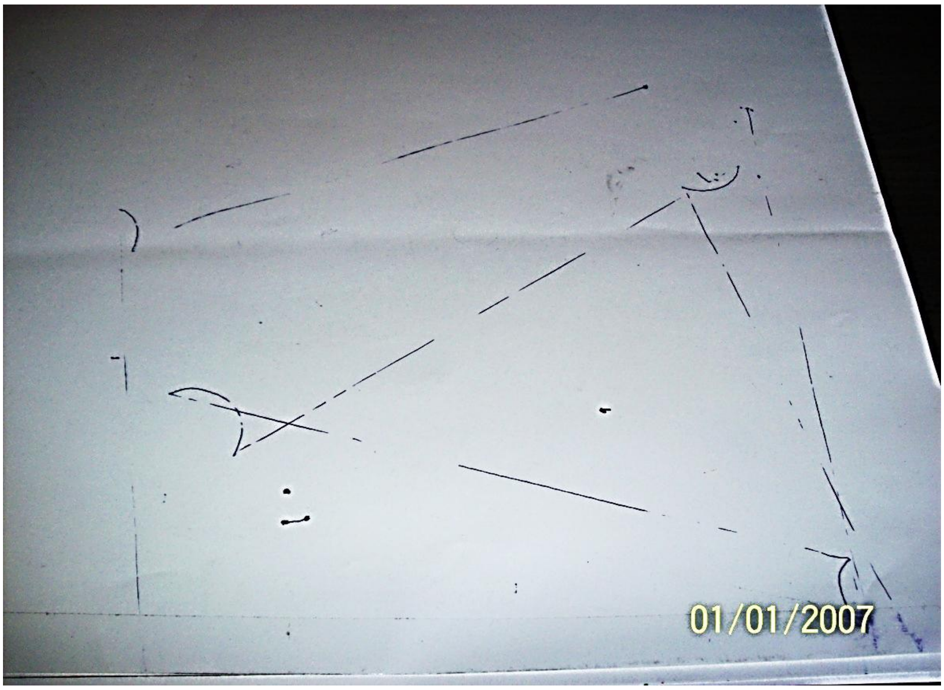


Figura 18 – Segundo desenho do Quadrado

A Figura 19 mostra o que foi programado para que o robô Protótipo 1 pudesse desenhar o quadrado desejado.

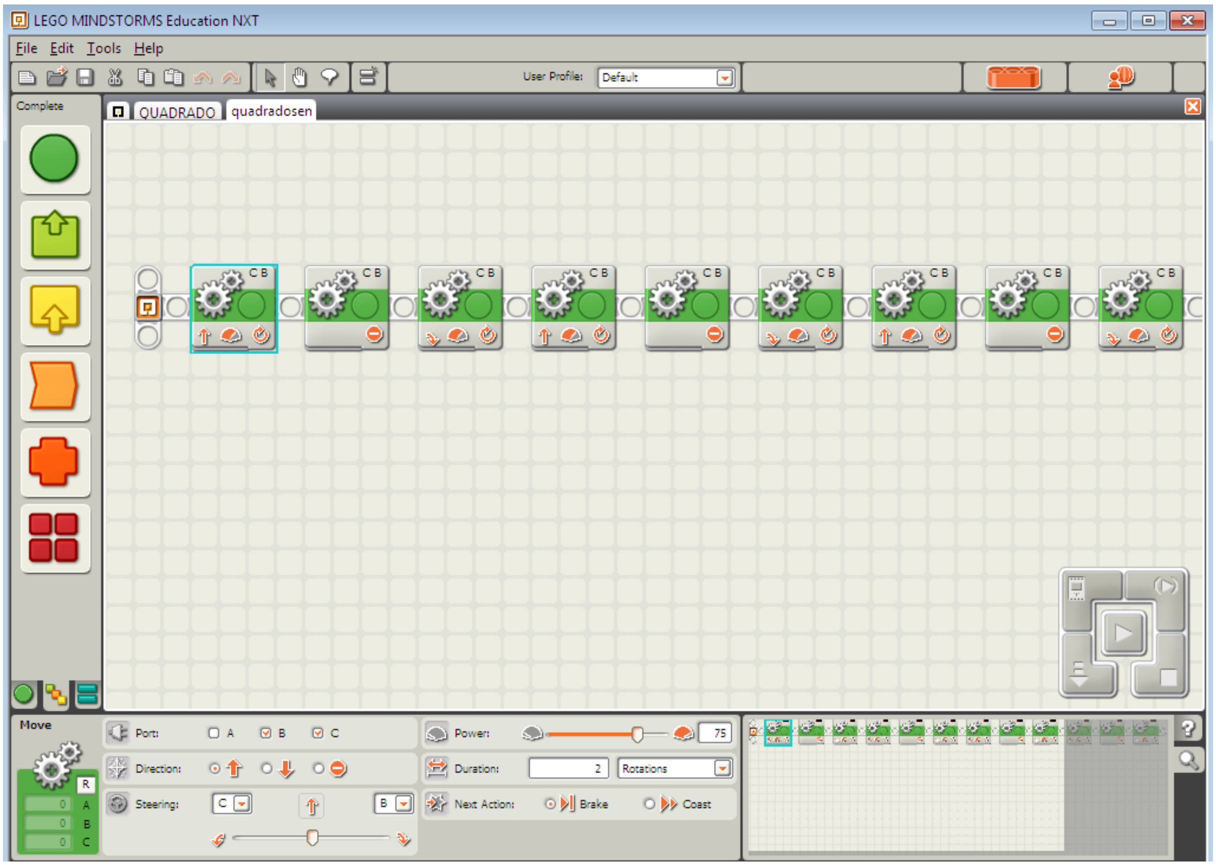


Figura 19 – Programa Quadrado sem Loop

O primeiro ícone de programação significa que os motores C e B irão girar em sentido horário por duas rotações; depois disso irão parar e, em seguida, somente o motor B irá girar em sentido horário por uma rotação, e o motor C ficará parado, e, desta forma, o robô deveria virar a 90º para mudar de direção e desenhar o segundo lado do quadrado. Foram repetidos estes três botões de programação do robô por quatro vezes, pois não desejávamos inserir o ícone de loop,[23] para não criarmos, logo de início, uma programação que parecesse muito complexa para os alunos.

Ao percebermos que não obtivemos sucesso no desenho do quadrado, em virtude de ele não virar a 90º, começamos a questionar os motivos que estavam interferindo neste movimento de mudança de direção do robô. Experimentamos alterar o parâmetro de duração de funcionamento do motor B no momento em que o motor C permaneceria parado.

Este parâmetro de duração do movimento dos motores pode ser configurado no programa com os seguintes tipos: Rotações, Segundos, Graus e Ilimitado. Todos

[23] Laço de repetição de comandos.

estes tipos estão relacionados ao eixo do motor, por exemplo, o parâmetro de duração de giro de 90º no eixo do motor não significa que o robô irá mudar de direção virando à direita ou à esquerda a 90º, mas significa que o eixo do motor irá girar 90º.

Iniciamos os testes usando rotações, e, para que o robô fizesse o giro de 90º, usamos frações de uma rotação no parâmetro de duração do movimento. Depois de algumas tentativas, pudemos observar que o robô fazia o primeiro giro corretamente, mas os demais já não eram realizados com a mesma precisão. Com isso, não conseguimos que ele desenhasse corretamente o quadrado que desejávamos.

Mais uma vez tentamos resolver o problema do giro do robô, mudando o parâmetro de duração, agora usando a opção de Graus. Esperávamos obter maior precisão no momento em que o robô executasse o giro. Novamente ficamos frustrados com o resultado, entretanto resolvemos mudar novamente o parâmetro de duração do movimento. Alteramos então a duração para segundos, e nesta tentativa utilizamos bastante as frações de segundos para tentar chegarmos ao máximo de precisão no giro do robô, mais uma vez sem o sucesso esperado.

Todo este episódio nos levou a algumas reflexões e principalmente nos deixou bastante preocupados com o desfecho a que esta situação poderia nos levar na conclusão deste projeto de pesquisa. Prosseguimos efetuando outros testes com o robô Protótipo 1, diminuímos e aumentamos a potência dos motores, verificamos se havia algum problema relacionado ao atrito dos pneus com o piso e não encontramos razões convincentes a respeito da imprecisão no giro do robô formando um ângulo de 90º.

Após mais alguns testes, tentativas e alterações na duração dos movimentos, conseguimos uma melhora quanto à aproximação do ângulo de 90º no giro do robô, e com isso nos aproximamos do desenho do quadrado pretendido.

Nosso próximo passo foi então testar o uso de variáveis na programação dos movimentos do robô. Nesse momento estávamos interessados em verificar a possibilidade de que o robô se locomovesse por uma distância que não seria determinada por meio do parâmetro de duração do movimento, explicitamente atribuído na programação. Nesse momento, o objetivo era que o robô se movimentasse por um tempo indeterminado até que um sensor de luz detectasse uma reflexão de luz abaixo de 30%. Quando isto ocorresse, o robô deveria parar e mudar de direção formando um ângulo reto, e em seguida voltaria a se movimentar desenhando o segundo lado do quadrado com o mesmo comprimento da distância até então percorrida.

Para executar tal programação, usamos o ícone de programação referente ao sensor de rotação. Este sensor encontra-se no próprio motor e tem a função de contar quantos giros o eixo do motor fez. Após esta contagem, quando o robô fez a primeira parada, armazenamos em uma variável qual o valor aferido por este sensor, e para isto foi usado o ícone de programação referente a variáveis numéricas.

A Figura 20 mostra como foi feita esta programação.

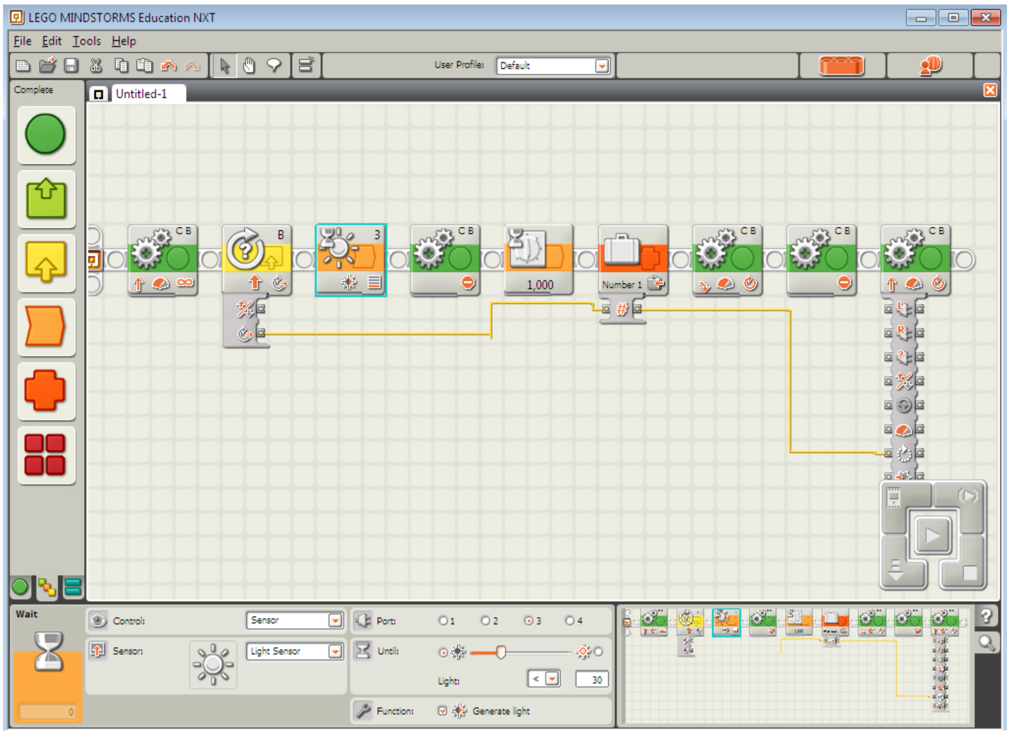


Figura 20 – Programação com Variável

O recurso de usar variável na programação teve por objetivo utilizar o valor armazenado para aplicar o conceito de razão e proporção. Nesse momento, desejávamos que o valor em rotações, armazenado na variável, pudesse receber um fator de redução ou ampliação, usando o ícone de programação referente a operadores matemáticos.

Nossa expectativa era verificar quais as interações e operações seriam feitas pelos alunos ao programarem o robô para desenhar uma linha. Conforme já explicado, o comprimento desta linha será determinado pelo sensor de luz, e lhes seria proposto como desafio que este robô desenhasse outra linha com o dobro do tamanho da primeira, ou com a metade de seu tamanho, ou ainda qualquer outro fator de ampliação ou redução em relação à primeira linha, com o qual, após desenhar algumas linhas, os alunos pudessem construir e explorar o conceito de razão e proporção.

Tudo parecia bastante simples, do nosso ponto de vista, no tocante à programação, usando estes novos comandos, e também em relação à execução da tarefa pelo robô. Os comandos seguem uma lógica estruturada que não nos causou problemas em usá-los na programação, e procuramos a simplicidade na estrutura do programa para que fosse simples também para os alunos utilizarem esta estrutura, sem a necessidade de aprenderem recursos avançados de programação ou estruturas complexas nesse ambiente robótico.

Entretanto, a execução do desenho, por parte do robô, não foi como esperávamos. Começamos a observar que durante seu movimento o robô não estava fazendo a proporção por nós programada com os operadores matemáticos. Nesse instante, outro sinal de alerta, e por que não dizer pânico, nos atingiu no centro de nossas expectativas, a saber, justamente o uso de operações matemáticas e de variáveis.

Mesmo diante de tais dificuldades, decidimos realizar este estudo, utilizando este protótipo, com o grupo de pesquisadores envolvidos nos projetos de pesquisa de educação matemática. O intuito era receber contribuições capazes de nos auxiliar no *redesign* das atividades propostas e no *redesign* do robô protótipo, bem como de sua programação.

Obtivemos várias contribuições importantes e comentários muito expressivos. Destacam-se entre eles: o fato de o robô não executar o segundo movimento de maneira proporcional ao primeiro já executado; a intensidade de luz detectada pelo sensor de luz poderia estar interferindo na execução do robô em virtude da diferença de luminosidade do ambiente.

Outros comentários importantes foram: a necessidade de esclarecer melhor a diferença entre ícones de programação parecidos; o fato de que o robô executou de forma imprecisa os comandos dentro de um laço de repetição, e com isto o resultado não foi o desenho proposto na atividade; em virtude desta imprecisão talvez fosse melhor testar outros modelos de robôs; em razão do tempo gasto com ajustes de programação, deixou-se de estudar o conceito de razão e proporção com maior atenção.

Entre os comentários feitos pelo grupo, destacou-se que mesmo com os problemas de execução e imprecisão, o aspecto lúdico proporcionou uma motivação que mobiliza os alunos em buscar soluções para os problemas de execução, ajustando assim a programação para fazer com que o robô desenhasse corretamente a figura proposta na atividade.

Nas próximas páginas estão dispostos alguns dos desenhos realizados por este grupo.

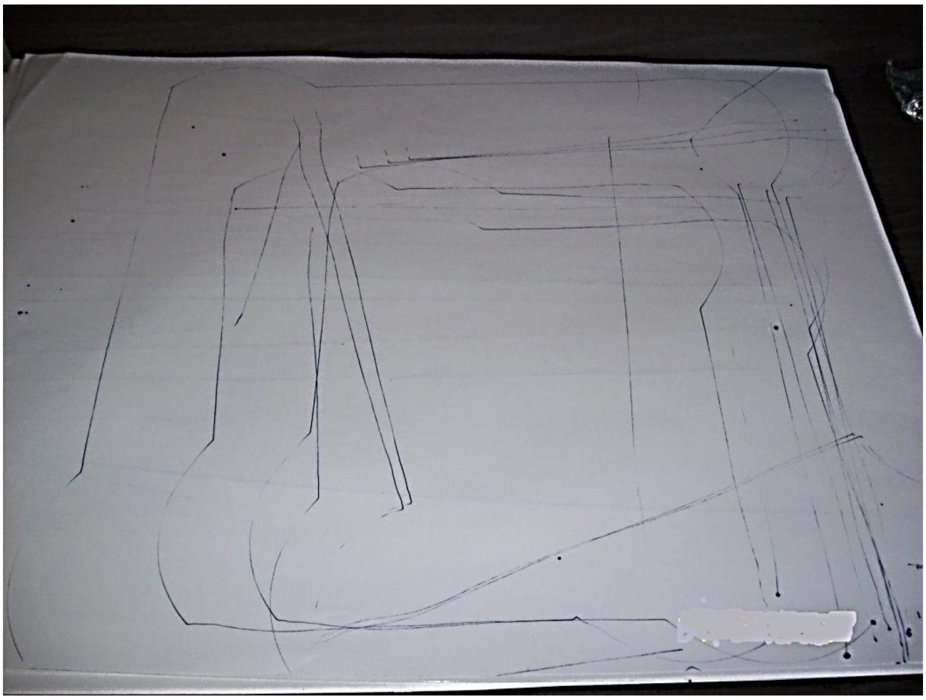


Figura 21 – Quadrado Grupo 1

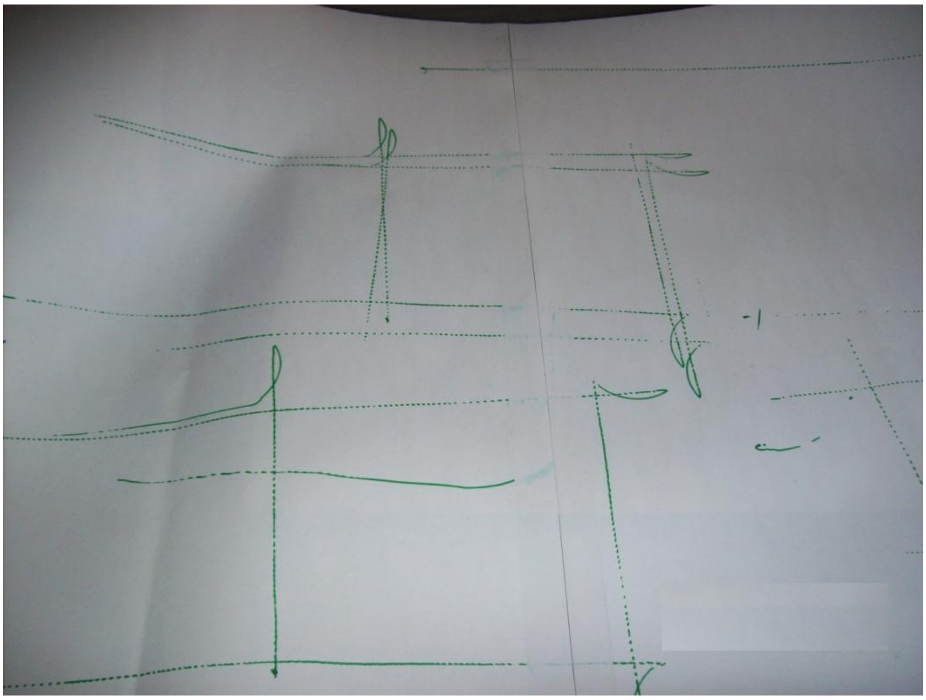


Figura 22 – Quadrado Grupo 2

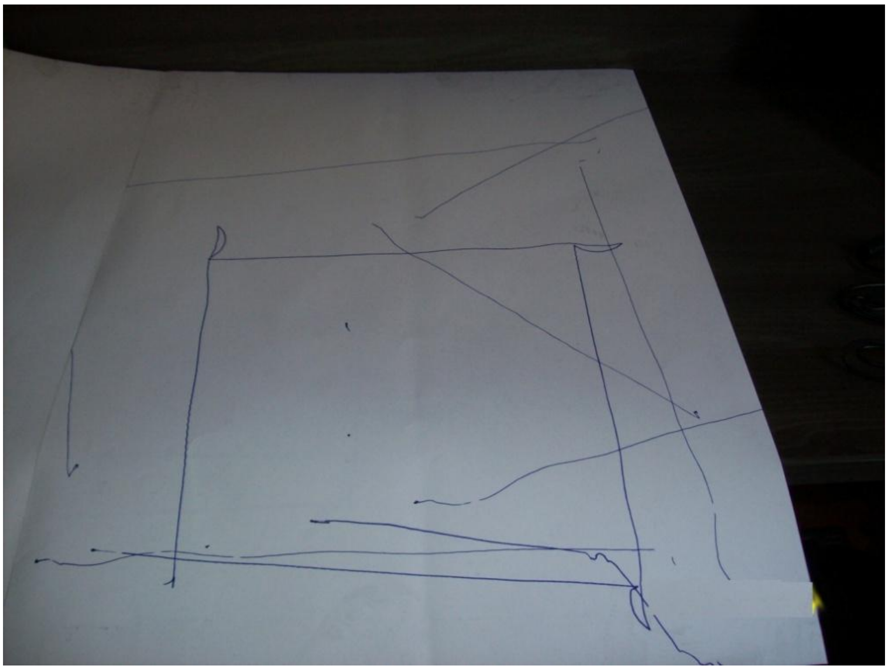


Figura 23 – Quadrado Grupo 3

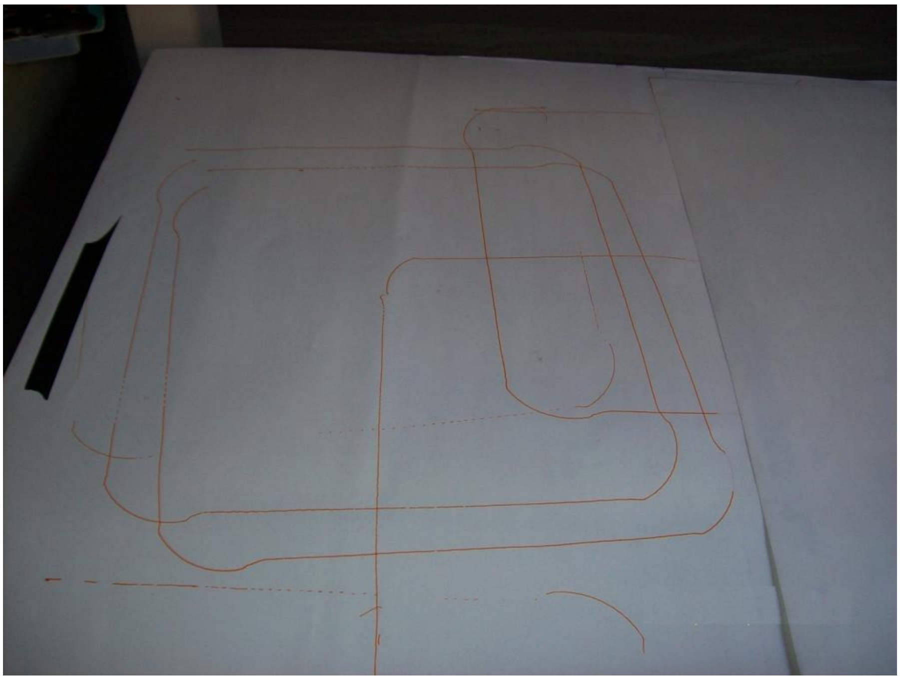


Figura 24 – Quadrado Grupo 4

Em virtude do exposto, procuramos investigar as causas que impediam a correta execução do robô ao realizar o desenho do quadrado. Descobrimos que havia realmente uma imprecisão no giro de rotação do eixo dos motores, e por isso interferiu na produção dos desenhos que desejávamos. E, da forma como estava programado o robô para virar 90º, com o comando chamado *steering,*[24] esta imprecisão se tornava ainda maior.

Sendo assim, o valor da distância percorrida pelo robô, que estava armazenado na variável, estaria sofrendo alteração durante a utilização do fator de proporção e, consequentemente, o desenho do segundo quadrado não corresponderia à proporção exata do desenho do primeiro quadrado.

Em todo o trabalho desenvolvido até esta etapa trabalhamos com o conceito de razão e proporção, uma vez que verificamos as imprecisões ocorridas durante o desenho feito pelo robô, e procuramos corrigi-las aplicando, como fora dito anteriormente, frações de tempo, rotações ou graus na programação que determinava o movimento do robô. O mesmo se pode observar nas ações do grupo de pesquisa, que, apesar de comentar que o tempo despendido com ajustes no robô

[24] O comando *Steering* quando utilizado faz com que um motor funcione em rotação contrária ao outro motor e com potência menor, assim o robô muda de direção virando a 90º para a direção programada.

não permitiu a formalização do conceito de razões e proporção, não percebeu que os ajustes feitos na programação do robô se deram implicitamente no campo da proporcionalidade, o que, segundo a perspectiva de micromundo anteriormente descrita, propõe que o aprendiz possa experimentar brincar e mergulhar nos objetos de estudo deste micromundo sem estar inicialmente formalizando o conceito sobre estes objetos.

Mediante o desenvolvimento das atividades de pesquisa com o grupo de pesquisadores, a verificação dos problemas ocorridos em sua execução, os comentários do grupo, descritos acima, e conforme a perspectiva do *Design Experiments*, anteriormente descrita como fundamentação teórica ao desenvolvimento das atividades, observamos a necessidade de um *redesign* do robô protótipo para que pudesse responder de maneira satisfatória ao desenvolvimento das atividades planejadas *a priori*. Neste momento também decidimos por não utilizar mais variáveis na programação do robô. Sob esta perspectiva, tal *redesign* também poderá ocorrer nas atividades.

3.2.2.2. Protótipo 2

Decidimos experimentar outro protótipo de robô, inclusive um modelo semelhante a um *plotter*, cujo objetivo de montagem é justamente desenhar figuras geométricas, por meio de uma programação predefinida. Este modelo encontra-se na revista de montagem utilizada pelos alunos do 7º ano do Fundamental II, nas aulas de robótica.

Esse novo modelo, ao contrário do robô Protótipo 1, possui limitação quanto ao tamanho do desenho que pode ser feito por ele, pois em sua montagem o robô tem uma espécie de braço, ao qual a caneta é fixada, cujo tamanho é fixo. Sendo assim, o limite do desenho é justamente o tamanho deste braço. A vantagem em relação ao outro modelo é que já possui uma garra apropriada para a fixação da caneta. Outra vantagem é que não teríamos o problema de virar 90º para mudar a direção do robô.

O novo modelo de robô, que passaremos a chamar de Protótipo 2, é o que aparece na Figura 25 – Protótipo-2.

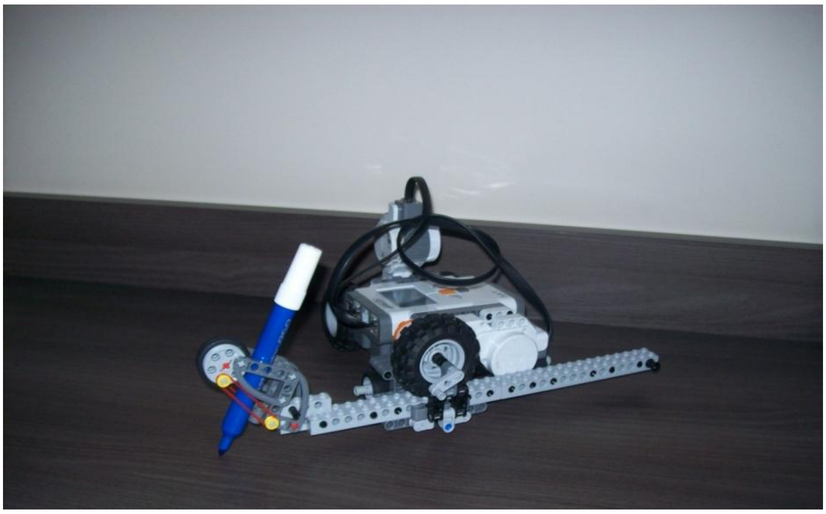


Figura 25 – Protótipo-2

Nesse novo protótipo, testamos as mesmas atividades, iniciando por programar o robô para desenhar a letra “L”, na qual a base da letra deveria ser proporcionalmente à metade de seu traço lateral.

Novamente encontramos dificuldades na execução do robô. Primeiro, o braço do robô ao movimentar não fazia os traços de mesmo tamanho. Decidimos verificar se a diferença produzida em cada desenho era sempre a mesma e se havia uma constante proporcional que pudesse ser verificada pelos alunos durante as atividades de pesquisa.

Com o intuito de descobrirmos qual ou quais os fatores que estavam contribuindo para que o desenho da letra não estivesse sendo feito corretamente, decidimos programar o motor, que faz com que o robô ande para frente ou para trás, apenas para desenhar uma linha andando para frente e retornar ao ponto de partida, desenhado outro traço. Nesse momento observamos que, ao retornar, ele sempre andava um pouco mais, fazendo o segundo traço um pouco maior que o primeiro.

Testamos a mesma programação no motor que faz com que o braço do robô se movimente para frente ou para trás. Pudemos então observar que os traços desenhados estavam do mesmo tamanho, pelo menos em um primeiro momento. Após mais alguns testes, notamos que havia uma diferença no tamanho do segundo traço, entretanto esta diferença era bem menor do que a observada enquanto o robô se locomovia fazendo o desenho.

Após estes testes, concluímos que havia um valor constante de imprecisão, o que nos levou a conjecturar sobre outras formas de utilizar o conceito de razão e proporção, usando a nosso favor esta diferença no traçado de um e outro lado da letra “L”.

Pensamos em princípio no *redesign* das atividades de pesquisa que deveriam ser desenvolvidas com o uso específico do robô, por exemplo, tabelas com as medidas desenhadas pelo robô e em seguida a utilização do conceito de razão e proporção para relacionar as respectivas medidas.

Outra opção por nós imaginada seria a utilização de outro protótipo de robô, no qual pudéssemos verificar se com as mesmas atividades de pesquisa conseguiríamos utilizar o conceito de razão e proporção com a devida precisão de desenho e medidas, da qual necessitávamos.

Todas estas dificuldades, até então inesperadas, contribuíram para este projeto de pesquisa, uma vez que estamos dentro das perspectivas da metodologia de “Experimentos de Ensino”, na qual as atividades devem ser desenvolvidas, observadas, analisadas e redesenhadas para que possam realmente contribuir para o aprendizado da matemática, no sentido de estabelecer se este material de robótica educacional pode ser considerado um micromundo de aprendizagem matemática. Tudo isso tem nos levado a várias reflexões, *designs* e conjecturas, as quais acreditamos que poderão contribuir em outras pesquisas, inclusive sobre a utilização do conceito matemático de razão e proporção com este material.

No entanto decidimos manter o robô protótipo 2 para ser utilizado nas atividades de pesquisa e mantivemos o design das atividades de pesquisa, na expectativa de verificar como os alunos solucionariam as adversidades, por nós já descobertas, e qual matemática emergiria destas situações.

3.2.3. Fase 2 – Experimentação no ambiente da escola

Nesta fase descreveremos o ambiente no qual se realizaram as atividades de pesquisa, bem como o perfil dos alunos participantes, o papel do professor-pesquisador, as sessões de pesquisa e a coleta de dados.

3.2.3.1. A Escola

A escola escolhida para o desenvolvimento das atividades de pesquisa foi uma escola particular, localizada na zona leste da cidade de São Paulo, que possui os cursos: Fundamental I, Fundamental II, Ensino Médio, Ensino Médio Técnico Profissionalizante, Ensino Superior e Pós-Graduação, e está localizada no bairro do Tatuapé na cidade de São Paulo. A opção por essa escola se deveu ao vínculo existente entre o pesquisador e a instituição.

Outro aspecto importante para tal escolha foi o apoio encontrado junto à Direção e Coordenação do colégio, que demonstraram interesse no projeto apresentado, uma vez que há um investimento em material robótico e que os alunos, desde o Fundamental I, têm como parte do currículo escolar aulas específicas de laboratório de robótica com o intuito do desenvolvimento interpessoal, organizacional e cognitivo por meio das atividades desenvolvidas durante tais aulas.

A instituição possui boa infraestrutura, com oito laboratórios de informática dos quais dois são para uso específico do curso de Engenharia, no nível superior, e robótica, no nível do Fundamental II. As turmas de Fundamental I utilizam o laboratório de ciências para as aulas de robótica.

3.2.3.2. Perfil dos alunos

Os alunos convidados para a prática dos experimentos de ensino foram alunos do 6.º ano do Ensino Fundamental II, entre dez e onze anos de idade. A partir do 6.º ano, o kit de robótica com o NXT que é um bloco programável e responsável pelos movimentos do robô, é novidade para eles, pois o kit que utilizavam nos anos anteriores, só possuía motores e não havia programação para controlar os movimentos do robô por eles montado. Assim o fato de poderem programar o robô e proporcionar-lhe maior mobilidade de movimentos, desperta grande curiosidade e entusiasmo por parte desses alunos.

A opção pelos alunos do 6.º ano foi motivada justamente por seu entusiasmo em trabalhar com o kit de robótica. Além do fator da transição entre Fundamental I e Fundamental II, na qual novos conceitos nas diversas áreas do conhecimento são introduzidos, em particular, a prática nessa escola é de introduzir conceitos especialmente relacionados à razão e proporção no 7.º ano do Ensino Fundamental

II. Portanto, os alunos selecionados não haviam passado por este aspecto do currículo.

Como descrito anteriormente sobre a infraestrutura da escola, estes alunos já possuem aulas específicas de informática e de robótica. Portanto, para os experimentos de ensino desenvolvidos para esta pesquisa, os alunos tinham um conhecimento prévio do material de robótica, sendo necessárias apenas algumas instruções sobre o ambiente de programação para que pudessem se ambientar e desenvolver as atividades propostas.

Recebemos autorização dos pais para que seus filhos participassem deste projeto, uma vez que os encontros seriam realizados após o horário normal de aula, e, para o registro das interações dos alunos com o material e as atividades, realizamos a gravação de vídeo e áudio durante o desenvolvimento dos experimentos de ensino.

No tocante ao conhecimento matemático dos alunos, eles ainda não possuíam formalmente nenhum conceito sobre o objeto de pesquisa, cujo conteúdo matemático é razão e proporção, conteúdo este que será abordado em detalhes, na disciplina de matemática, apenas no 7º ano do Ensino Fundamental.

A priori, foi feito um convite nas salas de aula do 6.º ano do Ensino Fundamental II para os alunos que estivessem interessados em participar do grupo de pesquisa. Limitamos o grupo a apenas dez alunos, cujo critério de escolha foi o grau de comprometimento dos alunos em relação ao projeto, isto é, aqueles que gostam de trabalhar com o material de robótica e que poderiam dispor de tempo para ficarem além de seu horário de aula normal da grade curricular.

Dos dez alunos escolhidos apenas oito retornaram com as devidas autorizações de seus pais ou responsáveis, atendendo as devidas exigências da comissão de ética para que pudessem participar da pesquisa. Destes, sete estiveram presentes no primeiro encontro e apenas cinco prosseguiram até a última sessão de atividades, mostrando muito interesse e real comprometimento com o projeto e atividades propostas.

Apresentamos a Tabela 2 que possui uma breve descrição a respeito do perfil particular de cada um dos alunos participantes. Destacamos que os nomes dos alunos, utilizados nesta pesquisa, são fictícios.

Aluno	**Descrição do Perfil**
Leonardo	Ele é bastante extrovertido, e se diverte com a execução do robô, não demonstrou muita segurança ao escrever suas ideias nas primeiras atividades, talvez por temor em errar. Ele costuma fazer bastante perguntas durante as atividades. Em relação à matemática ele possui dificuldade de raciocínio lógico e compreensão, apesar de se manter atento à explicação do conteúdo.
Matias	Esteve presente apenas no primeiro encontro, entretanto contribuiu com uma interessante discussão com os colegas expondo sua opinião sobre a atividade proposta. Tem uma característica mais moderada em relação a falar e expor suas ideias. Em relação à matemática ele possui bom raciocínio lógico e mantém boa atenção à explicação do conteúdo.
Mauro	Gosta muito de robótica e de trabalhar com o kit utilizado nesta pesquisa. Tem o perfil de perguntar bastante e de apresentar várias ideias de montagens e de programação; em muitos momentos sobrepunha a fala dos outros colegas expondo seu parecer. Em relação à matemática ele possui bom raciocínio lógico, resolve os problemas propostos com facilidade e possui ótima compreensão.
Nadia	Bastante introvertida e concentrada nas atividades, mesmo agrupada com os colegas, procurava dar suas respostas de maneira independente e solitária. Em relação à matemática ela possui dificuldade de raciocínio lógico e dificuldades de compreensão, mesmo se mantendo atenta a explicação do conteúdo.
Priscila	Discreta na exposição de suas ideias, brincalhona e mandona, entretanto concentrada na execução da tarefa. Demonstrou não estar segura de suas respostas, ao copiar algumas dos colegas. Em relação à matemática ela tem dificuldade de concentração à explicação do conteúdo e possui dificuldades de raciocínio lógico e compreensão.
Roberto	Muito extrovertido, divertido, expõe facilmente suas ideias e demonstrou já possuir uma ideia formada sobre o conceito de proporcionalidade. Em relação à matemática ele possui excelente raciocínio lógico, além de facilidade de compreensão e de desenvolvimento das atividades propostas.
Tulio	Também esteve presente apenas no primeiro encontro, mas com o Matias sustentou sua posição contrária à de Roberto em relação à atividade proposta. Em relação à matemática ele possui bom raciocínio lógico e boa compreensão do conteúdo.

Tabela 2 – Descrição dos alunos participantes da pesquisa

3.2.4. Professor-Pesquisador

O pesquisador fez o planejamento das atividades, como delineou os objetivos pretendidos, criou as atividades que foram desenvolvidas pelos alunos, organizou os grupos e registrou as interações dos alunos durante os experimentos por meio de vídeo e áudio, também foi o responsável, por remodelar o design do experimento de ensino conforme o desenvolvimento das atividades de pesquisa, focando em todas estas ações o embasamento teórico que sustenta a definição de micromundos.

Durante o desenvolvimento das atividades, o pesquisador assumiu o papel de professor, confrontando-as por meio de tarefas, dirigindo as suas ações de maneira adequada ao seu desenvolvimento e às teorias do objeto de estudo já anteriormente descrito. Esteve ainda observando os alunos, ouvindo-os, encorajando-os em suas resoluções e respeitando os seus métodos de resolução, agindo assim como um agente motivador e desenvolvedor do interesse no conteúdo estudado nas tarefas compartilhadas com os alunos.

3.2.5. Descrição das sessões

Inicialmente, planejamos as atividades de pesquisa para acontecer durante quatro dias consecutivos, por um período entre 60 e 90 minutos cada encontro. Estas atividades foram divididas em quatro sessões, registradas em áudio, vídeo, além de registros em papel com lápis e canetas coloridas, conforme descrição a seguir.

3.2.5.1. Sessão 1: Atividades em papel e lápis

Nesta sessão os alunos foram organizados em uma grande mesa, para realizarem as atividades de número 1 e 2 do Anexo, feitas em papel e lápis. O objetivo foi verificar o conhecimento prévio ou mesmo empírico dos alunos concernente a noções básicas sobre o conteúdo de razão e proporção. Nossa expectativa era verificar se os alunos se utilizariam do pensamento aditivo, assim como descrito anteriormente no item Escolha de razão e proporção por Lesh, Post e Behr (1988).

Este levantamento ocorreu no primeiro encontro realizado com os alunos. Nesse momento, o registro das interações dos alunos foi feito mediante gravação de áudio e vídeo e suas escritas na folha de atividades.

Além das atividades 1 e 2, o professor-pesquisador, no momento de sua realização, ditou uma terceira atividade questionando os alunos sobre o que eles entendiam sobre proporção. Seu objetivo foi o de verificar se eles possuíam algum conhecimento prévio ou formalizado sobre o conteúdo de razão e proporção.

As intervenções do professor-pesquisador se deram no sentido de estimular os alunos a criar, construir ou mesmo fundamentar o conceito matemático de proporção.

3.2.5.2. Sessão 2: Montagem do robô

Nesta sessão os alunos foram organizados em duplas e cada qual recebeu o kit de robótica, Lego Mindstorms NXT da Lego®, material anteriormente apresentado em detalhes, para realizarem a montagem do robô Protótipo 2. O objetivo foi prepará-los para as interações com o robô e observar suas próprias interações entre a dupla, bem como entre cada colega do grupo, além de suas interações com o professor-pesquisador, criando um ambiente propício para o desenvolvimento das sessões seguintes, com o foco no objeto matemático em questão.

Por fim, optamos por não analisar esta sessão, pois a montagem foi realizada com a utilização da revista de montagem que já possui passo a passo cada etapa de montagem do robô, não existindo dados relevantes sobre o objeto matemático em que estamos interessados em estudar nesta pesquisa.

3.2.5.3. Sessão 3: Primeiras programações do robô

Nesta sessão, o grupo se reduziu a cinco participantes pela impossibilidade de alguns estarem presentes nos encontros restantes, portanto trabalhamos com uma dupla e um trio de alunos. Com os robôs que já haviam sido montados, iniciamos a atividade propondo-lhes que programassem o robô para que ele fosse capaz de desenhar um quadrado. O objetivo era verificar como cada dupla resolveria o desafio proposto, em termos de programação e, como executariam as modificações necessárias para realizar a tarefa com sucesso caso o desenho criado pelo robô não correspondesse a um quadrado.

Pretendeu-se que a partir dessa programação os alunos fossem capazes de criar outras programações para o robô, utilizando ícones de comandos diversificados que lhes permitiriam outras interações com o robô, partindo assim do pressuposto das afirmações de Papert (1980) em relação ao estímulo que as crianças sentem ao conhecerem os aspectos particulares do micromundo.

3.2.5.4. Sessão 4: Programando o robô para desenhos proporcionais

Nesta sessão, continuamos o desafio de programar o robô para que desenhasse corretamente um quadrado, uma vez que os alunos não conseguiram concluir esta tarefa na sessão anterior. Eles iniciaram então colocando o robô para desenhar o quadrado e obtiveram como resultado, figuras que se aproximavam do quadrado, mas que possuíam pequenas diferenças de medidas nos lados.

O próximo desafio proposto foi utilizar a programação anteriormente realizada, por cada grupo de alunos, mas agora fazendo uso das ideias relacionadas à razão e proporção. O trio de alunos recebeu a incumbência de ampliar o desenho produzido por seu robô, para o dobro de seu tamanho, enquanto a dupla de alunos deveria reduzir o desenho produzido por seu robô pela metade.

Neste momento, o objetivo foi observar quais seriam as operações matemáticas que cada grupo utilizaria em seus respectivos programas para executar o desafio proposto com sucesso. O professor-pesquisador fez suas intervenções em momentos que os alunos o consultaram sobre o que o robô havia produzido enquanto desenho ampliado ou reduzido, contudo reservando-se a estimular os grupos a pensar e refletir sobre os resultados obtidos, de tal modo que percebessem por si próprios o que ocorreu de errado e quais deveriam ser suas ações de correção para alcançarem a conclusão do desafio.

No próximo capítulo apresentaremos nossas análises dos dados coletados a partir do desenvolvimento das atividades realizadas pelos alunos, bem como suas ações e interações com o objeto matemático em questão, o material utilizado e as intervenções do professor-pesquisador.

CAPÍTULO 4

ANÁLISE DE DADOS

Neste capítulo apresentamos nossas análises dos dados coletados durante as atividades de pesquisa desenvolvidas com o grupo de alunos escolhido, em conformidade com a fundamentação teórica exposta nos capítulos anteriores.

4.1. Organização dos dados

Conforme descrito no capítulo anterior, para a coleta de dados foram realizados quatro encontros com duração entre uma hora e uma hora e trinta minutos cada um. Os dados foram coletados por intermédio de filmadoras, gravador de voz e registro em papel, feitos pelos grupos de alunos durante a realização das atividades de pesquisa, desenvolvidas em nossos encontros.

Foram considerados como parâmetros para as análises que serão apresentadas neste capítulo: as estratégias utilizadas pelos alunos para a solução dos desafios propostos com as atividades; como expressaram suas soluções, suas ações, decisões e conclusões; e as intervenções realizadas pelo professor-pesquisador junto ao grupo. Procuramos identificar, em particular, momentos nos quais os alunos lidaram com ideias relacionadas à razão e proporção e se suas estratégias foram localizadas mais no mundo de contagem ou de *splitting*.

Prosseguimos então com a descrição de cada sessão de experimento realizada com os alunos, detalhando suas produções, falas e interações.

4.2. Desenvolvimento das sessões de experimento

Apresentaremos nos próximos itens as sessões e atividades, como elas ocorreram e foram desenvolvidas durante o experimento realizado neste trabalho de pesquisa.

4.2.1. Sessão 1

Nesta sessão foi explicado aos alunos como se dariam o desenvolvimento e a organização das atividades, bem como foram definidos os grupos de trabalho. Neste primeiro encontro contávamos com sete alunos.

As atividades propostas neste encontro foram feitas em papel e lápis cujo objetivo foi verificar o conhecimento e entendimento dos alunos em relação ao conceito matemático de razão e proporção. Estas atividades encontram-se registradas no Anexo. Abaixo apresentamos a primeira atividade desenvolvida adaptada do experimento de Hoyles e Noss (1992).

4.2.1.1. Atividade 1

Nesta atividade, o questionamento sobre proporção tem o objetivo de verificar o que os alunos conhecem sobre o conceito de proporcionalidade, e se eles utilizariam como estratégia, para compor sua resposta, alguma operação matemática e, neste caso, se utilizariam multiplicação ou adição. Estiveram presentes sete alunos: Leonardo, Matias, Mauro, Priscila, Nadia, Roberto e Tulio.

Na descrição de alguns diálogos que se seguiram durante esta atividade surge o nome de dois alunos, Matias e Tulio, que estiveram presentes no primeiro encontro, no qual se realizou a sessão 1, mas eles não permaneceram nos demais encontros. Segue abaixo a Figura 26 que demonstra a Atividade 1.

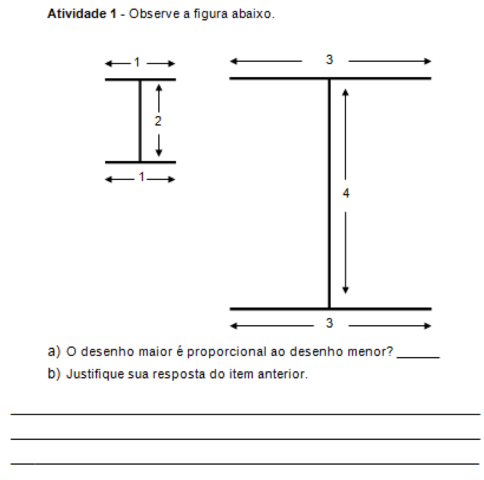


Figura 26 – Atividade 1

As figuras que aparecem nesta atividade se encontram cotadas com medidas para cada linha indicada. Devemos destacar que as medidas não correspondem às verdadeiras dimensões das linhas. Também escolhemos figuras que, apesar de apresentarem certa similaridade, não são proporcionais. Estávamos interessados em observar se eles dariam mais atenção aos valores numéricos das supostas medidas ou à configuração visual das figuras.

Portanto, os alunos deveriam analisar a questão de proporcionalidade entre os desenhos da figura, observando as medidas referentes a cada linha. Após ler a tarefa, os alunos expressaram muitas dúvidas, necessitando um esclarecimento da parte do professor-pesquisador.

> **Professor-pesquisador:** "Se pegarmos o desenho grande e diminuirmos para o tamanho do pequeno, ele dá as mesmas medidas que aparecem na figura?".
>
> **Roberto:** "Ah, não! Porque é impossível".

Nesse momento iniciou-se um diálogo interessante entre os alunos sobre proporcionalidade, no qual tentaram solucionar o questionamento verbalizando aspectos relacionados ao conceito de proporcionalidade.

Segue abaixo um trecho do diálogo.

> **Roberto:** "Não, mas se eu aumentar a quantidade não vai dar os números três, devia ser o número dois".
>
> **Mauro:** "Você está vendo? É o dobro e de um a três não dá, tem que ser o dois".
>
> **Roberto:** "É, seria dois aqui em cima".
>
> **Tulio:** "Mas tem que aumentar dois, dois mais dois quatro e um mais dois três".

Roberto tentou argumentar com Tulio, mas se convenceu com a explicação do colega, apesar de ficar um pouco confuso.

> **Matias:** "Porque assim é o mesmo desenho. Se diminuir vai ficar o mesmo e, se aumentar, vai ficar o mesmo".

Roberto acabou por manter sua opinião inicial, descrevendo o motivo de pensar que as figuras não eram proporcionais, conforme apresentamos na Tabela 3.

Abaixo apresentamos a Tabela 3 referente às respostas dos cinco alunos que permaneceram presentes em todas as sessões de atividades.

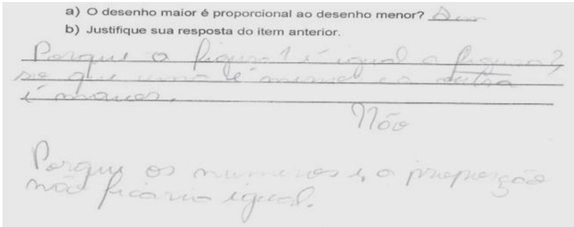
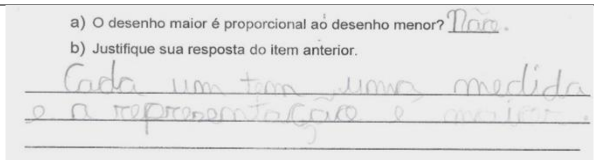
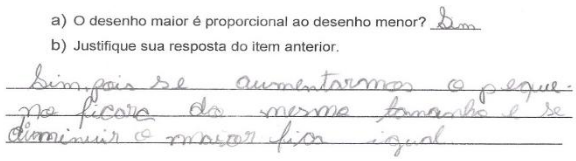
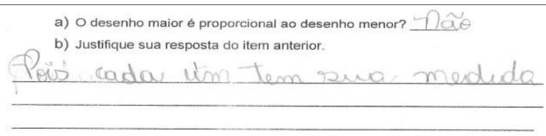
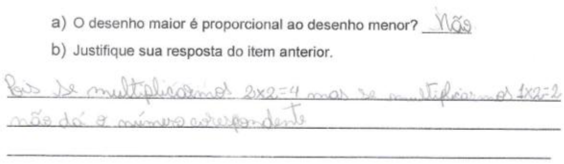
Alunos	**Respostas**	**Figuras**
Leonardo	a) Sim. b) Porque a figura 1 é igual à figura 2, só que uma é menor e a outra é maior. Em seguida ele pediu para modificar a sua resposta, ficando da seguinte maneira: a) Não. b) Porque os números e a proporção não ficariam iguais.	 a) O desenho maior é proporcional ao desenho menor? Sim b) Justifique sua resposta do item anterior. Porque a figura 1 é igual a figura 2 só que uma é menor e a outra é maior. Não Porque os numeros e a proporção não ficarim igual.
Mauro	a) Não. b) Cada um tem uma medida e a representação é maior	 a) O desenho maior é proporcional ao desenho menor? Não b) Justifique sua resposta do item anterior. Cada um tem uma medida e a representação é maior
Nadia	a) Sim. b) Sim, pois se aumentarmos o pequeno ficaria do mesmo tamanho e se diminuir o maior fica igual.	 a) O desenho maior é proporcional ao desenho menor? Sim b) Justifique sua resposta do item anterior. Sim, pois se aumentarmos o pequeno ficara do mesmo tamanho e se diminuir o maior fica igual
Priscila	a) Não. b) Pois cada um tem sua medida.	 a) O desenho maior é proporcional ao desenho menor? Não b) Justifique sua resposta do item anterior. Pois cada um tem sua medida
Roberto	a) Não. b) Pois se multiplicarmos 2x2=4, mas se multiplicarmos 1x2=2. Não dá o número correspondente.	 a) O desenho maior é proporcional ao desenho menor? Não b) Justifique sua resposta do item anterior. Pois se multiplicarmos 2x2=4 mas se multiplicarmos 1x2=2 não dá o número correspondente

Tabela 3 – Respostas à Atividade 1

Podemos observar que Roberto utiliza a operação de multiplicação em cada medida da figura menor, para assim atingir o tamanho da figura maior. Logo, ele percebeu que não seria possível utilizar o mesmo fator de multiplicação para as medidas de tamanho um e dois e alcançar os tamanhos da figura maior, respectivamente, três e quatro, como apresentada nas figuras da tarefa. Por conseguinte, ele concluiu que as figuras não são proporcionais. Roberto foi o único aluno que explicitou esta relação multiplicativa. Pode-se observar que dois desses alunos julgaram que as figuras eram em proporção e dois responderam que não.

Leonardo, ao pedir para modificar sua resposta, demonstrou estar inseguro ou confuso sobre a ideia de proporção, esta mudança pode ter ocorrido devido a interação dele com os colegas do grupo conforme descrito no capítulo 2 sobre as ideias de Vygotsky.

Priscila não justificou a sua resposta à alternativa (a). Na resposta de Nadia, pode-se entender que ela se refere ao fato de a figura ficar com a mesma aparência geométrica, tanto ao aumentar quanto ao diminuir, isto por que ela se utilizou do pensamento aditivo assim como Tulio e Matias conforme podemos observar no diálogo que tiveram durante o desenvolvimento desta atividade.

Mauro também não foi claro em expor sua ideia matemática ao justificar a sua resposta, no entanto observando seu diálogo com os colegas, pode-se observar que ele está utilizando-se do pensamento multiplicativo ao se referir ao dobro da medida de um lado da figura em relação ao outro.

Na execução desta atividade, nas respostas explicitadas pelos participantes, o que podemos observar é que pensaram em utilizar operações matemáticas para verificar a proporcionalidade entre as figuras. Talvez isto tenha ocorrido porque eles se concentraram, principalmente, nas medidas cotadas nas linhas das figuras.

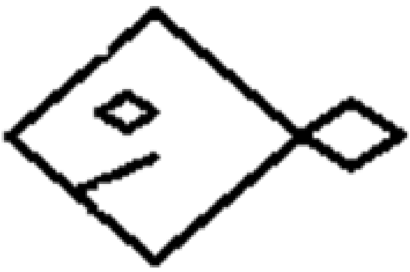
Outro aspecto a se destacar é o fato de o professor-pesquisador não ter dado nenhuma explicação sobre razão e proporção, nem sobre quais operações deveriam utilizar. Neste sentido, cada participante expôs, em suas respostas, suas próprias ideias a respeito desta noção matemática.

Continuamos esta sessão com as atividades 2 e 3, que se encontram detalhadas na próxima página.

4.2.1.2. Atividades 2 e 3

A atividade 2 também objetivava investigar as ideias sobre proporcionalidade que os alunos expressaram no contexto papel e lápis. Esta atividade apresentou uma figura sem medidas. Na mesma folha, uma terceira atividade, pedindo que os alunos descrevessem o que entenderam por proporção, foi ditada pelo professor-pesquisador. A atividade foi adicionada a partir de nossas reflexões sobre as respostas dos alunos durante a primeira atividade. Na Figura 27, apresentamos as atividades 2 e 3 que se encontram no Anexo.

Atividade 2 – Observe a figura do peixe abaixo



a) O olho e o rabo do peixe são proporcionais ao seu corpo? ______

b) Justifique sua resposta do item anterior.

____

____

____

Atividade 3 – Responda o que você entende por proporção.

____

____

____

Figura 27 – Atividade 2 e Atividade 3

Apresentamos a Tabela 4 com as respostas dos alunos às atividades 2 e 3.

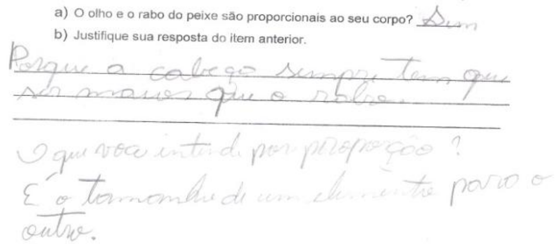
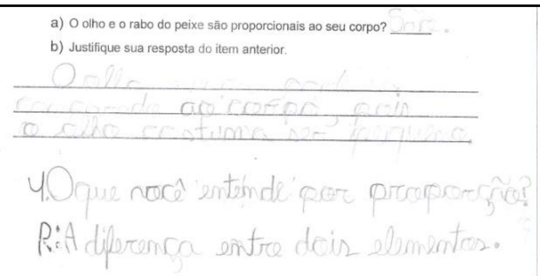
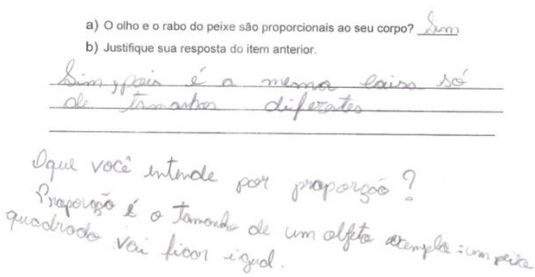
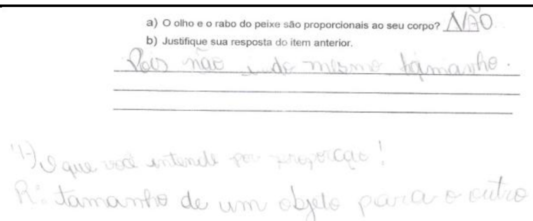
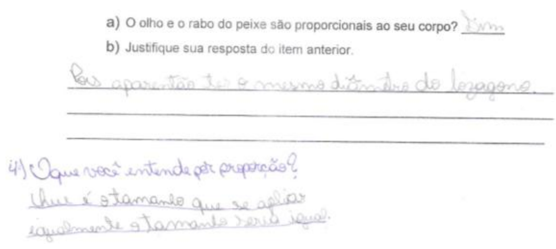
Alunos	**Respostas**	**Figuras**
Leonardo	a) Sim. b) Porque a cabeça sempre tem que ser maior que o rabo. c) É o tamanho de um elemento para outro.	 a) O olho e o rabo do peixe são proporcionais ao seu corpo? Sim b) Justifique sua resposta do item anterior. Porque a cabeça sempre tem que ser maior que o rabo. O que você entende por proporção? É o tamanho de um elemento para o outro.
Mauro	a) São. b) O olho nunca pode ser comparado ao corpo, pois o olho costuma ser pequeno. c) A diferença entre dois elementos.	 a) O olho e o rabo do peixe são proporcionais ao seu corpo? São b) Justifique sua resposta do item anterior. O olho nunca pode ser comparado ao corpo, pois o olho costuma ser pequeno. 4. O que você entende por proporção? R: A diferença entre dois elementos.
Nadia	a) Sim. b) Sim, pois é a mesma coisa só que de tamanhos diferentes. c) Proporção é o tamanho de um objeto, exemplo, um peixe quadrado vai ficar igual.	 a) O olho e o rabo do peixe são proporcionais ao seu corpo? Sim b) Justifique sua resposta do item anterior. Sim, pois é a mesma coisa só de tamanhos diferentes O que você entende por proporção? Proporção é o tamanho de um objeto exemplo: um peixe quadrado vai ficar igual.
Priscila	a) Não. b) Pois não têm o mesmo tamanho. c) Tamanho de um objeto para outro.	 a) O olho e o rabo do peixe são proporcionais ao seu corpo? NÃO b) Justifique sua resposta do item anterior. Pois não é do mesmo tamanho. 4) O que você entende por proporção? R: tamanho de um objeto para o outro
Roberto	a) Sim. b) Pois aparentam ter o mesmo diâmetro do Losango. c) Que é o tamanho que se ampliar igualmente o tamanho será igual.	 a) O olho e o rabo do peixe são proporcionais ao seu corpo? Sim b) Justifique sua resposta do item anterior. Pois aparentam ter o mesmo diâmetro do losango 4) O que você entende por proporção? Que é o tamanho que se ampliar igualmente o tamanho será igual.

Tabela 4 – Respostas às atividades 2 e 3

Ao ler as respostas de cada aluno participante das atividades 2 e 3, pode-se verificar que os alunos relacionaram o conceito de proporcionalidade à forma e tamanho das figuras geométricas. Às vezes proporcionalidade aparentemente é associada a diferenças em tamanho (sem ser explícito que a forma permanece a mesma) e às vezes a palavra “igual” é utilizada – para referir à forma e não tamanho, mas novamente esta interpretação não é clara.

Pode-se observar, por meio das respostas dos alunos participantes das atividades desta sessão, que eles demonstram possuir algum conhecimento sobre proporção, entretanto este conhecimento não está fortalecido com bases sólidas do conceito matemático formal sobre este assunto. Com isto, suas respostas se apresentaram em meio a dúvidas e receio de errarem. Também emergiu a questão sobre qual operação matemática deveria ser utilizada para saber se as figuras eram ou não proporcionais entre si, além de demonstrarem muitas vezes que usaram a ideia de semelhança entre as figuras para justificarem se eram ou não proporcionais. Talvez isto tenha ocorrido em virtude da não utilização de régua para medirem as figuras.

Analisando as respostas dos alunos sob a perspectiva de Lesh, Post, e Behr (1988), apresentada no item Escolha de razão e proporção, Capítulo 2, pode-se observar que alguns alunos pautaram suas respostas utilizando-se da estratégia aditiva, com exceção de Roberto que demonstra usar a estratégia multiplicativa para justificar suas respostas, demonstrando. Ainda sob esta perspectiva pode-se destacar que a estratégia aditiva não pode dar conta da proporcionalidade entre os desenhos da Figura 26, o que fez com que os alunos que adotaram esta estratégia respondessem erroneamente as perguntas feitas na atividade 1.

Segundo a perspectiva de Confrey (1994), alguns alunos podem ter se utilizado da estratégia de *splitting* no que diz respeito à semelhança, uma vez que não usaram régua para medir as partes da figura e apenas basearam suas repostas em termos de percepção visual ou não da propriedade da semelhança, conforme Confrey afirma:

> *Splitting* pode ser diferenciado da contagem (e da adição repetida) por suas conexões geométricas à semelhança. Semelhança constitui a base para nossa percepção mais profunda de como manter a identidade geométrica dos objetos que se movem em ampliação ou redução (CONFREY e GUERSHON, 1994, p. 292) .[25]

Na ausência de medidas, as respostas dos alunos se apresentaram de maneiras diferentes se as figuras satisfaziam ou não visualmente esta propriedade.

Durante a execução das atividades 1 e 2 o professor-pesquisador optou por não fazer muitas intervenções, isto porque pretendia verificar quais estratégias utilizariam e quais ideias sobre razão e proporção seriam naturalmente expostas pelos alunos.

Apresentaremos a seguir as interações dos alunos ocorridas durante as sessões 3 e 4. Optamos por relatar os diálogos dos alunos, separados conforme os grupos de trabalho, ocorridos em cada sessão. Na sessão 3 os alunos foram divididos em dois grupos:

- O primeiro formado por Mauro, Leonardo e Nadia.
- O segundo formado por Priscila e Roberto.

Esta formação se manteve até o final da sessão 4. Alguns dos programas feitos pelos alunos, principalmente de Mauro, Leonardo e Nadia, não puderam ser resgatados, pois eles salvaram as modificações sobre os programas iniciais ou mesmo saíram do software sem salvar o que haviam feito.

4.2.2. Sessão 3

Nesta sessão iniciamos as atividades com o robô. Foi proposta a atividade 4 do Anexo, cujo objetivo era que os alunos programassem o robô para que ele pudesse desenhar um quadrado, e estávamos interessados em verificar quais as ações dos alunos para executar esta atividade.

---

[25] Splitting can also be differentiated from counting (and repeated addition) by its geometric connections to similarity. Similarity forms the basis for our depth perception as we maintain the identify of objects as they move toward (magnification) or away (shrinkage) from us.

4.2.2.1. Diálogo de Mauro, Leonardo e Nadia

Mauro não havia entendido como o robô iria desenhar o quadrado. Nesse momento o professor-pesquisador o instruiu sobre o motor que faria o robô andar para frente e para trás e sobre o motor que controlava o braço com a caneta e que o movimentava para frente e para trás.

Esta dúvida de Mauro surgiu pelo fato de este grupo, conforme explicado no tópico Perfil dos alunos, já ter montado robôs que se movimentavam utilizando dois motores, os quais poderiam ser programados para fazê-lo mudar de direção. Por esse motivo Mauro pergunta ao professor-pesquisador como o robô se movimentaria para desenhar o quadrado sem dois motores, pois imaginava que um dos motores seria responsável por fazer com que o robô mudasse de direção em torno de seu eixo. O professor-pesquisador responde a ele que o robô tinha o braço com a caneta para fazer o desenho na outra direção.

Os alunos Leonardo e Mauro programaram o robô e ele se movimentou muito rápido e quase caiu da mesa. Nesse momento, o professor-pesquisador solicitou que todos usassem como potência do motor apenas 30%, a fim de que o robô se movimentasse mais lentamente. Eles riram bastante ao ver o robô correr para fora da mesa. O professor-pesquisador perguntou quanto tempo eles haviam determinado para o movimento do robô, e eles disseram que haviam colocado vinte segundos.

Enquanto isso, Nadia estava programando seu próprio robô, pois ela, apesar de estar agrupada com Leonardo e Mauro, fez um robô para si e se concentrou em sua própria programação. Nesse momento, ela foi testar o seu funcionamento e vê o robô andando somente para frente; ela corre para pegá-lo rindo do movimento que fez. O professor-pesquisador a orienta para rever o seu programa e descobrir o que foi programado de forma errada para que o robô só andasse para frente.

Nadia sem dialogar muito com os colegas, porém durante todo o tempo da atividade está procurando fazer sua própria programação e solucionar o desafio proposto. Os demais alunos brincam e conversam mais, expondo suas ideias entre si de como programar, qual caneta usar e sobre como o robô está se movimentando.

Leonardo e Mauro programaram o robô para andar usando como parâmetro de duração do movimento do motor o número de rotações. Nesse momento, Leonardo disse ao professor-pesquisador que diminuíram de três rotações para uma rotação para que ele se mantivesse no espaço do papel. Essa foi uma oportunidade em que o aluno utilizou noções de razão e proporção implicitamente para programar o robô de maneira a mantê-lo dentro do limite do papel. Eles testaram novamente o seu robô, e Leonardo disse ao professor-pesquisador que eles conseguiram fazer o robô funcionar corretamente dentro do limite do papel.

O professor-pesquisador observou que o robô continuou ultrapassando muito o limite do papel e orientou para que eles alterassem o parâmetro de duração do movimento do motor.

Leonardo chamou o professor-pesquisador para ver o programa que acabaram de alterar.

O professor-pesquisador pediu para que salvassem o programa que fizeram e testassem novamente. Ao verificar o programa, o professor observou que salvaram o novo programa sobre o anterior. Na figura abaixo está o programa feito por Mauro, Leonardo e Nadia, no qual o parâmetro de duração do movimento foi alterado para segundos.

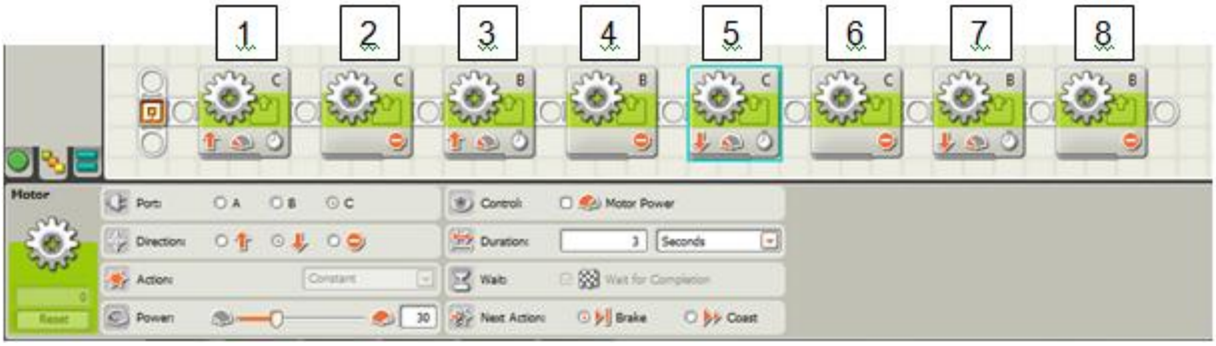


Figura 28 Primeiro Programa de Mauro, Leonardo e Nadia

Abaixo descrevemos a sequência de execução deste programa

- 1 – Motor C com movimento para frente por 3 segundos e com potência de 30%.
- 2 – Motor C para.

- 3 – Motor B com movimento para frente por 3 segundos e com potência de 30%.
- 4 – Motor B cessa o movimento.
- 5 – Motor C com movimento para trás por 3 segundos e com potência de 30%.
- 6 – Motor C cessa o movimento.
- 7 – Motor B com movimento para trás por 3 segundos e com potência de 30%.
- 8 – Motor B cessa o movimento.
- Neste programa os alunos não utilizarão o comando de Loop, que faz com que os movimentos do robô sejam repetidos.

Em seguida eles testaram seu robô e Mauro disse:

> **Mauro:** "Professor eu fiz um retângulo! Um pequeno passo para o homem, mas um grande passo para a humanidade".

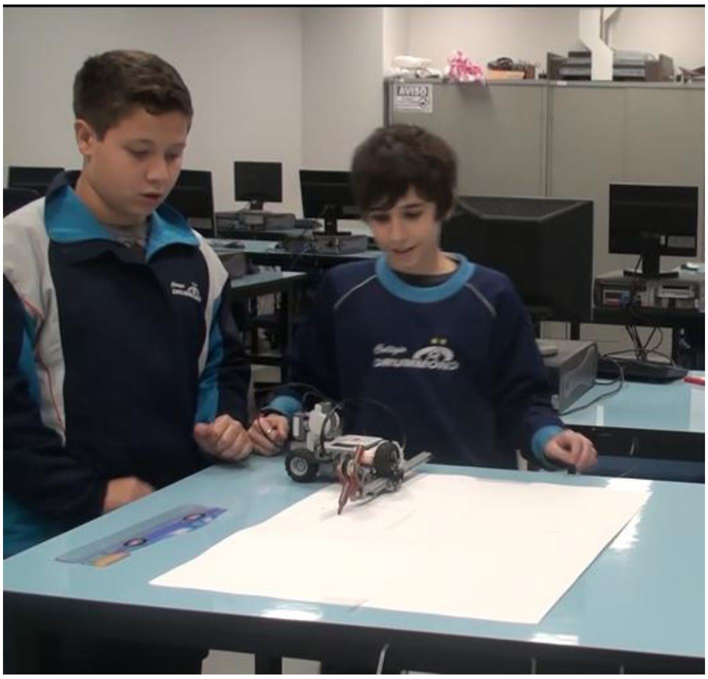


Figura 29 – Leonardo e Mauro manipulando o robô

O resultado do teste executado por Leonardo e Mauro aparece na Figura 30-1 logo abaixo.

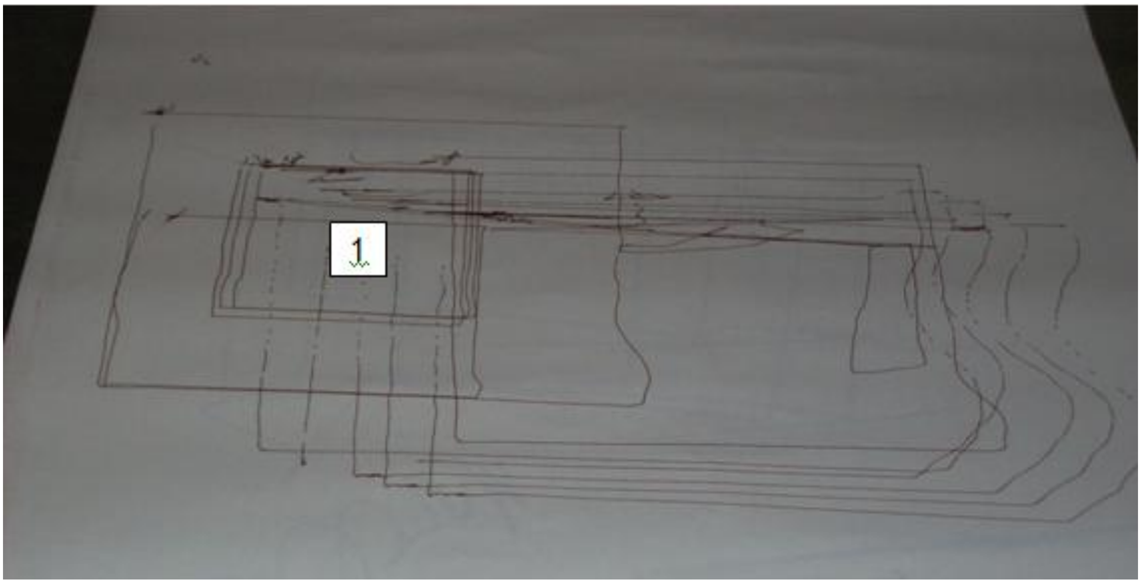


Figura 30 – Desenho do quadrado de Leonardo e Mauro

As figuras acima mostram as interações de Leonardo, Mauro e Nadia. Eles ficaram boa parte desta sessão fazendo outras programações e desenhos que não eram o quadrado. Como já estávamos no final desta sessão, decidimos continuar o desafio na próxima.

4.2.2.2. Diálogo de Priscila e Roberto

Os alunos Roberto e Priscila iniciaram a programação de seu robô; o professor-pesquisador se aproximou e observou que o tempo determinado para ele andar estava muito grande e que o robô iria sair do papel. Para evitar tal saída, Priscila sugeriu que Roberto colocasse o tempo de cinco segundos em vez de vinte, e ele responde que vai colocar dez segundos de movimento para cada motor.

A Figura 31 mostra o primeiro programa feito pela dupla. Neste programa o motor B faz o robô andar para frente ou para trás e o motor C faz o braço, no qual a caneta está presa, se movimentar para frente ou para trás, conforme a Figura 25 apresentada no Capítulo 3.

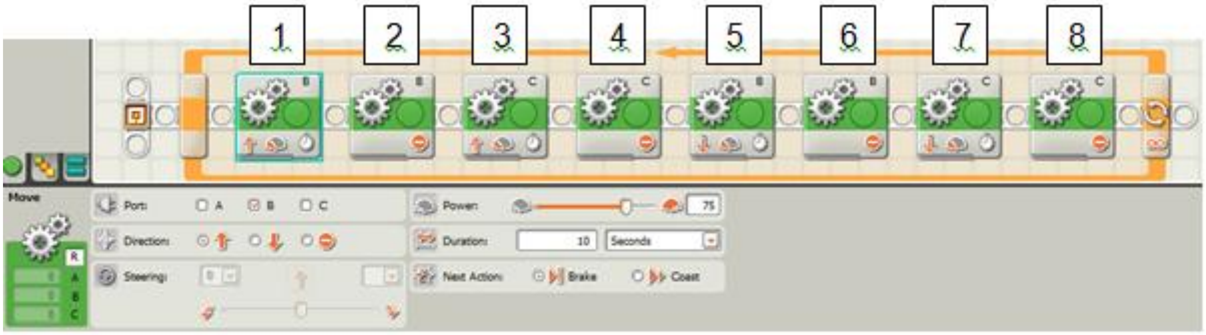


Figura 31 – Primeiro Programa Priscila/Roberto

Abaixo descrevemos a sequência de execução deste programa.

- 1 – Motor B com movimento para frente com duração de 10 segundos e com potência de 75%.
- 2 – Motor B cessa o movimento.
- 3 – Motor C com movimento para frente com duração de 10 segundos e com potência de 75%.
- 4 – Motor C cessa o movimento.
- 5 – Motor B com movimento para trás com duração de 10 segundos e com potência de 75%.
- 6 – Motor B cessa o movimento.
- 7 – Motor C com movimento para trás com duração de 10 segundos e com potência de 75%.
- 8 – Motor C cessa o movimento.
- Todos os estes movimentos estão dentro de um laço de repetição chamado de *Loop* e representado pelo retângulo laranja, que está configurado para repetir infinitamente os movimentos acima descritos.

A potência utilizada neste programa fez com que o robô se movimentasse muito rápido, e, para o propósito destas atividades de pesquisa, ela foi considerada alta, pois levaria o robô a ultrapassar os limites da mesa onde se encontravam as folhas nas quais deveriam ser desenhadas as figuras propostas nas atividades.

Acreditamos que o uso do *loop* na programação feita pelos alunos ocorreu por influência de outras atividades por eles desenvolvidas nas aulas de robótica que fazem parte de sua grade curricular, nesta instituição de ensino, já anteriormente descrita no Capítulo 3.

No momento em que este programa foi executado, eles ficaram assustados com o movimento rápido do robô, que quase o derrubou da mesa. Roberto disse: “deveria ser menos segundos para o movimento”. Então ele decidiu colocar cinco segundos de movimento. O robô continuou ultrapassando o limite da mesa, e Priscila sorriem com Roberto ao ver que o robô quase caiu da mesa, e por isso ele resolveu que deveria colocar apenas três segundos de movimento para cada motor.

Na Figura 32, apresentamos o programa com o tempo de duração do movimento reduzido para três segundos. Os ícones de programação continuam os mesmos em relação à Figura 31, uma vez que desejavam que o robô fizesse os mesmos movimentos, mas com um tempo de duração reduzido para que se mantivesse dentro dos limites da folha de papel, assim como Leonardo, Mauro e Nadia haviam feito anteriormente.

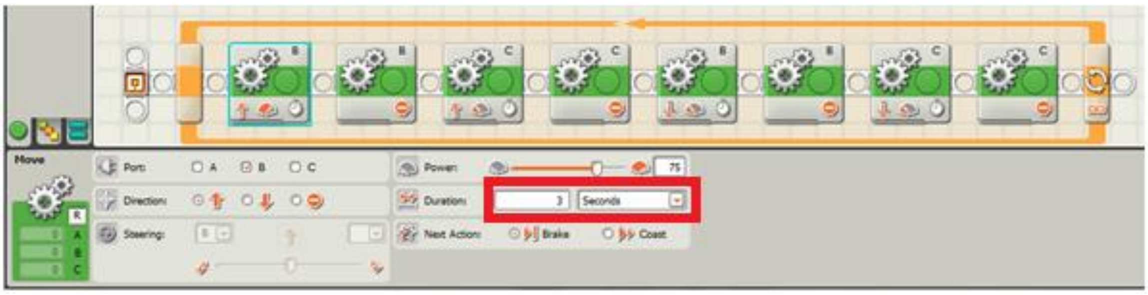


Figura 32 – Segundo Programa Priscila/Roberto

Mesmo assim, o robô continuou ultrapassando o limite do papel e da mesa. Roberto, então, chamou o professor-pesquisador para ver o programa; este observou e sinalizou para Roberto que ele havia colocado o movimento dentro de um *loop* e, sendo assim, o robô não iria parar ao final dos três segundos. O professor-pesquisador aproveitou a intervenção para chamar atenção para a alta potência, sugerindo que fosse diminuída. Desta forma, Roberto resolveu tirar o *loop* e apenas programar o movimento para funcionar por três segundos com potência de 30%, conforme orientação do professor-pesquisador.

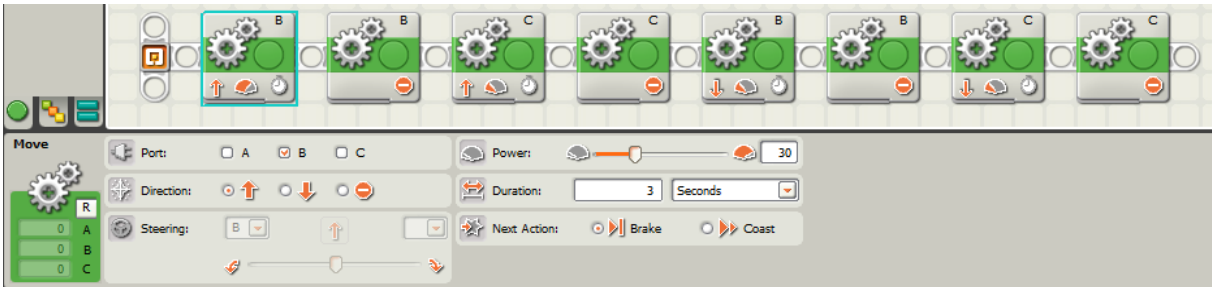


Figura 33 – Terceiro Programa Priscila/Roberto

Nessa tentativa o robô começou a desenhar o primeiro lado do quadrado, e, ao desenhar o outro lado com o braço, o motor C que o controlava estava programado para movimentar-se na direção em que este já se encontrava no limite, Figura 35.

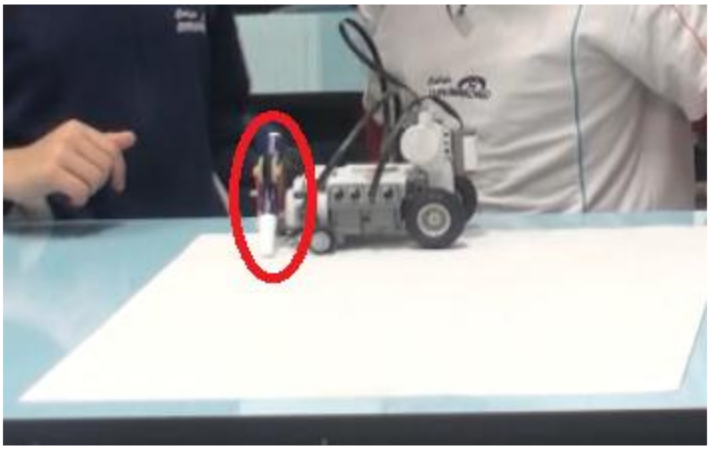


Figura 34 – Robô executando o programa da Figura 33

Para tentar interpretar o que estava acontecendo, Roberto e Priscila primeiro observaram o movimento do robô e depois simularam os movimentos que robô deveria fazer empurrando-o com as mãos, conforme a Figura 35.

Figura 35 – Priscila e Roberto manipulando o robô

Desse modo, perceberam que deveriam modificar o sentido de movimento do motor C para que este pudesse desenhar o outro lado do quadrado, e voltaram para a tela de programação para reprogramá-lo. Para resolver o problema, parece que foi útil para a dupla se colocar no lugar do robô, imaginando os movimentos desejados. Esta estratégia sugere que eles sentiram certa sintonicidade entre seus corpos e o “corpo” do robô, no sentido destacado por Papert e descrito anteriormente no Capítulo 2. Sua interpretação dos movimentos do robô resultou na programação presente na Figura 36.

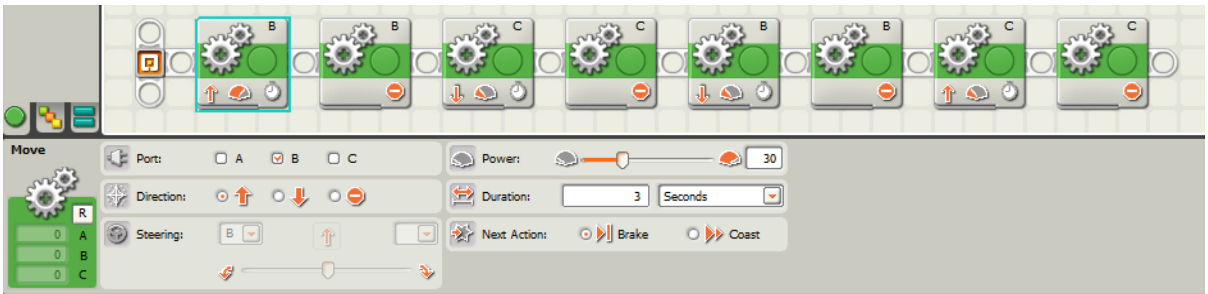


Figura 36 – Quarto Programa Priscila/Roberto

Ao colocarem o robô novamente para desenhar, ficaram contentes porque, pelo menos desta vez, o desenho iniciou-se bem. Entretanto, quando o braço do robô desenhou o outro lado, ele se desmontou, pois chegou ao limite de sua extensão e saiu do suporte que o mantinha preso ao robô. Os dois riram e Roberto disse: “Vou colocar então dois segundos de duração”.

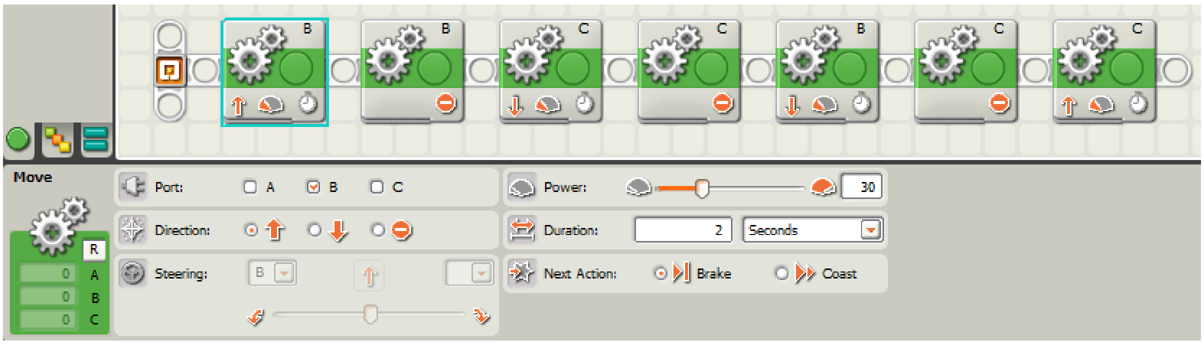


Figura 37 – Quinto Programa Priscila/Roberto

Após a conclusão do programa acima, Roberto e Priscila colocaram o robô novamente para desenhar. Desta vez, o robô chegou quase a desenhar um retângulo, conforme se pode observar na Figura 38.

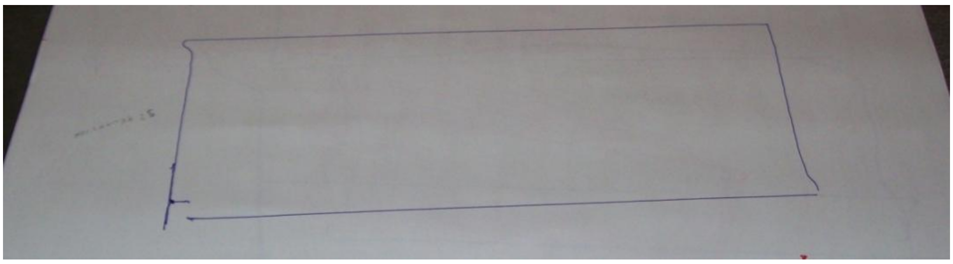


Figura 38 – O “quase retângulo” de Priscila/Roberto

Notando que o robô não fecha totalmente a figura, Roberto inicialmente pensa que talvez devesse aumentar o último traço:

Roberto: “Será que tem que aumentar um segundo?”.

Sem fazerem essa mudança, eles executaram o programa novamente. O professor-pesquisador observou: “Quase fechou a figura e o desenho que formou é um retângulo. Já que está um retângulo, o que você diminuiria para formar o quadrado?”, legitimando assim a presença de uma pequena imprecisão e lembrando a dupla de que era necessário um programa para desenhar um quadrado, e não um retângulo.

A primeira ideia do Roberto era diminuir o movimento que fazia o robô andar para que fosse desenhado o quadrado, mas de fato ele resolveu aumentar o movimento do braço, conforme aparece em destaque, na Figura 39, o motor C.

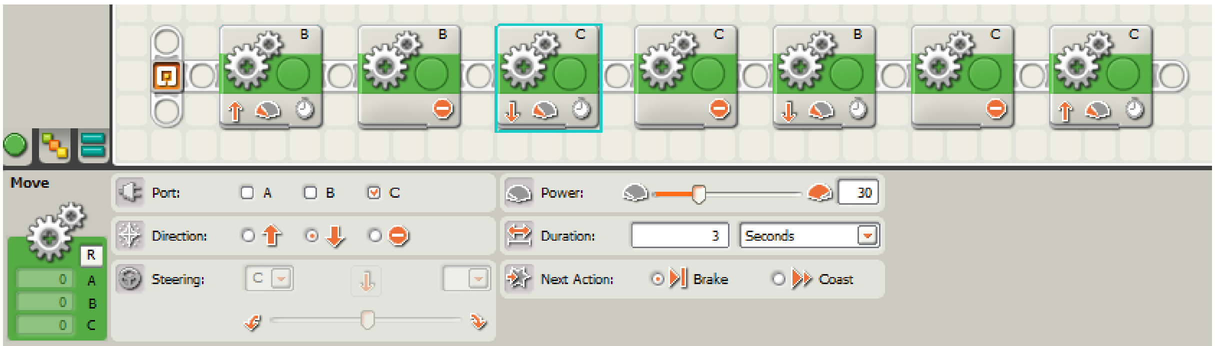


Figura 39 – Sexto programa Priscila/Roberto

Após ter efetuado a modificação e tentado o desenho, Roberto chamou o professor-pesquisador para ver. Embora mais uma vez o robô tivesse desenhado um retângulo, as diferenças entre os lados foram menores e Roberto estava satisfeito com o que foi produzido. Priscila, no entanto, ficou menos satisfeita. Ela reclama com Roberto dizendo que só ele quer fazer tudo, e tirou o robô da mão dele.

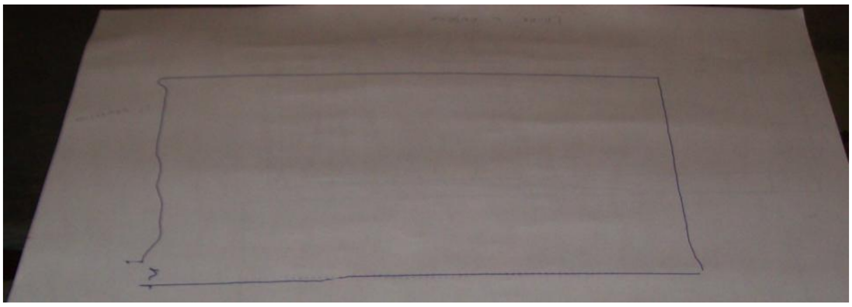


Figura 40 – Outro retângulo de Priscila e Roberto.

Talvez como resultado, o robô de Priscila e Roberto soltou o braço e começou a desenhar tudo torto, conforme apresentado na Figura 40. Eles começaram a transferir seus programas para o robô da Nadia, cujo braço estava mais firme. Os três ficaram eufóricos com o desenho da Figura 41, pensando que o robô havia produzido o quadrado.

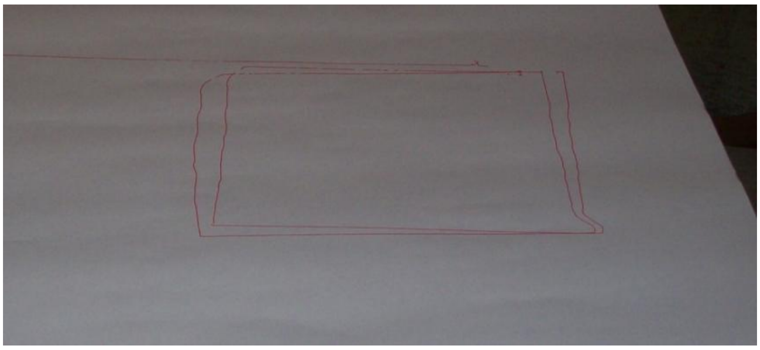


Figura 41 - Segunda tentativa da Nadia

Em seguida, eles deixaram o robô desenhando várias vezes conforme se observa na Figura 42, e Nadia observou: “Uma hora ele desenha um quadrado e outra um retângulo”.

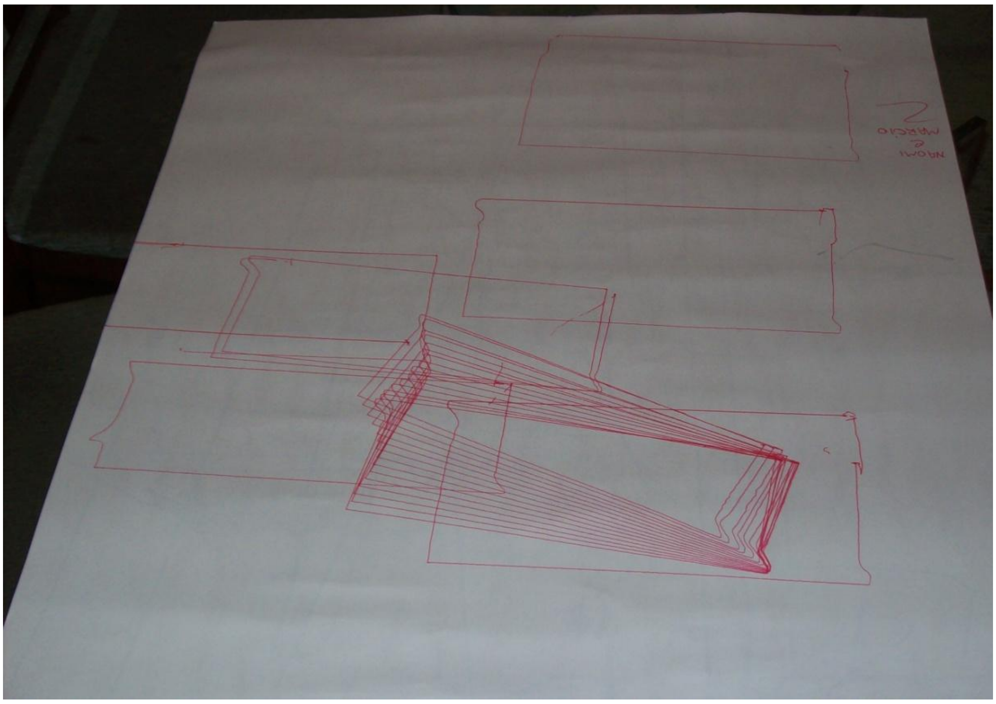


Figura 42 – Terceira tentativa da Nadia

O que se pode destacar nesta sessão é que os alunos participantes, sabendo que todos os lados do quadrado são de mesma medida, usaram em seus programas, inicialmente, os mesmos valores de duração do movimento e de potência, tanto para o motor que fazia o robô andar para frente e para trás como para o motor que fazia o braço com a caneta andar para frente e para trás. Entretanto, por causa da construção do robô, isso não produziu o desenho de um quadrado. O desafio que eles tiveram que suplantar então foi o de ajustar os valores de duração do movimento e de potência para que o robô pudesse desenhar efetivamente um quadrado, o que os levou a fazerem tais ajustes por tentativa e erro. Mesmo assim foi necessário aceitar a imprecisão do robô e também certa inconsistência no seu funcionamento, conforme se pode observar por meio das falas dos próprios participantes, descritas anteriormente.

Apesar da dificuldade de se produzir o desenho de uma forma simples como o quadrado, os participantes não demonstraram desânimo em fazerem suas tentativas, ao contrário, todas as indicações sugerem que eles estavam se divertindo conforme a descrição de Papert no Capítulo 2, sobre o prazer do movimento e a geometria do corpo como ponte para a geometria formal.

4.2.3. Sessão 4

Nesta sessão estiveram novamente presentes os alunos Mauro, Leonardo Roberto, Priscila e Nadia. Foram propostas as atividades 5, 6, 7 e 8 neste encontro.

Como eles terminaram a sessão anterior, e assim como o professor-pesquisador, não completamente satisfeitos com o resultado do programa, se estava realmente produzindo um quadrado, esta sessão iniciou-se voltando para o desafio, usando a programação feita previamente.

4.2.3.1. Diálogo de Mauro, Leonardo e Nadia

Continuando o que haviam começado na sessão anterior, Leonardo e Mauro iniciam conversando sobre como fariam seu programa.

> **Mauro:** “Nós temos que colocar 15 e 15”.

Ele estava se referindo à potência dos motores, para mudar para 15%, pois no programa anterior apresentado na Figura 28 haviam determinado 30%. Então Leonardo diz:

> **Leonardo:** “Tem que colocar tudo igual eu acho”.
>
> **Mauro:** “Não porque eu coloquei e desenhou este lado maior do que este”.

Pode-se observar pela fala de Mauro e Leonardo que este estava pensando em aplicar seu conhecimento teórico sobre quadrados, que devem ter os lados de mesmo tamanho e assim colocar no programa os valores de potência dos dois motores iguais, e os parâmetros de duração de movimento de cada motor também iguais. Já Mauro, por ter observado o que o robô já havia desenhado, estava voltado para solucionar o que ocorreu na prática, que foi o desenho de um retângulo, por isso ele se refere a deixar igual somente a potência dos dois motores com 15%.

Eles vão à sua bancada, fazem a alteração e retornam para testar. Nesse momento Mauro chamou o professor-pesquisador:

> **Mauro:** “Professor, eu consegui.”
>
> **Leonardo:** “Professor, conseguimos um quadrado”.
>
> **Professor-pesquisador:** “Como ficou? Fez um quadrado?”.
>
> **Leonardo:** “Fez”.
>
> **Professor-pesquisador:** “Quanto vocês colocaram de potência?”.
>
> **Mauro:** “No B colocamos 15% por causa que ele anda mais e aqui colocamos 30% e 2 segundos.
>
> **Professor-pesquisador:** “O B qual que é? É o que faz o robô se mover?”.
>
> **Mauro:** “O B é o que faz o robô correr”.
>
> **Professor-pesquisador:** “E o outro?”.
>
> **Mauro e Leonardo:** “O outro é C, o que faz o braço andar, que colocamos 30%”.
>
> **Professor-pesquisador:** “Qual tamanho deste quadrado?”.
>
> **Mauro:** “11,5 por 11,5 por 11,5 por 11,5”.
>
> **Leonardo:** “Não. 11,5 por 10,5”.
>
> **Mauro:** “É, não dá pra fazer melhor!”.

Os alunos Leonardo e Mauro procuraram até aqui programar seu robô para que ele desenhasse o quadrado pedido. A estratégia que utilizaram foi alterar a potência dos motores que faziam o robô andar para frente ou para trás e movimento do braço com a caneta. Mauro observou que colocou menos potência no motor do que fazia o robô se mover, por julgar que este andava mais do que o braço do robô.

Para certificar-se sobre quais ideias matemáticas estavam utilizando, o professor-pesquisador propôs o próximo desafio descrito a seguir:

Professor-pesquisador: “Assim já está bom. Então eu quero que vocês façam com que ele fique maior”.

Mauro: “Então a potência vai passar de 30%”.

Professor-pesquisador: “Está com 11,5 por 11,5. Eu quero ele com 23 por 23”.

Mauro: ”Então Leonardo, dobra os dois”.

Professor-pesquisador: “Mas que operação vocês vão fazer para dobrar?”.

Leonardo: “Multiplica por dois”.

Mauro: “É multiplica por dois, aí 11,5 mais 11,5 vai dar 23”.

Aqui ele parece se utilizar da ideia matemática de dobro ou metade em conformidade com a ideia de *splitting* de Confrey (1988).

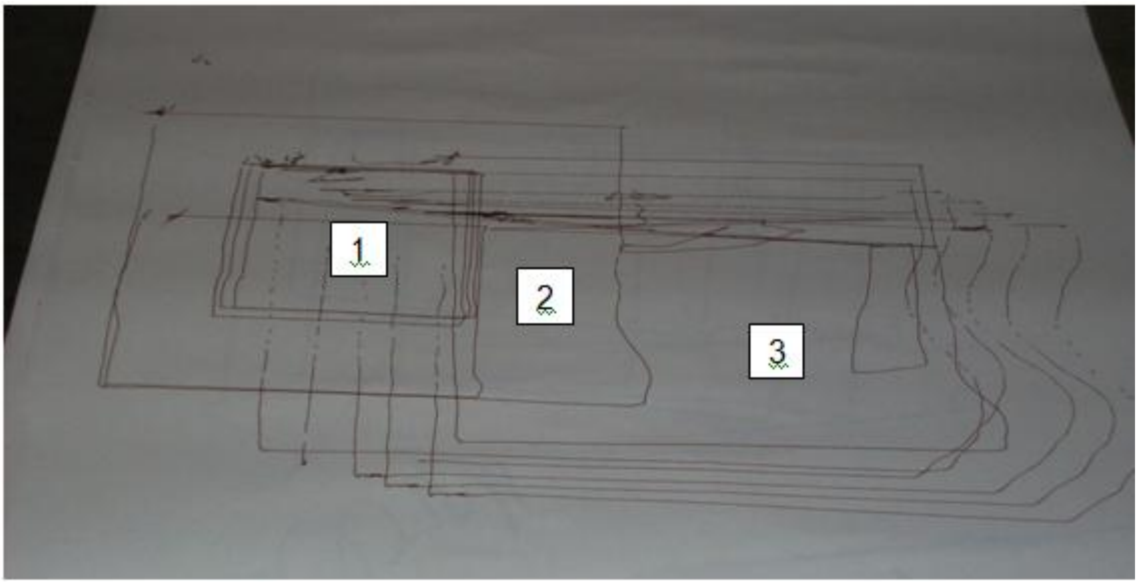


Figura 43 – Novas tentativas de Leonardo e Mauro

Na Figura 43 – 2 e 3, apresentamos a segunda e terceira tentativas, respectivamente, de Leonardo e Mauro, após eles modificarem o programa para desenhar o quadrado de tamanho maior.

Mauro: “Professor, ficou 20 por 20 por 20 por 20”.

Professor-pesquisador: “Ficou? Vamos ver”.

Leonardo: “Vamos fazer uma nova operação”.

Ao fazer, Leonardo observa.

Leonardo: “Só ficou um pouco torto”.

> **Mauro:** “É por causa da velocidade. Professor, você falou bem, não pode passar de 30% de potência, colocamos 60% para fazer o maior”.
>
> **Leonardo:** “Está com 19,5 por 22,5”.
>
> **Professor-pesquisador:** “É, ainda não está um quadrado, para ficar um quadrado os lados teriam que ser iguais, 19 por 19. Não é isso?”.
>
> **Professor-pesquisador:** “A potência está igual agora?”.
>
> **Leonardo:**”Não, nós multiplicamos”.
>
> **Professor-pesquisador:** “As duas potências vocês multiplicaram?”.
>
> **Leonardo:** “Sim”.
>
> **Professor-pesquisador:** “Por quanto?”.
>
> **Leonardo:** ”Por dois”.

Nesse momento Mauro colocou o robô para desenhar novamente e ele fez o desenho da Figura 43 – 3 e muito rapidamente, o que deixou o desenho bastante torto. O professor-pesquisador fez a observação:

> **Professor-pesquisador:** “Vocês perceberam que aumentaram a potência para ele aumentar o lado do quadrado”.
>
> **Mauro:** “Diminuímos os segundos”.
>
> **Roberto:** “Ficou muito rápido a potência”.
>
> **Professor-pesquisador:** “E diminuíram os segundos. Só que está muito rápido, por isto está fazendo este lado do desenho torto. Fez um quadrado?”.
>
> **Mauro:** “Não ele fez um retângulo. A primeira tentativa foi a melhor”.
>
> **Professor-pesquisador:** “Então a primeira foi a melhor, mas qual era a potência?”.
>
> **Mauro:** “Era 15% e 30%”.
>
> **Professor-pesquisador:** “Então a potência que vocês mudaram estragou. O que você teriam que mudar então?”.
>
> **Mauro:** “Os segundos”.

Mauro identificou a variável, mas acabou não refazendo o programa nem o teste com o robô, passando para outra atividade.

A aluna Nadia que até então estava trabalhando de forma isolada, apesar de ter sido colocada no grupo com Leonardo e Mauro, se juntou aos dois para interagir com eles nas últimas atividades. Na Figura 44, apresentamos um momento de interação entre Nadia e Mauro para testarem o robô. Estes momentos de interação correspondem às ideias propostas por Vygotsky (1978) sobre as atividades desenvolvidas em grupo e as situações sociais que fazem parte do desenvolvimento da aprendizagem e da construção do conhecimento.

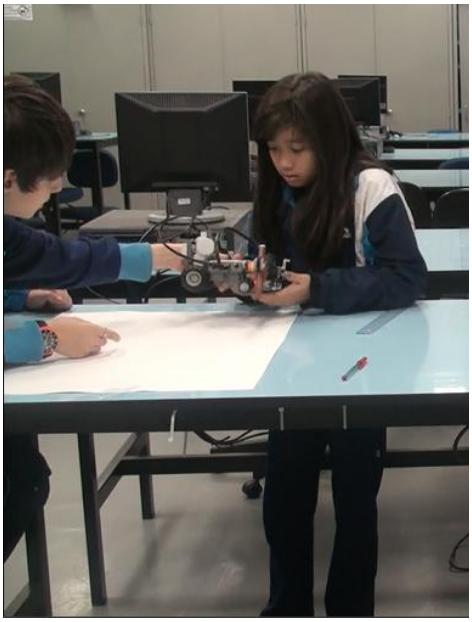


Figura 44 – Mauro e Nadia manipulando o robô

O professor-pesquisador propôs então um novo desafio a todos, no qual o robô deveria apenas desenhar uma linha indo para frente e voltando para o ponto de sua partida, conforme a atividade 6 do Anexo.

Apresentamos na Figura 45, a tentativa de Leonardo, Mauro e Nadia para esta atividade.

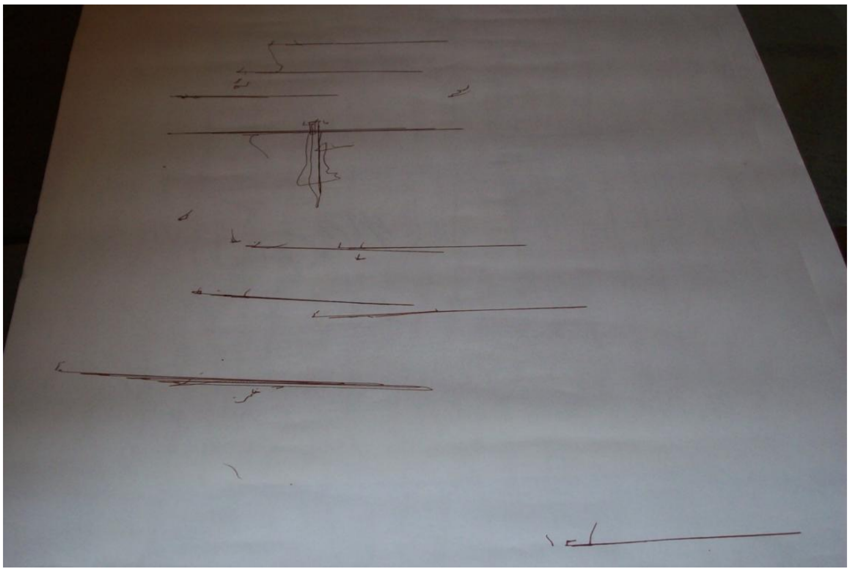


Figura 45 – Desenho da linha de Leonardo, Mauro e Nadia

> **Mauro:** “Por que ele está desenhando assim?”.

Ele estava se referindo ao desenho da linha não estar do mesmo tamanho no momento em que o robô voltava para o ponto de partida. Leonardo observou:

> **Leonardo:** “Mas nós colocamos a mesma potência! Não é problema na montagem?”.
>
> **Professor-pesquisador:** “Mede a distância do ponto de partida até onde ele para. Depois mede a distância do traço quando ele volta para o ponto de partida”.
>
> **Professor-pesquisador:** “Qual foi a medida?”.
>
> **Nadia:** “Primeiro traço, 12 e o segundo 11,3”.
>
> **Professor-pesquisador:** “Então o que vocês fariam para que o robô desenhasse a linha exatamente igual ao voltar para o ponto de partida?”.
>
> **Leonardo:** “Aumentar dois décimos?”.

Mauro e Leonardo mudaram o programa e testaram novamente. Mauro diz a Leonardo:

> **Mauro:** “Leonardo, temos que colocar 34% por 30%”.

E voltaram para alterar o programa. Enquanto isso Nadia compenetrada ficou medindo as linhas desenhadas.

> **Mauro:** “Nossa que loucura! Foi muito mais agora. Leonardo, temos que colocar então 34% por 33%”.
>
> **Leonardo:** “Eu coloquei 34% por 32”.
>
> **Mauro:** “Coloca então 34% por 33%”.

O professor-pesquisador interrompeu o que estavam fazendo e retomou a ideia do desenho do quadrado para questioná-los sobre as operações que utilizaram. Esta transcrição está relatada logo abaixo no final do diálogo de Priscila e Roberto na página 104.

A próxima atividade proposta pelo professor-pesquisador foram as atividades 7 e 8 apresentadas no Anexo, cujo objetivo foi fazer com que o robô desenhasse um “L”. Leonardo, Mauro e Nadia iniciaram seus testes para este novo desafio.

Na Figura 46 apresentamos as primeiras tentativas deles para desenhar um “L”.

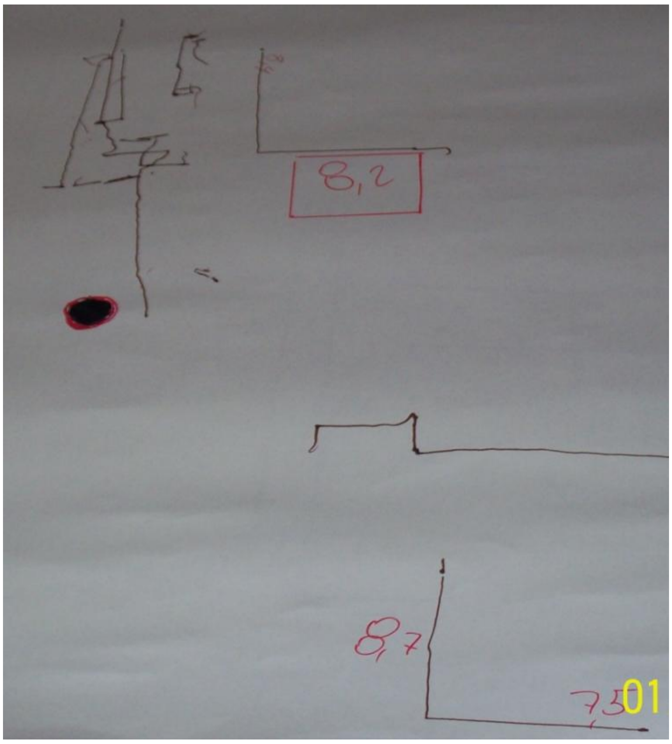


Figura 46 – Primeiras tentativas de Leonardo, Mauro e Nadia

Após estas tentativas o professor-pesquisador pediu ao grupo que programasse seu robô para desenhar o “L” de maneira ampliada, utilizando a operação matemática que eles anteriormente haviam dito que estariam usando para descobrir a proporção entre as figuras desenhadas.

Na Figura 47, logo abaixo, estão as tentativas de Leonardo, Mauro e Nadia de ampliar o desenho do “L” de maneira proporcional. Pode-se observar que eles colocaram no desenho a operação de multiplicação para verificar se a medida do lado menor do “L” se encontrava em proporção à medida do lado maior. Assim eles fizeram 5,3 x 4, e obtiveram o valor de 21,2 cm, o que, comparado à medida feita por eles no traço maior de 20,8 cm, apresentava uma diferença de 0,4 cm. Esta diferença talvez tenha ocorrido em virtude da questão da imprecisão do robô em seus movimentos ao realizar o desenho com a caneta, aspecto observado desde o início das atividades.

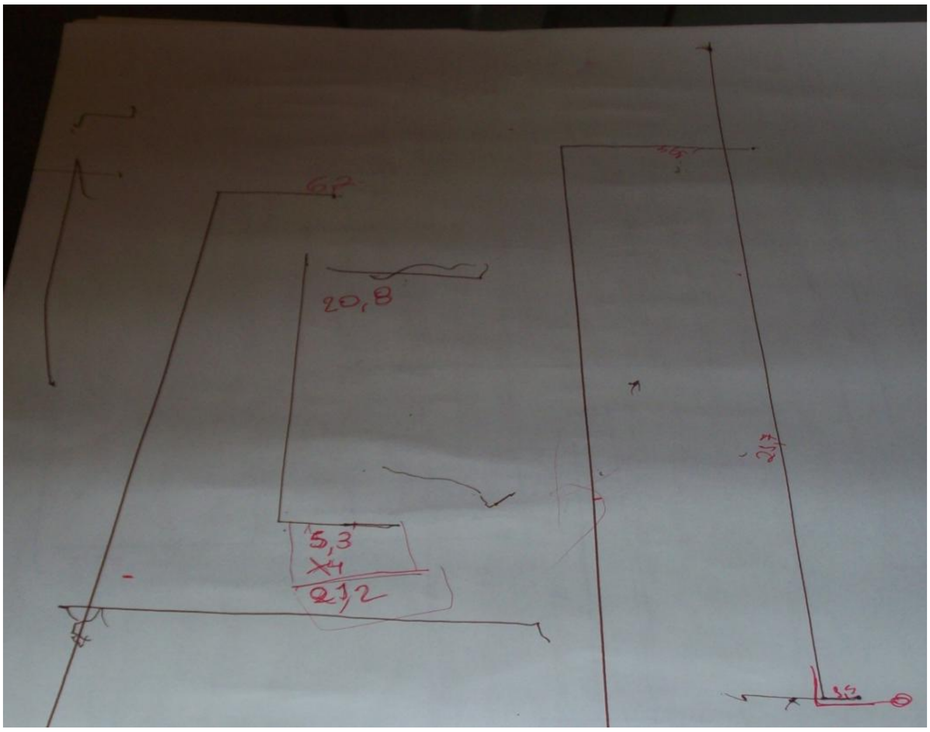


Figura 47 – Novos desenhos do “L” de Leonardo, Mauro e Nadia

O professor-pesquisador perguntou ao grupo.

> **Professor-pesquisador:** “Qual operação vocês vão fazer para ampliar este ‘L’?”.
>
> **Leonardo:** “Estou pensando”.
>
> **Mauro:** “Eu multipliquei por 3 este que é menor e o outro eu multipliquei por 2”.

Na gravação em vídeo desta sessão, não foi possível identificar sobre quais lados ele multiplicou por 3 e por 2. Esta fala foi mantida para reflexão sobre as operações matemáticas que estavam utilizando. O professor-pesquisador segue questionando:

> **Professor-pesquisador:** “Mas vocês haviam me dito que iriam somar”.
>
> **Mauro:** “Há, mas eu fui multiplicando”.
>
> **Leonardo:** “Nós mantemos o 20,8 e fazemos 5,3 mais 5,3, assim vai ficar com 10,6 que é um pouco mais da metade do 20,8”.

> **Professor-pesquisador:** “Se eu vou aumentar aqui de 20,8 cm, vamos supor que fosse 20 cm para 40 cm. Se foi para 40 cm aqui, em 5,3 deverá ficar com quanto?”.
>
> **Leonardo:**”Ficaria 20 cm”.
>
> **Professor-pesquisador:** “Não, mas aqui é 5,3”.
>
> **Mauro:** “Vezes quatro”.
>
> **Professor-pesquisador:** “E ficaria o mesmo desenho, só que maior? Vejam lá, qual operação vocês vão fazer para desenhar proporcionalmente maior”.

Eles reprogramam o robô, testam novamente e chamam o professor-pesquisador.

> **Mauro:** “Eu fiz outra programação somando 3 em cada motor para ficar mais proporcional”.
>
> **Professor-pesquisador:** “Agora vocês querem este mesmo desenho só que proporcional. Na atividade sobre proporção vocês me disseram que proporção era o quê?”.
>
> **Professor-pesquisador:** “Vocês me disseram que proporção era fazer um mesmo desenho só que maior ou menor?”.
>
> **Leonardo:** “Não, proporção é equivalente, que dá pra dividir por um mesmo número”.
>
> **Professor-pesquisador:** “Dividir quando eu quero aumentar ou diminuir?”.
>
> **Leonardo:** “Quando você quer diminuir”.
>
> **Professor-pesquisador:** “E quando eu quero aumentar?”.
>
> **Leonardo:** “Multiplicar”.
>
> **Professor-pesquisador:** “Agora vocês me disseram que dá para fazer com soma. Se eu somar vai ficar proporcional? Isto que eu quero que vocês verifiquem”.

Este grupo continuou programando seu robô, mas por fim eles não responderam a esta última pergunta feita pelo professor-pesquisador, pois continuaram migrando suas conclusões entre o pensamento aditivo e o pensamento multiplicativo.

4.2.3.2. Diálogo de Priscila e Roberto

Na primeira tentativa de Priscila e Roberto, o robô, mais uma vez, desenhou um retângulo (Figura 49 – desenho 1) e os dois retornaram ao computador para refazer a programação. Na segunda tentativa deles o robô desenhou um retângulo menor (Figura 49 – desenho 2). O professor-pesquisador perguntou o que eles estavam mudando para que o robô desenhasse o quadrado. Eles disseram que estavam mudando o tempo em segundos. Eles informaram que haviam colocado 3 segundos no motor B e no motor C e foi desenhado o retângulo maior, então eles mudaram o motor B para 2 segundos e foi desenhado o retângulo menor. Desta vez, eles iriam tentar mudando o motor B para 1 segundo e verificar o que aconteceria.

Na terceira tentativa eles conseguiram um miniquadrado que aparece na (Figura 49 – desenho 3), usando 2 segundos no motor C e 1 segundo no motor B, conforme o programa da Figura 48.

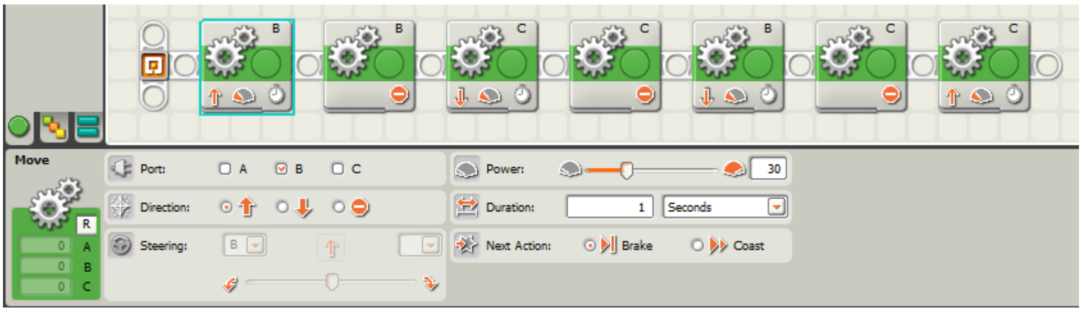


Figura 48 – Sétimo Programa Priscila/Roberto

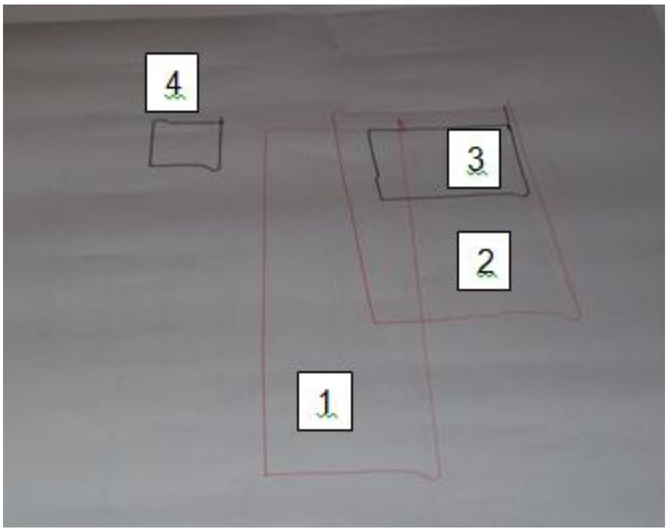


Figura 49 – Tentativas da Priscila/Roberto

Neste momento o professor-pesquisador pediu para que eles medissem o desenho da Figura 49 – desenho 3, e as medidas foram 7,5 cm x 9,0 cm. Embora ficasse claro para todos que ainda não era um quadrado, foi combinado que eles imaginariam que estava desenhado corretamente, e foi pedido para que eles reduzissem este desenho, supondo que suas medidas fossem 7,0 cm x 7,0 cm para produzir um quadrado com 3,5 cm x 3,5 cm.

O professor-pesquisador perguntou: “Roberto e Priscila, qual operação vocês vão usar para fazer isto?”.

> **Roberto:** “Vamos diminuir a potência por que os segundos chegaram no limite”.
>
> **Professor-pesquisador:** “Que operação vocês vão fazer para diminuir?”.
>
> **Roberto:** “Nós vamos deixar a metade pra ver se diminui o quadrado na metade”.

Ao testar novamente, os dois ficaram vibrando ao verem que o robô desenhou um quadrado menor (Figura 49 – desenho 4), mas, ao medirem, Roberto disse: “Ah droga, ficou com 4,5 cm x 4,5 cm”.

> O professor-pesquisador pergunta: “O que vocês fizeram?”.
>
> **Priscila:** “Nós diminuímos os segundos”.
>
> **Roberto:** “Pela metade”.
>
> **Professor-pesquisador:** “Que operação vocês fizeram?”.
>
> **Roberto:** “Dividimos pela metade”.
>
> **Leonardo:** “Quantos segundos estavam?”.
>
> **Priscila:** ”Estava 1 e nós colocamos 0,5 segundo”.

O programa usado está apresentado na Figura 50.

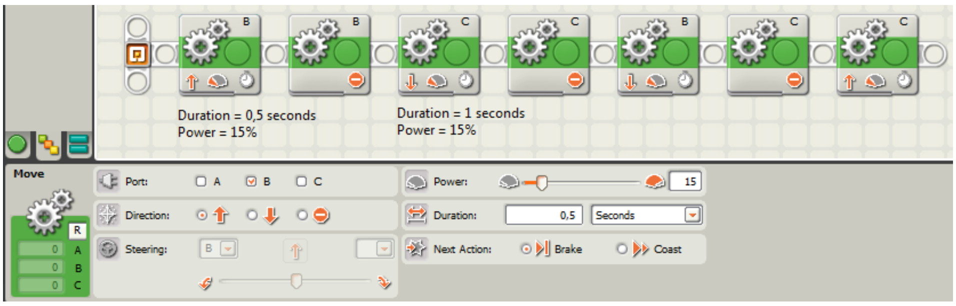


Figura 50 – Programa final Priscila/Roberto

Agora o professor-pesquisador lançou outro desafio no qual o robô deveria somente ir para frente e retornar para o mesmo lugar de onde partiu, desenhando uma linha.

Roberto e Priscila, ao testarem seu robô, disseram que ele desenhou uma linha exatamente do mesmo tamanho, indo para frente e retornando exatamente no ponto de partida. O professor-pesquisador pediu então para que aumentassem a distância da linha desenhada.

O desenho com suas tentativas está apresentado logo abaixo na Figura 51.

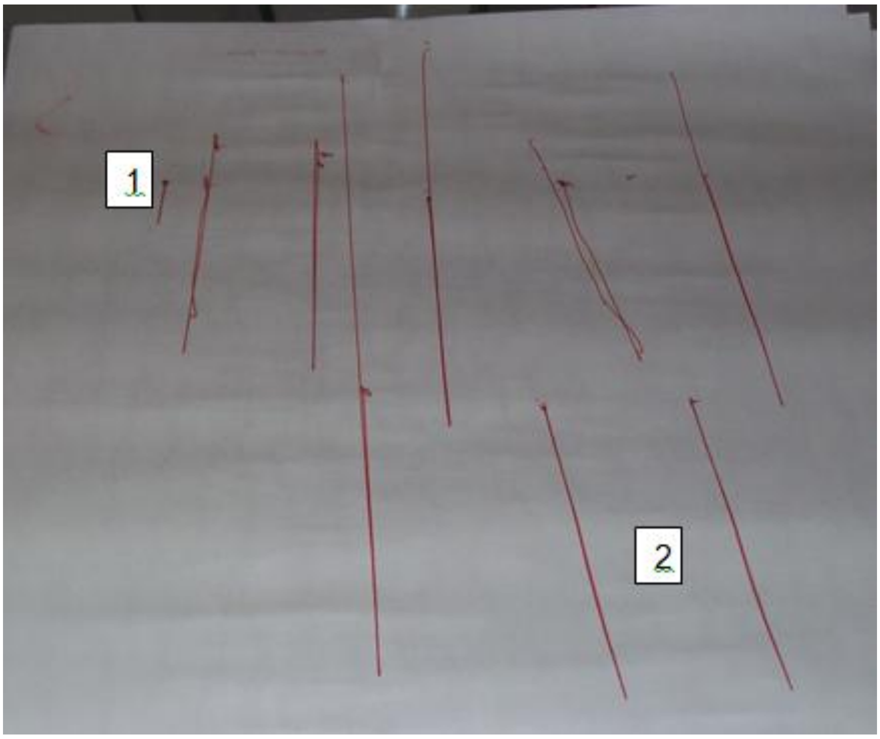


Figura 51 – Priscila/Roberto desenho da linha

A primeira tentativa aparece na Figura 51 – desenho 1, ao aumentarem a distância que o robô deveria usar para desenhar a linha. Eles transferiram o programa de forma errada para o robô e ele desenhou uma linha muito maior ao retornar para o ponto de partida, conforme as linhas no meio da folha da Figura 51. Corrigiram o envio do programa e o robô desenhou as duas linhas que aparecem na Figura 51 – desenho 2.

Roberto disse que, ao retornar, o robô fazia uma linha um pouquinho maior, mas que ele achava que era em decorrência da própria montagem.

O objetivo deste desafio proposto foi que os participantes observassem se realmente havia alguma diferença no traçado feito pelo robô, mesmo usando os mesmos valores para duração do movimento e para a potência. Isto foi confirmado no relato do Roberto anteriormente descrito.

Nesse momento, o professor-pesquisador pediu para que todos parassem um momento e lhe respondessem algumas perguntas em relação à atividade do desenho do quadrado.

> **Professor-pesquisador:** “Na atividade do quadrado foi pedido para o Mauro e o Leonardo fazerem o quadrado maior e para a Priscila e o Roberto fazerem o quadrado menor. O Mauro e o Leonardo disseram que fizeram qual operação?”.
>
> **Leonardo:** “Nós multiplicamos”.
>
> **Professor-**pesquisador: “E a Priscila e o Roberto?”.
>
> **Roberto:** “Nós dividimos”.
>
> **Professor-pesquisador:** “Por que vocês multiplicaram e dividiram?”.
>
> **Leonardo:** “Pra ficar equivalente. Por exemplo, se você pegar 10 cm, ficaria a metade de 10 cm. O desenho equivalente só que menor”.
>
> **Roberto:** “O mesmo negócio lá do peixe”.
>
> **Leonardo:** “É isso, igual ao peixe”.
>
> **Professor-pesquisador:** “E vocês Roberto”.
>
> **Roberto:** “Dividimos por que já estava grande, pra diminuir o tamanho”.
>
> **Professor-pesquisador:** “Mas vocês poderiam utilizar outra operação para isto?”.
>
> **Leonardo e Roberto:** “Podia”.
>
> **Leonardo:** “Menos eles e mais nós”.
>
> **Roberto:** “Subtrair e somar”.
>
> **Professor-pesquisador:** “E daria certo com subtração e soma?”.
>
> **Leonardo:** “Daria. Por exemplo, o número 5 mais 5 daria 10 cm”.
>
> **Professor-pesquisador:** “Então o Leonardo me disse que dá pra fazer o desenho proporcional com soma e subtração”.
>
> **Leonardo:** “É, dá pra você fazer menos um número”.

Neste momento foi proposto ao grupo um novo desafio para que o robô desenhasse um “L”, conforme as atividades 7 e 8 do Anexo.

Priscila e Roberto desenharam o primeiro “L” e, ao medirem, constataram que ele ficou com 14,5 cm x 21 cm. Então o professor-pesquisador pediu para que eles reprogramassem para que o robô fizesse o desenho do “L” proporcional, ou maior ou menor, e perguntou qual operação eles usariam. Eles disseram que usariam a subtração para fazer o desenho menor.

A primeira programação e o primeiro desenho ficaram respectivamente conforme as figuras 50 e 51, logo abaixo.

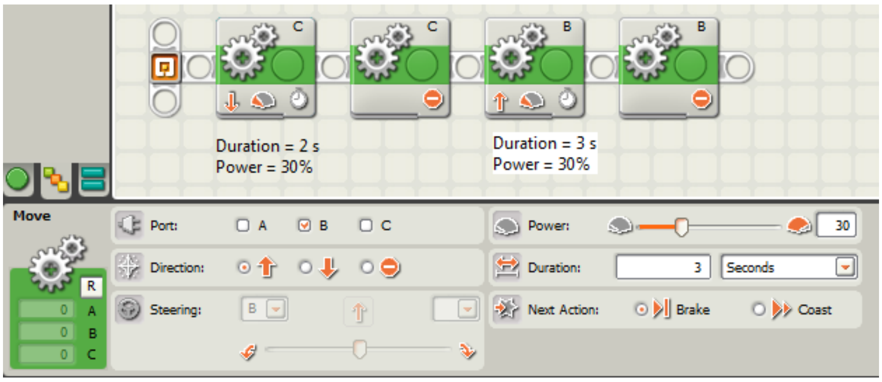


Figura 52 – Priscila/Roberto programação do “L”

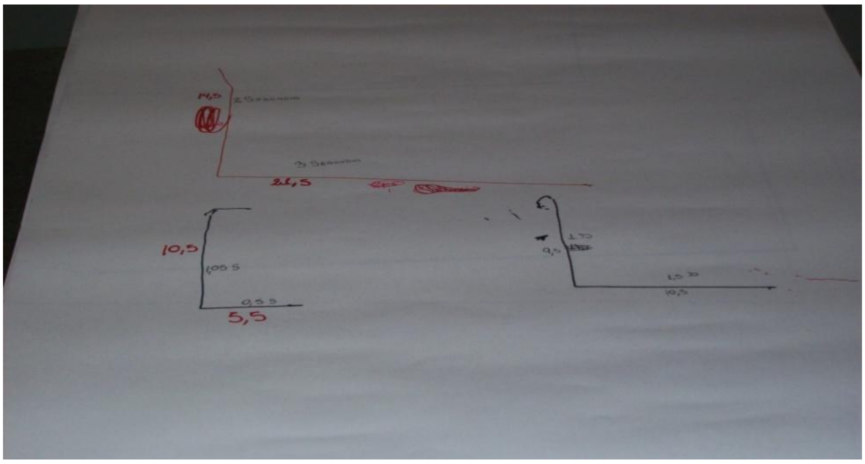


Figura 53 – Priscila/Roberto desenho do “L”

Na segunda tentativa, o robô desenhou um “L” de 10,5 cm x 5,5 cm, então o Roberto explicou: “Professor ficou desenhado ao contrário, mas é assim: 21,5 para 10,5 e 14,5 para 5,5 só que ficou errado este de 5,5”.

Professor-pesquisador: “Qual a operação que você fez?”.

Roberto: “Subtraí”.

> **Professor-pesquisador:** “Subtraiu quanto?”.
>
> **Roberto:** “Subtraí a metade”.
>
> **Professor-pesquisador:** “Mas quais valores você usou?”.
>
> **Roberto:** “É que eu estava usando segundos”.
>
> **Professor-pesquisador:** “Então anota pra mim nos desenhos quantos segundos você usou em cada lado do ‘L’”.

Então ele anotou, conforme aparece na Figura 53 acima, a quantidade em segundos de cada lado, respectivamente, 21,5 cm – 3 segundos, 10,5 cm – 1,05 segundos[26], 14,5 cm – 2 segundos e 5,5 cm – 0,5 segundos, conforme a programação da Figura 54 abaixo.

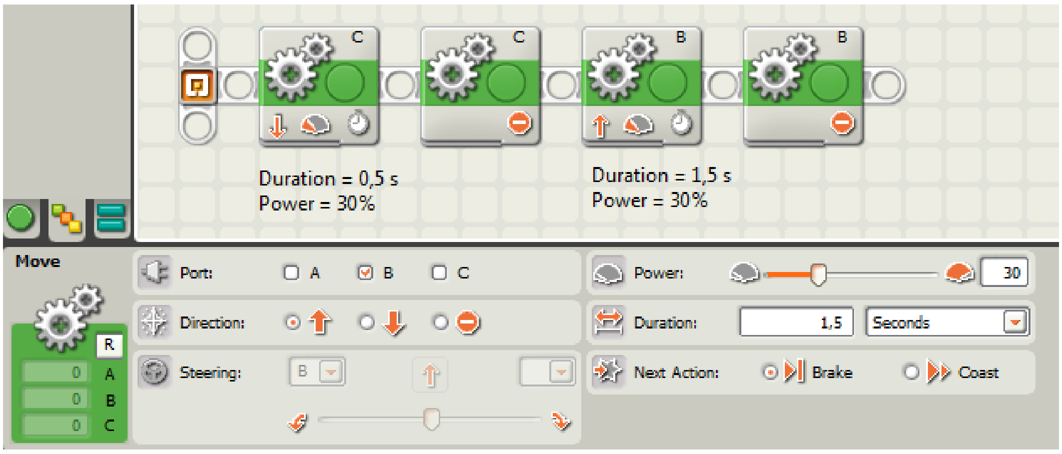


Figura 54 – Priscila/Roberto programação do “L” reduzido

Neste momento o professor-pesquisador argumentou com a dupla para que eles concluíssem quais deveriam ser as medidas dos segmentos do desenho.

> **Professor-pesquisador:** “O que foi que deu errado? A pergunta é a seguinte. Aqui estava 3 segundos e aqui 2 segundos. Vocês diminuíram quanto?”.
>
> **Roberto:** “Um e meio”.
>
> **Professor-pesquisador:** “Então você tirou um e meio, usando a subtração. Você teria que subtrair a mesma quantidade?”.
>
> **Professor-pesquisador:** “Aqui estava 21 e ficou com 10,5, já aqui estava com 14 e ficou com 5,5. Se você tirou a metade de 21 e quer que a medida de 14 cm reduza proporcionalmente. Quanto deveria ter ficado aqui no 5,5?”.
>
> **Roberto:** “Deveria ter ficado com 7 cm”.

---

26 Acreditamos que ele pretendia escrever 1,5 s, pois na página 90 Roberto responde ao professor-pesquisador que havia diminuído um segundo e meio na duração do movimento dos dois motores que aparecem na Figura 54.

> **Professor-pesquisador:** “Então faz a operação novamente pra verificar se o robô faz o desenho proporcional”.

Na tentativa de desenhar novamente o “L” em tamanho maior, o professor-pesquisador observou que o desenho de Priscila e Roberto estava com as medidas de 18 cm x 42 cm.

> **Roberto:** “Não era pra ser 18 cm, está errado por que no outro estava 14 cm e deveria estar agora com 28 cm”.
>
> **Professor-pesquisador:** “Então ele não fez proporcional?”.
>
> **Roberto:** “É, mas eu pus 4 segundos que estavam 2 segundos”.
>
> **Professor-pesquisador:** “Mas você colocou como?”.
>
> **Roberto:** “Eu somei dois e ficaram 4 segundos e onde estava 3 segundos eu coloquei 6 segundos”.

A fala de Roberto ficou controversa, pois ele disse que havia somado dois em cada motor, mas onde estava com 3 segundos, em vez de ficar com 5 segundos, ficou com 6 segundos.

Esta sessão foi encerrada com os alunos concluindo a programação para que o robô desenhasse a letra “L” com o lado da base menor que o lado lateral da letra. Eles também programaram seus robôs, conforme o professor-pesquisador solicitou que ampliassem ou reduzissem o desenho do “L” originalmente feito por eles.

Analisando as falas dos participantes desta sessão, em particular o diálogo entre Priscila, Roberto e as intervenções do professor-pesquisador, inicialmente pode-se imaginar que estão usando como estratégia a ideia matemática aditiva para solucionar a questão de proporção, isto quando Roberto responde ao professor-pesquisador que usou subtração. No entanto, ao ser interpelado sobre quanto ele subtraiu, sua resposta foi que ele subtraiu a metade, demonstrando assim que sua estratégia pode estar localizada no mundo de *splitting*, e não no mundo de contagem no sentido utilizado pela pesquisadora Confrey (veja Capítulo 2).

No decorrer da sessão, observou-se que a necessidade de ajustes, na potência e duração do movimento dos motores, para concluir os desafios propostos, levou os alunos à abstração situada descrita no Capítulo 2, conforme a definição de Hoyles (1993). O *software* utilizado para a programação do robô provocou nos alunos o questionamento quanto aos resultados obtidos, enquanto o robô executava os desenhos no papel. Neste sentido, o classificamos conforme Hoyles, que define este tipo de material como ECOs.

Assim, a manipulação do micromundo fez emergirem os dois processos complementares: a concretização das ideias matemáticas, pela construção e manipulação do ECO em questão, e a formalização da ação pela articulação das abstrações situadas assim descrito por Hoyles (1993, p. 9).

4.3. Análises sobre as sessões desenvolvidas

Durante o desenvolvimento das sessões de pesquisa, pudemos, por meio das filmagens realizadas, observar as interações dos alunos, seus diálogos, brincadeiras e construção de conhecimento mediante seu envolvimento, como um habitante do micromundo, com os objetos deste.

Nossas expectativas em relação ao desenho do quadrado que pretendíamos que o robô fosse capaz de fazer por muitas vezes nos tiraram a atenção sobre o que os alunos realmente estavam construindo e desta forma aprendendo.

Os alunos, ao serem interrogados sobre suas ações quanto à operação matemática que utilizaram para programar seus robôs, a fim de que fizesse os desenhos em tamanhos ampliados ou reduzidos, demonstraram utilizar estratégias aditivas em alguns momentos. Ao se darem conta de que tais estratégias não eram suficientes para que pudessem chegar à conclusão correta da atividade proposta, Roberto e Priscila, por exemplo, demonstraram que se apropriaram de estratégias multiplicativas e de *splitting.*

Pudemos observar que o ambiente robótico utilizado no micromundo desenvolvido proporcionou diversos momentos de utilização das noções de razão e proporção pelos habitantes deste micromundo, mesmo que o robô não tivesse desenhado corretamente as figuras originalmente pensadas e propostas para que os alunos programassem o robô para que ele as desenhasse.

No próximo capítulo estaremos descrevendo as principais considerações e resultados obtidos a partir das observações feitas às atividades realizadas nas sessões de pesquisa até o momento apresentadas.

CAPÍTULO 5

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo apresentamos uma síntese de todos os aspectos que envolveram este trabalho de pesquisa, como ele se desenvolveu, quais as expectativas iniciais, quais os pontos de investigação, mudanças que ocorreram durante o trabalho e quais os resultados obtidos e conclusões alcançadas.

5.1. Descrição da pesquisa

O objetivo desta pesquisa foi investigar quais aspetos relacionados à razão e proporção emergem durante o uso de um ambiente robótico, como um micromundo de aprendizagem de matemática.

O tópico *Razão e Proporção* tem sido alvo de investigação de vários pesquisadores como: Confrey (1988,1994), Lamon (1995), Jitendra e Star (2009), Lesh, Post e Behr (1988), Steinthorsdottir (2005, 2006), entre outros. Na literatura de cada um destes pesquisadores constatou-se a preocupação em relação à aprendizagem deste conteúdo e as formas de abordagem e ensino que poderiam ser utilizadas para promover nos alunos o desejo por investigar, criar e construir seu conhecimento de maneira que, muito mais que apenas guardar uma expressão que represente a proporcionalidade entre valores de uma determinada escala de medida, os alunos fossem capazes de abstrair e formalizar o conhecimento por eles construído.

5.1.1. Desenvolvimento do micromundo

O micromundo desenvolvido, segundo as perspectivas de Hoyles e Noss (1992, 1993 e 1996), Healy e Kynigos (2009), foi um ambiente robótico, utilizando o material Lego Mindstorms Education e seu *software* particular de programação. Este material foi escolhido pelo fato de já ser utilizado na grade curricular dos alunos do 6.º ao 9.º anos do Ensino Fundamental II, na escola onde se desenvolveu todo o trabalho, conforme já descrito no Capítulo 3.

Buscamos desenvolver o micromundo matemático segundo uma perspectiva construcionista, sustentada nas ideias e pesquisas de Papert (1980, 1990 e 1993) e de Resnick e Kafai (1990). Para relacionarmos as interações dos alunos com o micromundo, procuramos apoio nos ECOs (Evocative Computational Objects), termo cunhado e descrito por Hoyles (1993), uma vez que nosso micromundo foi desenvolvido em um ambiente robótico no qual os alunos, agora como habitantes dele, estariam manipulando, além do software, o robô.

5.1.2. Escolha da metodologia

Escolhemos como metodologia para o desenvolvimento do trabalho desta pesquisa Experimentos de Ensino. Conforme as perspectivas de Cobb et al. (2003) e Steffe e Thompson (2000), esta escolha ocorreu pelo fato de um experimento de ensino permitir que o projeto inicial possa ser melhorado por meio de testes e revisões das conjecturas formuladas inicialmente, após terem sido feitas a análise e realimentação dos dados que foram produzidos pelos alunos, permitindo o aprofundamento dos pesquisadores na compreensão do fenômeno estudado durante o desenvolvimento dos experimentos.

5.1.3. Fases da pesquisa

Dividimos esta pesquisa em duas fases: Fase 1, na qual nos concentramos na descrição das atividades e *design* do micromundo, e a Fase 2, na qual nos dedicamos à experimentação e ao ambiente da escola.

Na Fase 1, desenvolvemos o *design* do micromundo, e assim fizemos diversos testes com um modelo inicial de robô que pretendíamos utilizar nas atividades de pesquisa. Durante estes testes verificamos que o robô desenvolvido não atenderia as nossas expectativas em relação à execução da atividade que havíamos planejado para o experimento. Aplicamos as atividades de pesquisa com o grupo de pesquisadores envolvidos nos projetos de pesquisa de educação matemática, que nos deram importantes contribuições para nossa pesquisa. Por isso desenvolvemos outro modelo de robô e também testamos seu desempenho na execução das atividades planejadas, e verificamos que este segundo modelo respondia melhor aos resultados por nós esperados quanto à execução das atividades e, assim, decidimos partir para a Fase 2 de nosso trabalho.

Na Fase 2, descrevemos o ambiente da escola e o motivo de sua escolha, bem como o perfil dos alunos participantes das atividades de pesquisa, o motivo da escolha de cada um e suas características particulares. Iniciamos esta fase com as atividades que seriam feitas em papel e lápis, as quais foram aplicadas por Hoyles e Noss (1993) realizadas em um micromundo desenvolvido no ambiente Logo, cujo objetivo era estudar a construção do conhecimento dos alunos no tópico particular de matemática de razão e proporção. Nossa intenção inicial em utilizar as mesmas atividades era verificar quais seriam as interações dos alunos. Agora em um ambiente robótico, pretendíamos obter um comparativo entre estes dois ambientes em relação à aprendizagem dos alunos a respeito do mesmo objeto matemático, razão e proporção.

Esta fase foi dividida em quatro sessões: Sessão 1, em que foram desenvolvidas as atividades em papel e lápis; Sessão 2, na qual foram montados os robôs que seriam utilizados para o desenvolvimento das outras atividades; Sessão 3, na qual se desenvolveu a atividade 3 descrita no Anexo; Sessão 4, em que se desenvolveu a atividade 4, também descrita no Anexo, e foram feitas algumas conclusões com os alunos sobre suas ideias matemáticas.

5.1.4. Desenvolvimento da análise

Os dados analisados foram os que coletamos por meio do material produzido em papel e lápis na Sessão 1. Também fizemos registros com filmadora e gravação de áudio realizados em todas as sessões, e, além disso, arquivamos as produções dos alunos, feitas no computador, que foram os programas por eles produzidos durante o desenvolvimento das atividades com o robô.

5.2. Principais resultados

Na atividade 1, nossa análise ocorreu sob a perspectiva de quais estratégias os alunos estariam utilizando para responderem à questão de pesquisa e como justificariam sua resposta. Pudemos observar que alguns alunos fizeram uso da estratégia aditiva como descrito por Lesh, Post e Behr (1988) e Steinthorsdottir (2006), que afirmam ser esta estratégia naturalmente adotada pelos alunos para a solução de problemas envolvendo proporção.

Na atividade 2, nossa análise se deu sob um olhar da perspectiva do uso de *splitting* descrita por Confrey (1988), no qual ela nos afirma que "[...] Semelhança constitui a base para nossa percepção mais profunda de como manter a identidade geométrica dos objetos que se movem em ampliação ou redução". Nesse caso, os alunos não podiam utilizar-se de régua e deveriam responder se as figuras eram proporcionais. Nesse momento alguns dos alunos podem ter usado a estratégia de semelhança, podem estar usando implicitamente *splitting,* para responder à pergunta.

Analisando as decisões tomadas pelo professor-pesquisador no tocante ao desenvolvimento das atividades 1 e 2 e a orientação dada por ele quanto a não usar régua durante a resolução destas atividade, observamos que isto pode ter influenciado nas respostas que os alunos participantes deram, as quais não foram claras, demonstrando que eles estavam confusos em relação as ideias matemáticas sobre razão e proporção, que, como fora descrito no item Perfil dos alunos do Capítulo 3, não possuíam formalmente o conhecimento matemático a esse respeito. Entretanto, o objetivo era justamente averiguar se eles possuíam, mesmo que intuitivamente, algum conhecimento sobre esta noção matemática e quais seriam suas estratégias, dentro das perspectivas teóricas utilizadas, para sustentar a metodologia e o *design* do micromundo deste trabalho de pesquisa.

Nas atividades 3, 4, 5, 6 e 7, desenvolvidas no micromundo anteriormente apresentado, mantivemos nosso olhar sob as duas perspectivas já descritas. Percebemos que os alunos, ao serem questionados pelo professor-pesquisador sobre quais operações matemáticas utilizaram para ampliar ou para reduzir o desenho construído por seus robôs, iniciaram utilizando-se da estratégia aditiva e em alguns momentos agiram como Lesh, Post, e Behr (1988) relataram em suas pesquisas, pois o raciocínio usado por eles variou em conformidade com a tarefa. Pudemos observar também que, ao verificarem que a estratégia aditiva não era suficiente para que obtivessem sucesso em suas respostas às questões de pesquisa, os alunos se apropriaram da estratégia multiplicativa e da estratégia de *splitting*.

Durante todo o desenvolvimento de cada sessão o aspecto lúdico, que Vygotsky (1978) argumenta com a ênfase de que “[...] as maiores conquistas de uma criança são possíveis na brincadeira...”, se fez presente em todas as sessões de atividades, pois os alunos participantes se mostraram sempre bem dispostos, alegres, brincalhões e se divertiam com os movimentos do robô, por eles programados, mesmo quando estes não realizavam o que havia sido proposto nas tarefas.

Portanto, os alunos sentiam-se desafiados a descobrir o motivo da falha e logo buscavam corrigir seus programas. As intervenções do professor-pesquisador tinham como objetivo desafiá-los ainda mais a refletirem sobres suas ações, fazerem suas descobertas e construírem o conhecimento que fosse sólido. Para este tipo de desenvolvimento que permeou as sessões de pesquisa, nos pautamos nas ideias construcionistas de Papert (1980, 1990 e 1993), que as defende afirmando:

"Entendemos 'construcionismo', como, incluindo, mas indo além, do que Piaget chamaria de construtivismo". Sob esta perspectiva agrupamos os alunos para desenvolverem os trabalhos, vimo-los compartilharem seus resultados, artefatos, ideias, e tiveram a oportunidade de construir seu conhecimento dentro de um contexto social, conforme nos afirma Resnick (1996).

Ao assistirmos ao material gravado em vídeo, pudemos perceber que nas interações dos alunos como habitantes do micromundo eles puderam interagir manipulando e testando o objeto de estudo, em particular, razão e proporção, de uma maneira não formalizada, mas dentro do domínio que possuíam do ambiente.

5.3. Questão de pesquisa

Quais aspetos relacionados à Razão e Proporção emergem durante o uso de um ambiente robótico, como um micromundo de aprendizagem de matemática?

Queremos destacar que a nossa ideia inicial, de que os alunos programassem o robô para realizar os desenhos propostos nas atividades, e a partir disso iniciassem conjecturas sobre operações matemáticas, não ocorreu desta forma, entretanto os aspectos matemáticos sobre o objeto de estudo surgiram por meio de suas observações aos desenhos realizados por seus robôs. A percepção que tiveram de que o resultado obtido não estava de conformidade à atividade proposta os levou a refletir e buscar soluções aplicando ideias de proporcionalidade.

Sob nosso ponto de vista, a "abstração situada", assim definida por Hoyles e Noss, emergiu a partir desses momentos em que os alunos se depararam com os desafios de fazer seus robôs desenharem as figuras propostas corretamente, e isto os provocou a "a pensar sobre os limites entre a vida, matéria e mente" (HOYLES, 1993, p. 8).

Mesmo que o robô não tivesse realizado os desenhos de maneira precisa, os alunos, para compensarem tal imprecisão, procuraram resolvê-la mediante a manipulação do objeto matemático de razão e proporção, ao aumentarem ou diminuírem o parâmetro de duração do movimento do robô, ou a potência dos motores, aplicando a ideia de metade e dobro para programarem seus robôs no intuito de que desenhassem as figuras de forma ampliada ou reduzida, conforme solicitação do professor-pesquisador a cada grupo.

O material de robótica empregado nesta pesquisa, não nos permitiu trabalhar com o objeto de variáveis do software de programação como pretendíamos, conforme descrito no Capítulo 3, assim como fora trabalhado por Hoyles e Noss em seu experimento com um micromundo desenvolvido utilizando a linguagem Logo. Entretanto os alunos trabalharam implicitamente com a ideia de variáveis, nos momentos em que necessitaram ajustar os parâmetros de potência e duração do movimento do robô. Portanto, da mesma maneira que fora observado pelo grupo de pesquisadores nas atividades desenvolvidas com eles durante o *design* do micromundo no Capítulo 3, percebemos que os alunos realizaram as atividades procurando resolver as imprecisões ocorridas durante os desenhos que o robô executava. Talvez isto tenha nos tirado a atenção em relação às ideias matemáticas sobre o objeto matemático central desta pesquisa.

Por outro lado, analisando este material do ponto de vista de Hoyles (1993, p. 10), conforme já mencionado no item Robótica do Capítulo 2, sendo designado como ECOs, os alunos tiveram a oportunidade de expressar suas ideias por meio da manipulação do material, bem como do *software* de programação, da interação com os colegas de grupo e com o professor. Neste sentido, esse material se mostrou eficaz como um micromundo de aprendizagem matemática, no qual as crianças têm a oportunidade de construir seu conhecimento iniciando suas descobertas de uma maneira não formalizada até chegar à abstração e formalização dos conceitos que envolvem o objeto matemático em estudo. Dessa forma, este material se encontra dentro do aspecto da definição de micromundos dada por Papert (1980), como ambiente acessível, evocativo, que envolve a cultura matemática, fazendo com que os alunos venham imergir e se tornarem mais fluentes em matemática. Outra característica que se pode destacar deste material é que o modelo e os programas iniciais, criados pelos alunos, podem crescer com a exploração destes alunos, e novos objetos e relações podem ser acrescentados em conformidade com a descrição de micromundos de Healy e Kynigos (2009).

5.4. Sugestões para futuras pesquisas

Um aspecto marcante durante o desenvolvimento deste trabalho de pesquisa foi a nossa expectativa inicial em relação à utilização do material de robótica como micromundo de aprendizagem matemática, comparando-o com um micromundo criado a partir do uso da linguagem Logo. Como fora mencionado anteriormente, pretendíamos que as atividades aplicadas por Hoyles e Noss (1992), em um micromundo criado em Logo, pudessem ser replicadas em nosso micromundo, criado em um ambiente robótico. Ficamos por um tempo considerável nos debatendo sobre as questões do motivo da imprecisão do robô na execução dos desenhos propostos nas atividades.

Conjecturamos sobre falhas mecânicas no equipamento ou mesmo falhas de *software*, pois não nos demos conta de que estávamos migrando da precisão do mundo virtual, na tela do computador, para o mundo material, real, no qual o robô estaria inserido e, assim, interagindo com atrito ou a falta dele, esbarrões e atolamentos por conta da folha de papel, ou do espaço da mesa de testes, influência da diferença de luminosidade sobre o sensor de luz quando este foi usado e por isto logo descartado, influência do atrito sobre o movimento do robô quando foram utilizadas variáveis para definir seu novo movimento, e por conta disso foram logo descartadas.

Deixamos como sugestão que outros pesquisadores considerem estas influências do mundo real sobre a execução de movimentos do robô, que causarão sempre algum tipo de imprecisão no resultado final de sua execução, Se isto não for admissível no objeto de estudo, procure utilizar outros aspectos deste material como micromundo de aprendizagem.

Sugerimos também um encontro final com os participantes da pesquisa, este sem o uso do micromundo em questão, para que sejam feitas as reflexões, análises e conclusões, por parte do grupo, sobre suas ações, dúvidas levantadas, o que entenderam sobre o objeto matemático estudado, o que construíram de conhecimento e o que guardam para si da experiência advinda de sua participação nas atividades de pesquisa. Enquanto eles estão com o material de robótica sobre a mesa e podem interagir com o micromundo, é muito difícil conversar com o grupo e extrair este *feedback* de todos os participantes, visto que se acham completamente envolvidos pelo entusiasmo de programarem e verem seus robôs se movimentarem, criando, em particular nesta pesquisa, desenhos com canetas coloridas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ACCIOLI, R. M. **Robótica e as Transformações Geométricas:** Um estudo Exploratório com Alunos do Ensino Fundamental. PUC-SP. São Paulo. 2005.

BRASIL, M. D. E. **PDE:** Plano de Desenvolvimento da Educação: **SAEB:** ensino médio : matrizes de referência, tópicos e descritores: **MEC, SEB; Inep**. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep)/Diretoria. [S.l.]. Brasilia. 2008.

CLEMENTS, D. H.; SAMARA, J. **Learning and Teaching Early Math, The Learning Trajectories Approach**. New York: Taylor and Francis e-Library, 2009.

COBB, P. et al. **Desing Experiments in Educational Research in:** Educational Researcher. [S.l.]: [s.n.], 2003.

CONFREY, J. **Multiplication and Spliting:** Their Role in Understanding Exponential Functions. Proceedings, Tenth Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psycology of Mathematics Education, DeKalb, 3-5 November 1988. 250-259.

CONFREY, J.; GUERSHON, H. **The Development of Multiplicative Reasoning in the Learning of Mathematics**. New York: State University of New York Press, Albany, 1994.

DISESSA, A. A. **Changing minds:** computers,learning, and literacy. Massachusetts: Cambridge: MIT Press, 2000.

FAUGHN, A. P. Effects Of The Calculator On Students Solutions To A Proportional Reasoning Assessment: Implications On Diagnosing Students Thinking. **Proceedings of the 31st annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**, Atlanta, GA, 2009. 254-260.

GALLESE; LAKOFF. **The Brain's concepts:** the role of the Sensory-motor system in conceptual knowledge. [S.l.]: [s.n.], v. 22, 2005.

HEALY, L. (.). **Iterative Design and Comparison of Learning Systems for Reflection in Two Dimensions.** Institute of Education, University of London. London, p. 43 a53. 2002.

HEALY, L.; FRANT, J. B.; JAHN, A. P. Digital technologies and the challenge of constructing an inclusive school mathematics. **ZDM Mathematics Education**, 2010.

HEALY, L.; KYNIGOS, C. **Charting the microworld territory over time:** design and construction in mathematics education. ZDM Mathematics Education. Karlsruhe: Springer. 2009. p. 63-76.

HOYLES, C. **Microworld/Schoolworlds:** The Transformation of an Innovation. London: [s.n.], 1993.

HOYLES, C.; NOSS, R. **A pedagogy for Mathematical Microworlds**. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1992.

HOYLES, C.; NOSS, R. The Design of the Microworld. **Educational Studies in Mathematics 23:**, Netherlands, III, 1992. 31-57.

HOYLES, C.; NOSS, R. **Windows on mathematical meanings:** learning cultures and computers. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1996.

JITENDRA, A. K.; STAR, J. R. Improving Seventh Grade Students' Learning Of Ratio And Proportion Using Schema-Based Instruction And Self-Monitoring. **PMENA**, Atlanta, 2009. 757-765.

LAJOIE, S. P. **Computers as cognitive tools, volume two**. [S.l.]: BOOK REVIEWS, 2002.

LAMON, S. J.; SOWDER, J. T.; SCHAPPELLE, B. P. **Providing a Foundation for Teaching Mathematics in the Middle Grades**. New York, Albany: Satate University of New York, 1995.

LESH, R.; DOERR, H. M. **Beyond constructivism:** models and modeling perspectives on mathematics Problem solving, Learning, and Teaching. Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates, Inc, 2002.

LESH, R.; POST, T.; BEHR, M. (. Proportinal reasoning. **Number Concepts and Operations in the Middle Grades**, Reston, 1988. 93-118.

MACÊDO, L. N. D. et al. Desenvolvendo o Pensamento Proporcional com o Uso de um Objeto de Aprendizagem. **Objetos de Aprendizagem**, Brasilia, 2007.

MIRANDA, G. M. H. **Um Sistema Baseado em Conhecimento com Interface em Lingua Natural para o Ensino de Transformações Geométricas**. PUC-SP. São Paulo. 2009.

NEMIROVSKY, R.; FERRARA, F. Mathematical imagination and embodied cognition. **Springer Science + Business Media B.V. 2008**, p. 159-174, set. 2008.

OLIVEIRA, L. **A Construção do Espaço, Segundo Jean Piaget**, Rio Claro, 08 set. 2005. 105 - 117.

PAPERT, S. **Mindstorms:** children, computer, and powerful ideas. New York: Basic Books, 1993.

PRADO, I. G. A.; FARHA, V. Z. D. A. R.; LARANJEIRA, M. I. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E DO DESPORTO - SECRETARIA DE EDUCAÇÃO FUNDAMENTAL. Brasília. 1997.

RADFORD, L. . B. C. . S. C. . D. P. &. S. A. On embodiment, artifacts,and signs: a semiotic-cultural perspective on mathematical thinking In Helen L. Chick, Jill L.Vincent (Eds.). **Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**, University of Melbourne, Australia, Vol 4, 2005. 113-120.

RESNICK, M.; KAFAI, Y. **Constructionism In Pratice:** Designing, Thinking, and Learning in a Digital World. Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates Inc, 1996.

ROBUTTI, O. Space-Time Representations In Young Children: Thinking Through Gestures In Motion Experiments. In: C. ANDERSEN, N. S. M. P. P. E. E. T. (.). **Representational Systems and Practices as Learning Tools in Different Fields of Knowledge**. [S.l.]: Sense Publishers, 2006.

ROSA, M. **A Construção de Identidades onlliine por meio do Rolle Pllayiing Game:** relações com o ensino e aprendizagem de matemática em um curso à distância. Rio Claro - SP. 2008.

STEFFE, L. P.; THOMPSON, P. W. **Teaching Experiment Methodology:** Underlying Principles and Essentials Elements. Hillsdale, NJ: Erbaum, 2000.

STEINTHORSDOTTIR, O. B. Girls Journey Towards Proportional Reasoning. **Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**, Melbourn, 4, 2005. 225-232.

STEINTHORSDOTTIR, O. B. Proportional Reasoning: Variable Influencing The Problems Difficulty Level And One's Use Of Problem Solving Strategies. **Proceedings 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**, Prague, 5, 2006. 169-176.

TRACEY, D. H.; MORROW, L. M. **Lenses on reading:** an introduction to theories and models. New York: The Guilford Press, 2006. 109 a120 p.

VALENTE, J. A. Cultura digital e Escola. **TV escola**, Agosto'16 2010.
Disponivel em:
<http://tvbrasil.org.br/saltoparaofuturo/entrevista.asp?cod_Entrevista=84>.
Acesso em: 22 Fevereiro 2010.

VALENTE, J. A.; ALMEIDA, F. J. D. **Visão Analítica da Informática na Educação no Brasil**. NIED-UNICAMP/PUC-SP. São Paulo, p. 28. 1997.

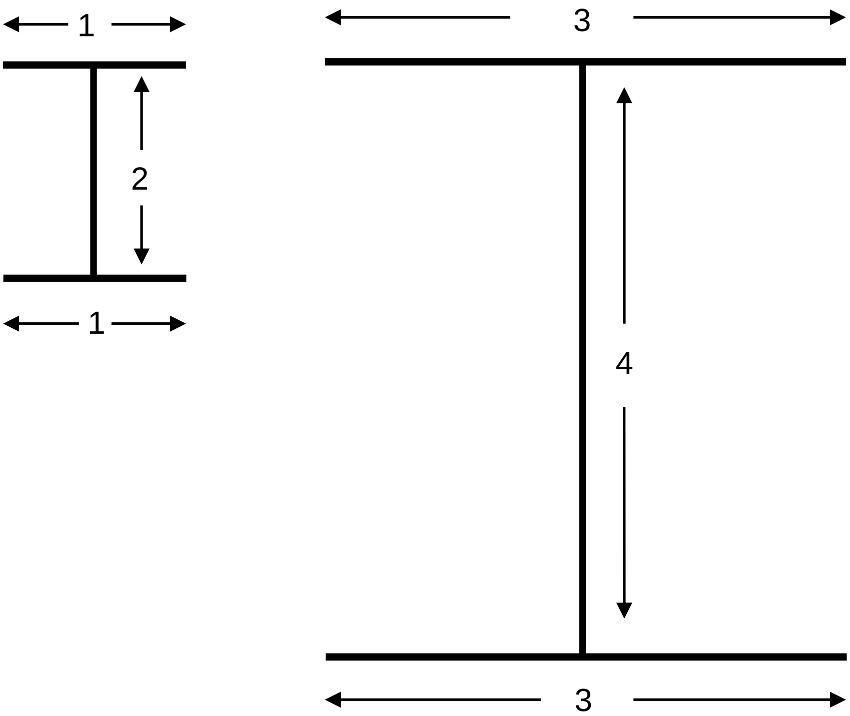
VYGOTSKY, L. S. **Mind in Society The Development of Higher Psychological Processes**. [S.l.]: President and Fellows of Harvard College, 1978.

ANEXO

Atividades com Papel e Lápis

As atividades 1 e 2 foram utilizadas no experimento de ensino de (HOYLES e NOSS, 1992, p. 12 e 16)

Atividade 1 – Observe a figura abaixo.



a) O desenho maior é proporcional ao desenho menor? ______

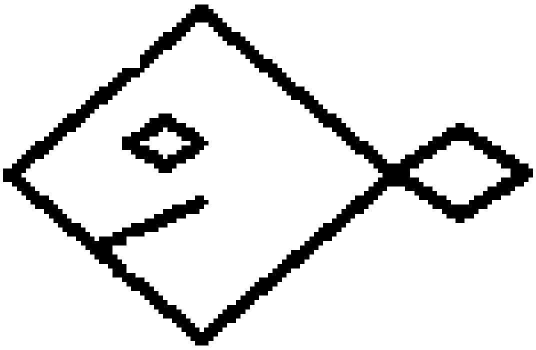
b) Justifique sua resposta do item anterior.

____

____

____

Atividade 2 – Observe a figura do peixe abaixo



a) O olho e o rabo do peixe são proporcionais ao seu corpo? ______

b) Justifique sua resposta do item anterior.

____

____

____

Atividade 3 – Responda o que você entende por proporção.

____

____

____

Atividades com material de robótica

Atividade 4 – Programar o Robô para que ele desenhe um quadrado sem a definição da medida do tamanho de seus lados.

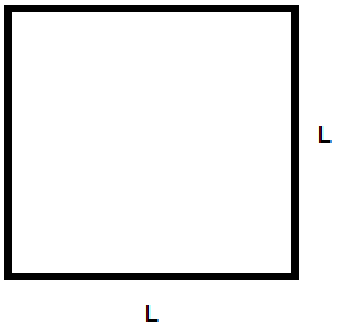


Figura 4

Atividade 5 – Programar o robô para que desenhe o quadrado da atividade anterior, proporcionalmente ampliado ou reduzido.

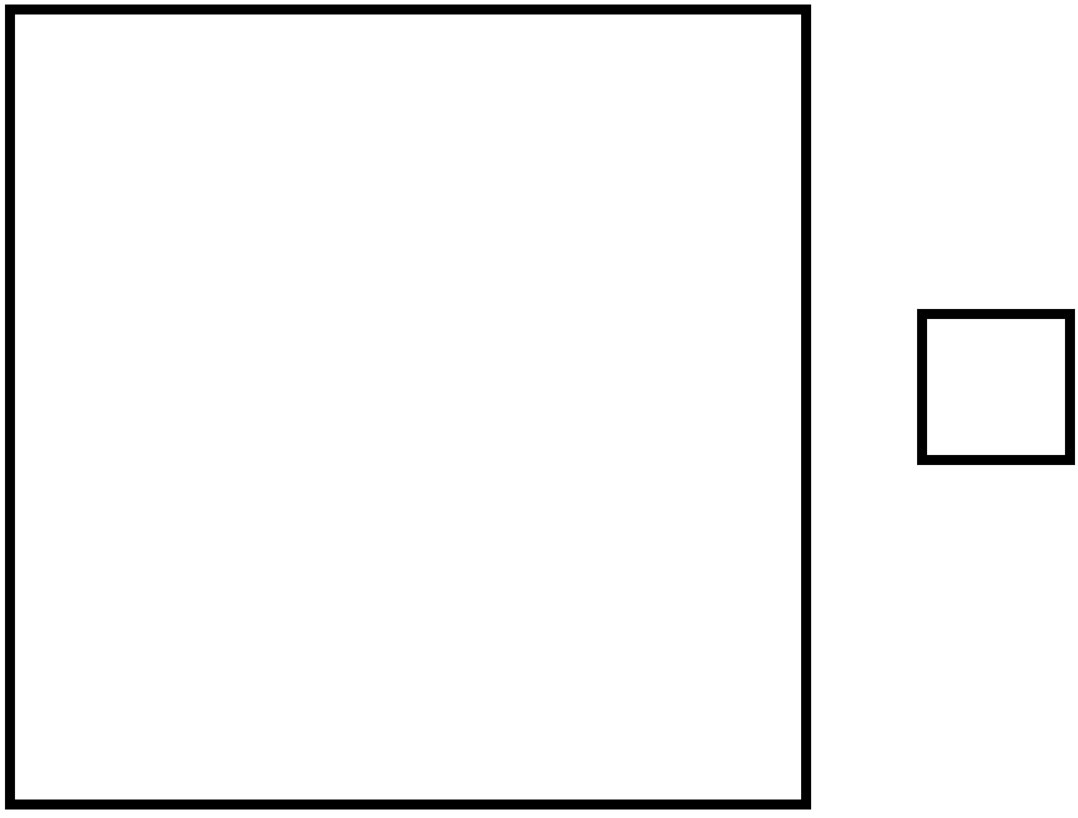


Figura 5

Atividade 6 – Programar o robô para desenhar uma linha andando para frente e retornar para o ponto inicial, andando para trás, também desenhando a mesma linha.

Figura 6

Atividade 7 – Programar o robô para desenhar a letra **‘L’** conforme a figura 6. A distância **‘X’** será programada pelos alunos para que seja menor que a distância **‘Y’.**

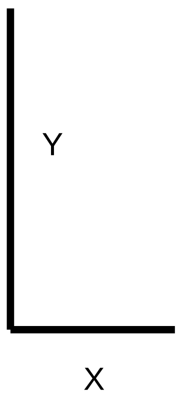


Figura 7

Atividade 8 – Programar o robô para desenhar a letra **‘L’** da atividade anterior, mas proporcionalmente reduzido.

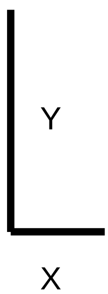


Figura 8